

Ատոմ Մուրադյան, Գևորգ Մուրադյան

# ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱՆԵՐԻ ՖԻԶԻԿԱ

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ  
ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

Երևանի պետական համալսարան

Մուրադյան Ա. Ժ., Մուրադյան Գ. Ա.

ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ  
ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱՆԵՐԻ  
ՖԻԶԻԿԱ

Դասագիրք

ԵՐԵՎԱՆ  
ԵՊՀ ՀՐԱՏԱՐԱԿԶՈՒԹՅՈՒՆ  
2023

ՀՏԴ 530.145(075.8)  
ԳՄԴ 22.31g73  
Մ 992

*Հրատարակության է երաշխավորել  
ԵՊՀ գիտական խորհուրդը:*

Գրախոսներ՝

Ֆիզ. մաթ. գիտ. դոկտոր, պրոֆեսոր Խ. Ներկարարյան  
Ֆիզ. մաթ. գիտ. դոկտոր, պրոֆեսոր Ա. Խաչատրյան  
Ֆիզ. մաթ. գիտ. դոկտոր, դոցենտ Տ. Հակոբյան

Մուրադյան Ա. Ժ., Մուրադյան Գ. Ա.  
Մ 992 Քվանտային տեխնոլոգիաների ֆիզիկա (դասագիրք) /  
Ա. Ժ. Մուրադյան, Գ. Ա. Մուրադյան.- Եր.: ԵՊՀ հրատ., 2023, 205 էջ:

Դասագիրքը կազմված է «Ֆիզիկա» մասնագիտության բարձր կուրսերի ուսանողների, ասպիրանտների և երիտասարդ գիտաշխատողների համար:  
Այն ներկայացնում է քվանտային տեխնոլոգիաների մոդելային տեսությունները, աշխատանքային սկզբունքները և հիմնական տեսականին:

ՀՏԴ 530.145(075.8)  
ԳՄԴ 22.31g73

ISBN 978-5-8084-2630-6

<https://doi.org/10.46991/YSUPH/9785808426306>

© ԵՊՀ հրատ., 2023

© Մուրադյան Ա. Ժ., Մուրադյան Գ. Ա., 2023

## Կրթական վերջնարդյունքները

Դասընթացի հաջող ավարտին ուսանողը կունենա գիտելիք և ունակություններ՝

- հասկանալու քվանտային տեսության առանցքային կոնցեպցիաները, ինչպիսիք են այլքային ֆունկցիան, ստացիոնար, ոչ ստացիոնար վիճակները, սուպերպոզիցիոն ու խժժված վիճակները, սպինը, քվանտային ստատիստիկաները և այլն:
- ներկայացնելու քվանտային վիճակի նախապատրաստման, վերահսկման ու քվանտային չափումների մեթոդները,
- բացատրելու կիսահաղորդչային պինդ մարմինների և տարրերի հաղորդական և օպտիկական հատկությունները,
- քննելու յուրաքանչյուր հիմնական քվանտային տեխնոլոգիայի՝ սենսոր, միկրոսկոպ, ինտերֆերոմետր, կրիպտոգրաֆ, համակարգիչ, աշխատանքի սկզբունքները և ներկայացնելու կիրառությունները,
- ընդունելու ընթացիկ որոշումներ հետազոտական աշխատանքում,
- կիրառելու յուրացված տեսությունը քվանտային տեխնոլոգիաների և կիրառական ֆիզիկայի մյուս ոլորտների խմբային աշխատանքներում,
- օգտագործելու ինֆորմացիայի հասանելի բոլոր միջոցները գրականության ուսումնասիրում իրականացնելու համար,
- ցուցաբերելու քննադատական մտածողություն քվանտային տեխնոլոգիական բարդ պրոբլեմներ քննարկելիս և լուծումներ մշակելիս:

## ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ



Քվանտային տեխնոլոգիան գիտական հետազոտման և տեխնիկական առաջընթացի համեմատաբար նոր ոլորտ է՝ հենված քվանտային ֆիզիկայի օրինաչափությունների վրա, ներառելով դրանց տեսական կոնցեպցիաները, մոդելները, մեկնաբանությունները, վերահսկումը և կիրառությունները: Քվանտային տեխնոլոգիաներն օժտված են հսկայական ներուժով և բովանդակային նոր և խոստումնալից հեռանկարներ են բացում հիմնարար գիտության, գիտատար բիզնեսի և ռազմաարդյունաբերության առաջընթացի համար:

Մեզ ծանոթ շատ սարքավորումներ, ինչպիսիք են լազերները, ատոմական ժամացույցները, տարածական տեղակայումը որոշող արբանյակները (GPS), էլեկտրոնիկան՝ ներառյալ համակարգիչները, ինտերնետն ու շարժուն կապը (mobile communication), առանց քվանտային ֆիզիկայի պարզապես գոյություն չէին ունենա:

Ոլորտին ծանոթանալիս պետք է նկատի ունենալ, որ քվանտային ֆիզիկայի օրինաչափությունները, որպես կանոն, ուղղակիորեն ի հայտ չեն գալիս մեր առօրյա գործունեությունում և առկա չեն դրա հիման վրա ձևավորված ինտուիցիայում:



(Տե՛ս German National Academy of Sciences Report: Quantum technology: From research to application, 2015, Fig. 1):

Դժվար է լինում ընկալել, օրինակ, որ մասնիկը կարող է ունենալ տեղափոխման երկու (և անգամ ավելի) ուղիներ, և որ իրարից աստղաֆիզիկական մասշտաբներով հեռու երկու մասնիկների վարքերը կարող են լինել միաժամանակյա ինքնահամաձայնեցված և այլն:

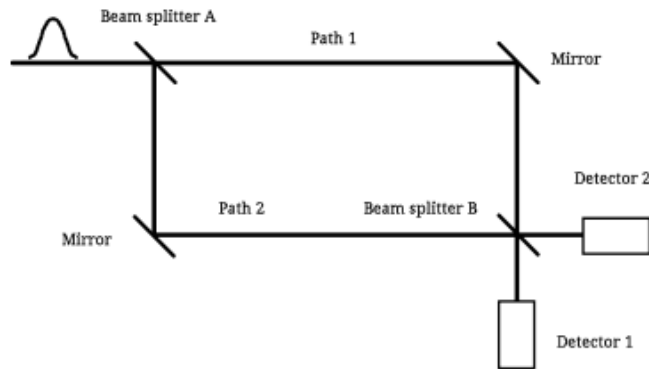
Ակտիվության ներկա էտապի համար հատկանշական է քվանտային տեսության առավել հիմնարար, ընկալման համար բարդ հասկացություններին դիմումը, գործուն կապը հիմնարար հետազոտությունների հետ, դրանցից բխող հետաքրքրություններով և խութերով: Նկատի ունենալով որակական նոր աստիճանը՝ դրանց հաճախ կոչում են բարձր տեխնոլոգիաներ (high technologies): Բարձր տեխնոլոգիական կենտրոններ գործում են Եվրոպայի մի շարք երկրներում, ԱՄՆ-ում, Կանադայում, Չինաստանում, Կորեայում, Ճապոնիայում, Ռուսաստանում և մի քանի այլ երկրներում: Հայաստանում ընթանում է հետազոտական և կիրառական ոլորտի ձևավորման փուլ:

Նախքան տեխնոլոգիական նյութի շարադրումը՝ օգտակար կլինի քվանտային տեսության՝ դասական ֆիզիկայի ճանաչողական հասկացություններից դուրս գտնվող ասպեկտների հակիրճ բովանդակային ներկայացումը: Իրականում քվանտային տեսության այս ասպեկտներն են բացում աննախադեպ հնարավորություններ և մրցակցային նոր գալար բարձր տեխնոլոգիական առաջընթացի հասնելու ուղիում:

Քվանտային տեսությունը ստեղծման առաջին իսկ ժամանակներից հանդիպել է ֆիզիկական բովանդակության ընկալման և մեկնաբանության խոշոր բարդությունների: Բանն այն է, որ քվանտային տեսության կազմակերպումը՝ որպես դասական ֆիզիկայի հասկացություններում նոր քանակական ասպեկտների ներառում, ինչպես դա եղել էր հարաբերականության տեսության դեպքում, անհաջողություն է կրել: Հարկ է ընդունել «տարօրինակ» աշխարհի, մասնավորապես՝ ֆիզիկական երևույթներում դետերմինիզմի և հավանականության հասկացությունների վերաքննարկման, անխուսափելիությունը: Այստեղ առավել հայտնի է Էյնշտեյնի, Պոդոլսկու և Ռոզենի դիտարկումը քվանտային բովանդակության վերաբերյալ, որը ներկայումս հակիրճ կոչվում է ԷՊՌ պարադոքս: Հեղինակները քննարկում են երկու նույնական մասնիկներից կազմված քվանտամեխանիկական համակարգում մտովի կատարվող փորձ, երբ միևնույն աղբյուրից առաջանալով՝ իմպուլսի մոմենտի զրոյական գումարային արժեքով մասնիկներն իրարից հեռացվում և ուղարկվում են հակադիր ուղղություններով: Քվանտային մեխանիկան դրանց դիտում է որպես մեկ միասնական համակարգ, որում համակարգի իմպուլսի մոնոնի արժեքը որոշակի է, սակայն առանձին մասնիկների մոմենտների արժեքները որոշակի չեն: Միայն երբ կատարվում է չափում մասնիկներից մեկի (մոմենտի պրոյեկցիայի) նկատմամբ, համակարգն արձագանքում է այնպես, որ մյուս մասնիկի մոտ համապատասխան հատկությունը (մոմենտի պրոյեկցիան) նույնպես ակնթարթորեն դառնում է որոշակի: Ինֆորմացիայի փոխանցման արագության՝ լույսի արագությամբ սահմանափակ լինելուց բխող հակասությունից խուսափելու համար Էյնշտեյնը, Պոդոլսկին և Ռոզենը հանգում են եզրակացության, որ երկու մասնիկների մոմենտները մինչ չափումը ևս պետք է եղած լինեն որոշակի: Ավելի ընդհանրական պնդմամբ՝ ֆիզիկական համակարգերում պրոցեսները դետերմինիստիկ են: Էյնշտեյնը սառնորեն նշում էր քվանտային մեխանիկայում ոչ լոկալ փոխազդեցությունների՝ հեռավորության վրա գերբնական-հանելուկային գործառնությունների առկայության մասին (ԷՊՌ պարադոքս):

Քվանտամեխանիկական տարածաժամանակային նկարագրության ելակետային դրույթը դե Բրոյլի անգացն է, որ յուրաքանչյուր գոյ միաժամանակ օժտված է մասնիկային և ալիքային վարքերով: Լայնորեն ընդունված ալիք-մասնիկային այս դուալիզմը կարող է ներկայացվել հետևյալ երկուդի փորձի միջոցով: Նրանում քվանտային մասնիկը, հանդիպելով ճառագայթային բաժանիչի (նկարում՝ Beam splitter A), տրոհվում է և անցնում երկու ուղիներից կազմված համակարգով, որի հնարավոր ուղիները (Path 1 և Path 2) հայելային (Mirror) անդրադարձում-

ների միջոցով ուղղվում են դեպի նույն ելման կետը: Այդտեղ, կախված փորձի նպատակից, կարող է տեղադրվել մի երկրորդ երկձեղքիչ (Beam splitter B) կամ ոչ:



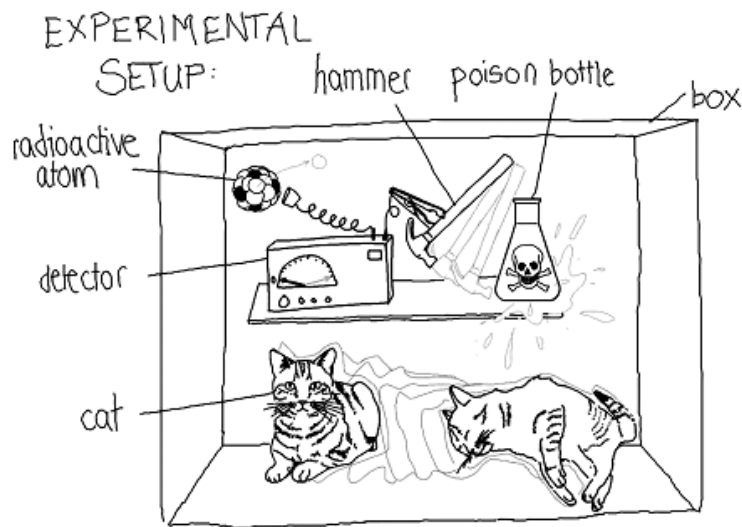
(St' u German National Academy of Sciences Report: Quantum technology: From research to application, 2015, Fig. 2):

Տեղադրման դեպքում ամեն դետեկտոր (Detector 1 և Detector 2) գրանցում է երկու հետագծերով եկող ալիքների ինտերֆերենցիայի արդյունք, այսինքն՝ քվանտային մասնիկի (էլեկտրոնի, ատոմի, ֆոտոնի և այլն) ալիքային հատկությունը: Երկձեղքիչի բացակայության դեպքում հանդիպման կետով ալիքներն անցնում են առանց փոխազդեցության և դետեկտորների գրանցումները որոշում են թե առաջին ձեղքիչից հետո քվանտային մասնիկը հնարավոր ուղիներից որով է շարժվել, այսինքն՝ բացահայտվում է նրա կորպուսկուլային հատկությունը:

Քվանտային մեխանիկայի որակական նոր բնույթն ի հայտ է գալիս սուպերպոզիցիոն (վերադրված) և խճճված վիճակներով և բազմամասնիկ էֆեկտներով: Ներկայումս գործող քվանտային տեխնոլոգիաները, որոնց պայմանականորեն կարելի է անվանել առաջին սերնդի, որպես կանոն օգտվում են միայն սուպերպոզիցիոն վիճակներից: Մշակվող՝ երկրորդ սերնդի քվանտային տեխնոլոգիաները ենթադրում են խճճված վիճակների և բազմամասնիկ վիճակների առավել մեծ ներգրավվածություն:

*Սուպերպոզիցիաներ:* Դասական ֆիզիկայում համակարգի վիճակը տրվում է որոշակի ֆիզիկական մեծությունների միջոցով միարժեքորեն: Օրինակ, էլեկտրական կոնդենսատորը լիցքավորված է կամ ոչ: Դրանք երկու վիճակներ են, որոնցում կարող է գտնվել կոնդենսատորը, և ժամանակի յուրաքանչյուր պահի այն գտնվում է դրանցից մեկում: Պարզագույն շատ համակարգեր կարող են նկարագրվել նույն տրամաբանությամբ՝ որևէ բան «առկա» է կամ «բացակա» է: Մաթեմատիկորեն դրանց համապատասխանեցվում են 1 և 0 թվեր: Համակարգչային գիտությունում այս երկու թվերը կազմում են բիթը: Բիթերի քվանտամեխանիկական անալոգը, քվանտային բիթը կամ հակիրճ՝ քյուբիթը, ի հավելում 0-ի և 1-ի, կարող է ենթադրել նաև դրանց սուպերպոզիցիան որոշակի ստատիստիկական կշիռներով: Նույն վիճակում նախապատրաստված համակարգերի (ասենք՝ էլեկտրոնների) վրա կատարված նույնական չափումների արդյունքները կարող են մի մասով լինել 0, մյուսներով՝ 1: Ի հակադրություն դասական մեկնաբանության, երբ համակարգի վիճակը ֆիքսված է նախքան չափում կատարելը, քվանտային մեխանիկայում այդ արժեքն անորոշ է և որոշակիանում է միայն չափման արդյունքում: Քվանտային տեխնոլոգիաների համար կարևոր է, որպեսզի կարողանանք վերահսկել նման սուպերպոզիաները չափումներից առաջ:

*Խճճվածություն:* Խճճվածությունը (entanglement, перепутывание) վիճակների յուրատեսակ վերադրումն է մեկից ավելի համակարգերի կամ ազատության աստիճանների միջև: Տերմինը մտցվել է Է. Շրեդինգերի կողմից 1935 թվականի իր՝ ԷՊՌ դիտարկմանը արձագանքման հոդվածներում: Առանցքային դատողությունները ներկայացվել էին մտովի կատարվող փորձի մեկնաբանման ձևով, ինչը ներկայումս հայտնի է որպես «Շրեդինգերի կատու»: Այն դիտարկում է արկղում առանձնացված կատու, ինչպես այն պատկերված է նկարում: Արկղում կա նաև թունավոր նյութով լի ապակյա սրվակ: Սրվակը կից է մուրճը բարձրացված դիրքում պահող գրանցիչ սարքին: Վերջինս աշխատում և մուրճը բաց է թողնում իր հարևանությամբ դրված ռադիոակտիվ նյութի որևէ ատոմի տրոհման արդյունքում ճառագայթված մասնիկի թողած ադդեցության շնորհիվ: Եթե տրոհումը տեղի ունենա, ապա վայր ընկնող մուրճի հարվածից փորձանոթը կկոտրվի, իսկ դուրս թափվող թունավոր նյութը կսպանի կատվին:



(Տե՛ս German National Academy of Sciences Report: Quantum technology: From research to application, 2015, Fig. 4):

Խնդրի ֆիզիկական բովանդակության տեսանկյունից կատուն ունի երկու հնարավոր վիճակներ՝ կենդանի և սատկած: Նույնը ճիշտ է նաև ատոմի միջուկի համար՝ չտրոհված և տրոհված: Կատվի և ատոմի միջուկի վիճակներն անկախ չեն: Դրանց միջև գոյություն ունի փոխմիարժեք համապատասխանություն. կա՛մ կատուն կենդանի է, և ատոմի միջուկը տրոհված չէ, կա՛մ կատուն սատկած է, և ատոմի միջուկը՝ տրոհված: Շրդինգերի հետագա դատողությունը այն է, որ քանի որ կատուն ժամանակի ամեն պահին կարող է լինել կենդանի կամ սատկած վիճակում, անկախ այն բանից թե մենք բացել և նայել ենք արկղի մեջ թե ոչ, ապա նույնը կարող ենք ասել նաև ատոմի միջուկի մասին: Ժամանակի ամեն պահին այն գտնվում է չտրոհված կամ տրոհված վիճակում՝ անկախ արկղի ներսի վիճակը մեր կողմից դիտելուց կամ չդիտելուց: Ուրեմն, ատոմի միջուկի համար սուպերպոզիցիոն վիճակ լինել չի կարող, և ուրեմն նաև խճճվածություն, այն է՝ սուպերպոզիցիա կատվի վիճակների և ատոմի միջուկի վիճակների միջև:

Ժամանակակից քվանտային տեսությունը, այնուամենայնիվ, ելնում է միկրոաշխարհում սուպերպոզիցիոն և խճճված վիճակների գոյությունից: Իսկ մասնավորապես բերված օրինակում առկա հակասությունը մեկնաբանվում է միկրոաշխարհից մակրոաշխարհ անցման պրոցեսում



առայժմ ոչ լրիվ բացահայտված օրինաչափությունների առկայությամբ: Առայժմ միակ ընդունված եզրույթն այստեղ քվանտային բովանդակության հենք կազմող կոհերենտության արագ կորուստն է քչաթիվ մասնիկներով համակարգից մեծաթիվ մասնիկներով համակարգի անցման ճանապարհին: Ինչպես և կարելի էր սպասել, ջերմաստիճանի նվազմանը գուրնթաց կոհերենտության կորուստը դանդաղում է:

Խճճվածության հասկացությանը վերագրվում է սկզբունքային կարգավիճակ, և այն կարող է առկա լինել նաև միկրո և մակրո ենթահամակարգերի միջև: Շրեդինգերի կատվի դեպքում, օրինակ, ասվում է, որ մինչ արկղի բովանդակությունը դիտելը կատուն և տրոհման ընդունակ ատոմի միջուկը եղել են խճճված, անբաժանելիորեն համակցված մեկը մյուսին: Տեսությունն առաջարկում է խճճվածության քանակական բնութագիր և այն չափելու փորձարարական սխեմաներ:

*Անորոշության առնչություններ:* Դրանք պնդում են, որ որոշ մեծություններ, ինչպիսիք են առանձին մասնիկի կոորդինատը և իմպուլսը, միաժամանակ ճշգրիտ արժեքներ ունենալ չեն կարող: Բացատրությունը մոտավորապես այնպիսին է, որ երբ որոշվում է մասնիկի դիրքը, չափման գործընթացը խաթարում է մասնիկի իմպուլսը և հակառակը: Նկատենք, որ միայն առաջին հայացքից է անորոշությունը թվում իրավիճակը միայն խոտորող: Քվանտային կրիպտոգրաֆիայի (ծածկագրության) հնարավորությունը, օրինակ, ամբողջովին ելնում է հենց այս անորոշության իրողությունից և օգտագործում է այն դրված խնդիրը լուծելու համար:

*Բազմամասնիկ էֆեկտներ:* Միկրոաշխարհում նման հատկություններով օժտված համակարգերը կարող են տարբերակվել միայն չափումների արդյունքում: Օրինակ, էլեկտրոններն ինքնին ոչ տարբերակելի են ատոմի ներսում: Բացի սրանից, մասնիկներն օժտված են նաև ներքին շարժման քանակի մոմենտով՝ սպինով: Այն կարող է ընդունել միայն կիսաամբողջ կամ ամբողջ թիվ, անգամ *h* Պլանկի հաստատունը, արժեքներ: Կիսաամբողջ սպինով մասնիկները կոչվում են ֆերմիոններ՝ ի պատիվ Էնրիկո Ֆերմիի, իսկ ամբողջ սպինով մասնիկները կոչվում են բոզոններ՝ ի պատիվ Մաթիենդրա Նաթ Բոզեի: Ատոմի բաղկացուցիչ մասնիկները՝ նեյտրոնները, պրոտոնները և էլեկտրոնները, ֆերմիոններ են, լույսի մասնիկները՝ ֆոտոնները, բոզոններ:

Մասնիկների այս երկու դասերը ցուցաբերում են հիմնովին տարբեր ստատիստիկական վարքեր: Բոզոնների դեպքում բոլոր մասնիկները նախընտրում են նույն քվանտային վիճակը՝ պատճառ հանդիսանալով Բոզե-Էյնշտեյնի կոնդենսատի առաջացման: Մյուս կողմից, երկու ֆերմիոններ երբեք չեն գտնվում նույն վիճակում: Դրանով է բացատրվում, օրինակ, ատոմներում էլեկտրոնային թաղանթների գոյությունը:

Քվանտային տեխնոլոգիաների կարևոր տարբերակիչ առանձնահատկություն է օժանդակ տեխնոլոգիաների օգտագործման պահանջը: Դրա արդյունքում ամեն մի առանձին քվանտային տեխնոլոգիայի զարգացման մեջ ներդրումները խրախուսում են նաև հարակից տեխնոլոգիաների առաջընթացը, ինչպիսիք են՝ ինֆորմացիոն համակարգերը, սենսորները, ռոբոտտեխնիկան և այլն:

Մույն դասագիրքը ներածական բնույթ ունի: Նրանում ներկայացված են բարձր տեխնոլոգիաների հիմնական տեսակների սեղմ բովանդակությունը, դրանց աշխատանքների հիմքում ընկած ֆիզիկական և մաթեմատիկական մոտարկումները: Մենք ձգտել են նյութը դարձնել բակալավրիական մակարդակում հնարավորինս մատչելի, եթե անգամ ուսանողը հետևողական աշխատանք չի կատարել քվանտային ֆիզիկան խորությամբ յուրացնելու ճանապարհին:

Դասագրքի ծավալն ավելին է, քան ստանդարտ դասընթացը կարող է ենթադրել: Նպատակը թեմաների ընտրության ազատության որոշակի աստիճան ապահովելն է ուսանողի նախասիրություններ ունենալու պայմաններում: Այն նաև հնարավորություն է ավելի ամբողջական տեսնելու ոլորտի դիսցիպլինները և ընդարձակելու սեփական գիտելիքներն ակտիվորեն առաջ ընթացող մասնագիտական այս ոլորտում:

§ 1. Մասնիկի քվանտային վիճակները պոտենցիալային հորի օրինակով

Մասնիկի վիճակը քվանտային մեխանիկայում տրվում է ալիքային ֆունկցիայով՝  $\Psi(\mathbf{r}, t)$ , ինչը տարածական  $\mathbf{r}$  կոորդինատների և  $t$  ժամանակի անընդհատ, ընդհանուր դեպքում կոմպլեքս ֆունկցիա է: Ալիքային ֆունկցիայի պարզագույն ֆիզիկական բովանդակությունը պարփակված է նրա  $\rho(\mathbf{r}, t) = |\Psi(\mathbf{r}, t)|^2$  մոդուլի քառակուսու և  $\varphi(\mathbf{r}, t) = \text{Arg}(\Psi(\mathbf{r}, t))$  փուլի մեջ: Ալիքային ֆունկցիայի մոդուլի քառակուսին որոշում է հավանականության խտությունը, որ ժամանակի  $t$  պահին մասնիկը գտնվում է տարածության  $\mathbf{r}$  կոորդինատներով կետում, իսկ փուլը որոշում է քվանտային մասնիկի ինտերֆերենցելու հատկությունը:



Մասնիկի ալիքային ֆունկցիայի տարածաժամանակային փոփոխությունները որոշվում են Էրվին Շրեդինգերի

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H} \Psi \tag{1.1}$$

հավասարումով, որտեղ  $\hat{H}$ -ը մասնիկի համիլտոնյանն է՝ Համիլտոնի ֆունկցիան: Վերջինս, որպես կանոն, տրվում է մասնիկի կինետիկ և փոխազդեցության էներգիաների գումարով՝

$$\hat{H} = \hat{p}^2 / 2M + V(\mathbf{r}, t), \tag{1.2}$$

որտեղ  $\hat{p} = -i\hbar \partial / \partial \mathbf{r}$  -ը  $M$  զանգվածով մասնիկի շարժման քանակի (իմպուլսի) օպերատորն է, իսկ  $V(\mathbf{r}, t)$  -ը՝ արտաքին դաշտի հետ նրա փոխազդեցության էներգիան: Համապատասխան եզրային և սկզբնական պայմանների հավելումով (1.1) հավասարումը ալիքային ֆունկցիայի տարածաժամանակային էվոլյուցիան դառնում է միարժեք, երբեմն ասում ենք՝ դետերմինացված:



Ուիլյամ Համիլթոն

Արտաքին կոնսերվատիվ դաշտերի դեպքում  $V(\mathbf{r}, t) = V(\mathbf{r})$  և (1) հավասարման լուծումը հարմար է լինում փնտրել

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \Psi(\mathbf{r}) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E t\right) \tag{1.3}$$

տեսքով, որտեղ անհայտներ են տարածական բաշխման  $\Psi(\mathbf{r})$  ֆունկցիան և էներգիայի հնարավոր  $E$  արժեք(ներ)ը: (1.3) տեսքի տեղադրումը Շրեդինգերի ժամանակային (1.1) հավասարումը բերում է Շրեդինգերի ստացիոնար հավասարմանը՝

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{d^2}{d\mathbf{r}^2} + V(\mathbf{r})\right) \Psi_E(\mathbf{r}) = E \Psi_E(\mathbf{r}): \tag{1.4}$$

Բացի հավասարմանը բավարարելուց, ստացիոնար վիճակի  $\Psi(\mathbf{r})$  ալիքային ֆունկցիայի վրա դրվում են ֆիզիկական դաստոյություններից բխող եզրային պայմաններ: Դրանցով առանձնանում են  $E$  էներգիայի հնարավոր արժեքները և համապատասխան  $\Psi_E(\mathbf{r})$  ֆունկցիայի տեսքերը: Իսկ ինչ վերաբերում է (1.1)-ի ընդհանուր

$\Psi(\mathbf{r}, t)$  լուծման ժամանակային կախմանը, ապա այն որոշվում է (1.3) ստացիոնար լուծումների վերադրումով այնպես, որ բավարարի խնդրում առկա սկզբնական պայմանին:

*Մասնիկը միաչափ ուղղանկյուն պոտենցիալային հորում:* Նախ դիտարկենք պարզագույն քվանտամեխանիկական խնդիրը՝ մասնիկի վիճակը միաչափ անվերջ խորը պոտենցիալային հորում՝

$$V(x) = \begin{cases} 0 & |x| < a/2 \\ \infty & |x| \geq a/2 \end{cases} \quad (1.5)$$

Շրեդինգերի ստացիոնար (4) հավասարումը՝

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2M} \frac{d^2}{dz^2} + V(z) \right) \Psi_E(z) = E \Psi_E(z), \quad (1.6)$$

վերաբերում է տարածական բոլոր կետերին: Հետևաբար  $|x| \geq a/2$  տիրույթում, որտեղ  $V(x)$  պոտենցիալ էներգիան անվերջ մեծ է, հարկ է  $\Psi(x)$  ալիքային ֆունկցիան վերցնել հավասար գրոյի: Սա պարզապես նշանակում է, որ  $E$  վերջավոր էներգիայով մասնիկը երբևէ չի կարող գտնվել տարածական այնպիսի տիրույթում, որտեղ իր պոտենցիալային էներգիան անվերջ մեծ լինի: Այս տիրույթում ալիքային ֆունկցիայի գրոյական արժեքը նաև եզրային պայման է միջանկյալ  $|x| < a/2$  տիրույթի համար, որտեղ ալիքային ֆունկցիան բավարարում է

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{d^2 \Psi_E(x)}{dx^2} = E \Psi_E(x)$$

հավասարմանը և ունի հորի լայնության վրա

$$\Psi_1(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} e^{ipx/\hbar} \quad \text{և} \quad \Psi_2(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} e^{-ipx/\hbar}$$

նորմավորված լուծումներ: Դրանցից յուրաքանչյուրի համար հորում լինելու  $\int_{-a/2}^{a/2} |\Psi(x)|^2 dx$  հավանականությունը հավասար է մեկի, իսկ  $p = \sqrt{2ME}$ -ն մասնիկի ազատ շարժման իմպուլսն է:

Պոտենցիալ էներգիայի (1.5) արտահայտության տարածական համաչափությունից հետևում է, որ հարմար է անցնել բազիսային լուծումների սիմետրիկ և անտիսիմետրիկ կոմբինացիաների՝

$$\Psi_{\text{sym}}(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \cos\left(\frac{px}{\hbar}\right), \quad \Psi_{\text{antisym}}(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{px}{\hbar}\right):$$

Սիմետրիկ դասի ալիքային ֆունկցիաների համար գրոյական եզրային պայմանը բավարարվում է  $p$  իմպուլսի (որ նույնն է՝  $E$  էներգիայի) միայն որոշակի,  $pa/2\hbar = \pi/2 \cdot \text{odd integer}$  պայմանին բավարարող արժեքների համար: Անտիսիմետրիկ լուծումների համար եզրային պայմանը բավարարվում է, եթե  $pa/2\hbar = \pi/2 \cdot \text{even integer}$ : Միավորելով երկու հնարավորությունները՝ մասնիկի իմպուլսի և համապատասխան էներգիայի համար ստանում ենք

$$p_n = \frac{\pi\hbar}{a} n, \quad E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2Ma^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1.7)$$

քվանտացված արժեքները համապատասխան

$$\Psi_{n,\text{sym}}(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \cos\left(\frac{\pi x}{2a} n\right), \quad \Psi_{n,\text{anti}}(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{\pi x}{2a} n\right) \quad (1.8)$$

ալիքային ֆունկցիաներով, որտեղ  $n = 1, 3, 5, \dots$  սիմետրիկ լուծումների և  $n = 2, 4, 6, \dots$  անսիմետրիկ լուծումների համար:

Հետաքրքիր է, որ  $n = 0$  արժեքը ևս բավարարում է եզրային զրոյական պայմանին, սակայն համապատասխան ալիքային ֆունկցիան նույնաբար հավասար է լինում զրոյի: Այս յուրահատկությունը, սակայն, վերաբերում է բացառապես անվերջ խորը *ուղղանկյուն* պոտենցիալային հորին, և ոչ մի այլ տեսքի պոտենցիալային հորի համար  $n = 0$ -ն դուրս չի մնում հնարավոր արժեքների շարքից:

Ինչպես տեսնում ենք, մասնիկի ստացիոնար կանգուն ալիքներ են, ամբողջովին լոկալիզացված անվերջ խորը պոտենցիալային հորում: Կարելի է նաև նկատել, որ հիմնական  $n = 1$  էներգետիկ մակարդակի ալիքային ֆունկցիան հորի ներքին կետերից որևէ մեկում չի զրոյանում,  $n = 2$  մակարդակում զրոյանում է մեկ անգամ,  $n = 3$  էներգետիկ մակարդակում՝ երկու անգամ, և այսպես շարունակ: Օսցիլյացիաների հաճախությունը գծային օրենքով աճում է էներգետիկ մակարդակի համարի աճին գուզրնաթաց: Նկատենք, որ այս գեղեցիկ օրինաչափությունն առկա է բոլոր միաչափ պոտենցիալային հորերում:

Հետաքրքրություն ներկայացնող մյուս կարևոր հանգամանքը առնչումն է դասական մեխանիկային՝ որպես սահմանային դեպք: Դասական մեխանիկայում էներգիան (նաև իմպուլսը) անընհատ է: Քվանտային մեխանիկայի տերմինաբանությամբ դա նշանակում է  $(E_{n+1} - E_n) \xrightarrow{h \rightarrow 0} 0$  սահմանային պայմանի անվերապահ բավարարում: Համաձայն էներգիայի արժեքների (1.7) արտահայտության՝

$$E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2Ma^2} (2n + 1),$$

ինչը համաձայնեցվում է վերոհիշյալ պայմանի հետ: Սակայն այստեղ կա մի նրբություն: Խոսքը վերաբերում է այնտեղ մտնող  $n$  քվանտային թվին, որի համար ևս կարելի է սահմանային անցում ձևակերպել դեպի անվերջություն: Հետևաբար, որոշ անորոշության էլեմենտ հարցում կարծես թե մնում է: Առավել ևս, որ ալիքային ֆունկցիաների (1.8) արտահայտությունում Պլանկի  $\hbar$  հաստատունն ընդհանրապես չի մտնում:



Նիլս Բորը և Մաքս Պլանկը

Լուծումներում, այնուամենայնիվ, դասականության հնարավորություն որոշ առումով առկա է: Համաձայն Նիլս Բորի մոտեցման՝ քվազիդասականություն ամեն մի ֆիզիկական համակարգում պետք է ի հայտ գա մեծ քվանտային թվերի տիրույթում (փոքր քվանտային թվերով վիճակներն էապես քվանտային են): Քննարկվող խնդրում մեծացող  $n$ -երին համապատաս-

խանում են ալիքային ֆունկցիայի մեծացող թվով տարածական օսցիլյացիաներ: Արդյունքում ֆիզիկական իմաստ է ստանում ըստ տատանման մեկ պարբերությամբ միջինացված մեծությունը: (1.8) բանաձևերի հիման վրա կատարված պարզ գործողությունները ցույց են տալիս, որ որևէ  $dx$  տարրական տիրույթում մասնիկի գտնվելու  $dw$  հավանականությունը հաստատուն է և

հավասար է  $dx/a$ -ի: Այս մեծությունն ունի արդեն պարզ դասական իմաստ, քանի որ կարող է մեկնաբանվել որպես որևէ կետի  $dx$  երկարության շրջակայքում մասնիկի հայտնաբերման հավանականություն: Կարելի է նաև գրել  $dx = v dt = a dt/\tau$ , որտեղ  $v$ -ն ազատ հավասարաչափ շարժվող մասնիկի արագությունն է,  $\tau$ -ն՝ հորի ամբողջ երկարությունն անցնելու ժամանակը: Տեղադրումից հետո ստացվող  $dW = dt/\tau$  արդյունքը նույն մեկնաբանությունն ունի ժամանակային չափումների մոտեցմամբ:

Մասնիկի վիճակի ժամանակային վարքը նկարագրելիս վերադառնում ենք Շրեդինգերի (1.1) հավասարմանը ու  $\Psi(z, t)$  ալիքային ֆունկցիան վերլուծում (1.3) և (1.8) բանաձևերով տրվող ստացիոնար վիճակների՝

$$\Psi(x, t) = \sum_{n=\text{odd}} C_{n,\text{sym}} \Psi_{n,\text{sym}}(x) e^{-iE_{n,\text{sym}}t/\hbar} + \sum_{n=\text{even}} C_{n,\text{anti}} \Psi_{n,\text{anti}}(x) e^{-iE_{n,\text{anti}}t/\hbar}, \quad (1.9)$$

որտեղ համիլտոնյանի ժամանակային անկախությունից հետևում է վերլուծության գործակիցների անկախությունը ժամանակից: Ենթադրենք ժամանակի  $t_0 = 0$  սկզբնապահին մասնիկը լուկալիզացված է եղել պոտենցիալային հորի ձախ եզրի  $b \ll a$  տարածական չափերում՝ բաշխված

$$\Psi(x, 0) = \sqrt{\frac{2}{b}} \sin\left(\frac{\pi}{b}\left(x + \frac{a}{2}\right)\right) \quad (1.10)$$

օրենքով: Այս ալիքային փաթեթի միջին քվանտամեխանիկական  $\langle \Psi(x, 0) | \hat{p} | \Psi(x, 0) \rangle / M$  արագությունը զրո է, սակայն ալիքային փաթեթը չի մնում անփոփոխ: Ալիքային ֆունկցիայի (1.9) վերլուծության գործակիցների և դրանով իսկ վիճակի էվոլյուցիան որոշելու համար հարկ է (1.9)-ում վերցնել  $t = 0$  և օգտվել ստացիոնար  $\Psi_{n,\dots}(x)$  ալիքային ֆունկցիաների օրթոգոնալության հատկությունից: Արդյունքում գալիս ենք հետևյալ ընդհանուր բանաձևերին՝

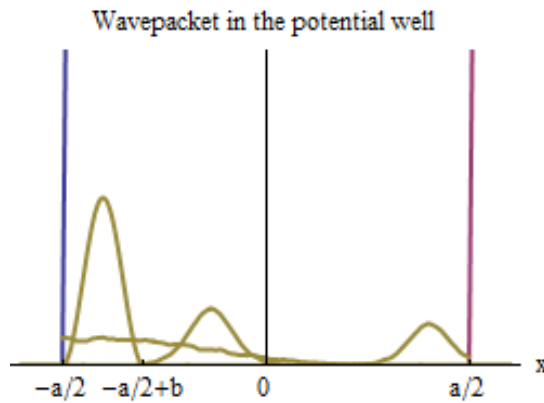
$$C_{n,\text{sym}} = \int_{-a/2}^{a/2} \Psi_{n,\text{sym}}^*(x) \Psi(x, 0) dx, \quad C_{n,\text{anti}} = \int_{-a/2}^{a/2} \Psi_{n,\text{anti}}^*(x) \Psi(x, 0) dx,$$

որոնցում ինտեգրալները (1.8) և (1.10) տեսքերի համար հեշտորեն հաշվվում են՝ տալով

$$C_{n,\text{sym}} = \frac{8b^{1/2}a^{3/2}}{\pi} \frac{\cos\left(\frac{(2n+1)\pi b}{4a}\right) \left( \cos\left(\frac{\pi(b-2na+2nb)}{4a}\right) + \sin\left(\frac{\pi(b-2na+2nb)}{4a}\right) \right)}{4a^2 - (1+2n)^2 b^2},$$

$$C_{n,\text{anti}} = \frac{2b^{1/2}a^{3/2}}{\pi} \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{(a-2b)n\pi}{2a}\right)}{a^2 - b^2 n^2}$$

արտահայտությունները: Դրանց տեղադրումն ամփոփում է ժամանակային խնդրի լուծումը: Նկ. 1.1-ում բերված է հորի ձախակողմյան եզրի մոտ լուկալիզացված ալիքային փաթեթի տեսքը էվոլյուցիայի համեմատաբար փոքր և մեծ ժամանակներ հետո: Ինչպես՝



Նկ. 1.1. Մասնիկի ալիքային ֆունկցիան ուղղանկյուն անվերջ խորը պոտենցիալային հորում: Սկզբնապահին այն զանգակաձև բաշխմամբ լոկալիզացված է հորի ձախ եզրում: Կարճ և երկար ժամանակներ հետո այն սփռված և երկգագաթ բաշխումներով է:

Տեսնում ենք՝ հետագա էվոլյուցիան այլևս ալիքային ֆունկցիայի միագագաթ մասնիկային լոկալիզացում չի ենթադրում:

Այժմ անդրադառնանք մի փոքր ավելի իրատեսական՝ վերջավոր խորության ուղղանկյուն հորի օրինակին՝

$$V(x) = \begin{cases} -V_0 & |x| < a/2 \\ 0 & |x| \geq a/2 \end{cases} \quad (1.11)$$

որտեղ հարմար է պոտենցիալ էներգիայի զրոյական արժեքը, այսինքն՝ ազատ շարժման վիճակը, համապատասխանեցնել պոտենցիալային հորից դուրս տիրույթին: Մենք այստեղ քննարկելու ենք միայն  $E < 0$  դեպքը, երբ մասնիկը հիմնականում կենտրոնացված է լինում հորի սահմաններում և ունենում է դիսկրետ էներգետիկ սպեկտր:

Պոտենցիալային հորի ներսում Շրեդինգերի

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{d^2 \Psi(z)}{dz^2} = (E + V_0) \Psi(z)$$

ստացիոնար հավասարման գծային անկախ (բազիսային) լուծումներն ընտրենք

$$\Psi_{\text{sym}}(x) = A_{\text{sym}} \cos kx \quad (1.12)$$

սիմետրիկ և

$$\Psi_{\text{anti}}(x) = A_{\text{anti}} \sin kx \quad (1.13)$$

անտիսիմետրիկ տեսքերով, որոնց գործակիցները որոշվում են հորի եզրերում ալիքային ֆունկցիայի անընդհատության և լրիվ տարածությունում հավանականության՝ մեկի նորմավորված լինելու պահանջներից, իսկ  $k = \sqrt{2M(E + V_0)} / \hbar$ -ը մասնիկի համընթաց շարժման ալիքային թիվն է:

Հորից դուրս տիրույթում առաջանում է նոր, դասական ֆիզիկային բոլորովին անծանոթ իրավիճակ: Բանը այն է, որ Շրեդինգերի հավասարումը չի ենթադրում նույնաբար զրոյական լուծումներ: Այսինքն՝ մասնիկի՝ հորից դուրս գտնվելու հավանականությունը տարբեր է զրոյից, չնայած որ մասնիկի ընդհանուր  $E$  էներգիան փոքր է այդ տիրույթում պոտենցիալ էներգիայի արժեքից: Ֆիզիկական օրինաչափությունների դասական մեկնաբանման դեպքում դա կնշանակեր, որ հորից դուրս գտնվելիս մասնիկի կինետիկ էներգիան դառնում է բացասական:

Գրենք հավասարման ընդհանուր լուծումը՝

$$\Psi(x) = C_1 e^{\kappa x} + C_2 e^{-\kappa x}$$

տեսքով, որտեղ  $\kappa = \sqrt{-2ME}/\hbar$ , և հաշվի է առնված  $E < 0$  պայմանը:  $x = \pm\infty$  անվերջություններում ալիքային ֆունկցիայի վերջավոր մնալու պահանջից ուղղակիորեն հետևում է, որ  $x < -a/2$  ձախակողմյան տիրույթի համար հարկ է ընտրել  $C_2 = 0$ , իսկ  $x > a/2$  աջակողմյան տիրույթի համար՝  $C_1 = 0$ : Լուծումները ներկայացնենք սիմետրիկ և անտիսիմետրիկ տեսքերով՝

$$\Psi_{\text{sym}}(x) = C_{\text{sym}} \left( e^{\kappa x} \theta(-x-a/2) + e^{-\kappa x} \theta(x-a/2) \right), \quad (1.14)$$

$$\Psi_{\text{anti}}(x) = C_{\text{anti}} \left( -e^{\kappa x} \theta(-x-a/2) + e^{-\kappa x} \theta(x-a/2) \right): \quad (1.15)$$

Անընդհատության  $\Psi(a-0) = \Psi(a+0)$  և  $\Psi'(a-0) = \Psi'(a+0)$  պայմանները սիմետրիկ լուծումների դեպքում բերում են

$$A_{\text{sym}} \cos ka/2 = C_{\text{sym}} e^{-\kappa a/2}, \quad A_{\text{sym}} k \sin ka/2 = C_{\text{sym}} \kappa e^{-\kappa a/2} \quad (1.16)$$

համասեռ հավասարումների համակարգի: Զրոյականից տարբեր լուծումները որոշվում են դետերմինանտի զրո լինելու պայմանից՝

$$\kappa \cos ka/2 - k \sin ka/2 = 0: \quad (1.17)$$

Համակարգի ֆիքսված պարամետրերի (մասնիկի զանգված, պոտենցիալային հորի լայնություն և խորություն) պայմաններում այն հավասարում է մասնիկի էներգիայի նկատմամբ և ուրեմն որոշում է սիմետրիկ ալիքային ֆունկցիաներով ստացիոնար վիճակների էներգիայի հնարավոր արժեքները՝ էներգետիկ սպեկտրը: Վերջինիս պարզաբանման համար (1.17) առնչությունը գրենք

$$\frac{\sqrt{v_0 - \varepsilon}}{\sqrt{\varepsilon}} = \tan(\sqrt{\varepsilon}), \quad 0 \leq \varepsilon \leq v_0$$

տեսքով, որտեղ  $\varepsilon = (V_0 - E)/E_{\text{rec}}$ -ն մասնիկի էներգիայի հեռավորությունն է հորի հատակից «հետհարվածի»  $E_{\text{rec}} = 2\hbar^2/Ma^2$  էներգիայի միավորներով,  $v_0 = V_0/E_{\text{rec}}$ : Մեկտեղելով ձախակողմյան և աջակողմյան արտահայտությունների գրաֆիկները՝ կարելի է հեշտությամբ համոզվել, որ հավասարումն ունի գոնե մեկ լուծում (միաչափ ուղղանկյուն պոտենցիալային հորում առկա է գոնե մեկ էներգետիկ մակարդակ), իսկ ընդհանուր դեպքում, երբ  $v_0 > 2\pi$ , ապա մակարդակների թիվը հավասար է լինում  $\sqrt{v_0/2\pi}$ -ի ամբողջ մասին:

Անդրադառնալով (1.16) հավասարումներից մեկին և ավելացնելով  $\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(z)|^2 dz = 1$  նորմավորման պայմանը՝ ստանում ենք

$$A_{\text{sym}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \left( \frac{1}{2} + \frac{\cos^2 ka/2}{\kappa a} + \frac{\sin ka}{2ka} \right)^{-1/2}, \quad C_{\text{sym}} = e^{\kappa a/2} \cos(ka/2) A_{\text{sym}}:$$

Անտիսիմետրիկ լուծումների համար անընդհատության պայմաններն ասում են

$$A_{\text{anti}} \sin ka/2 = C_{\text{anti}} e^{-\kappa a/2}, \quad A_{\text{anti}} k \cos ka/2 = -\kappa C_{\text{anti}} e^{-\kappa a/2},$$



որոնք անընդհատության պայմանների հետ միասին (1.13) և (1.15) ալիքային ֆունկցիաների գործակիցների համար տալիս են հետևյալ արտահայտությունները.

$$A_{\text{anti}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \left( \frac{1}{2} + \frac{\sin^2 ka/2}{\kappa a} - \frac{\sin ka}{2ka} \right)^{-1/2}, \quad C_{\text{anti}} = e^{\kappa a/2} \sin(ka/2) A_{\text{anti}} :$$

Կապված վիճակների միջոցով ձևավորվող ալիքային փաթեթն իրեն պահում է մոտավորապես Նկ. 1.1-ում պատկերված օրինաչափություններով, և դրան ավելի մանրամասն ընթերցողը կարող է ծանոթանալ ինքնուրույն աշխատանքի ձևով:

## § 2. Քվանտային թունելացում

Քվանտային մասնիկի ալիքային բովանդակությունը նկատելիորեն փոխում է նրա մեխանիկական շարժման օրինաչափությունները: Առավել նկատելի նորությունը այն է, որ մասնիկն ընդհանուր դեպքում ձեռք է բերում հավանականություն գտնվելու նաև տարածական այնպիսի տիրույթներում, ուր նրա ընդհանուր էներգիան փոքր է պոտենցիալ էներգիայից: Մեր քննարկած օրինակում պոտենցիալ էներգիայի մեծ արժեքների տիրույթը տարածվում էր մինչև անվերջություն, ինչը բոլորովին պարտադիր չէ: Պետք է սպասել, որ պոտենցիալային արգելքի վերջավոր լայնությունների դեպքում քվանտային մասնիկն իր ալիքային հատկությունների շնորհիվ կունենա գոյից տարբեր հավանականություն՝ հայտնվելու արգելքի հակառակ կողմում, այսինքն՝ կարող է «հաղթահարել» իր էներգիայից բարձր պոտենցիալային արգելքը: Հաշվարկները, իսկ հետագայում նաև փորձերը, ցույց են տվել, որ երևույթն իսկապես գոյություն ունի և կոչվում է քվանտային թունելացում: Ավելին, քվանտային թունելացումը հասել է կարևորագույն կիրառությունների, որոնց հնարավորինս կանդրադառնանք հետագայում:

Պոտենցիալային արգելքն անընդհատ փոփոխվող

$$V(x) = V_0 \cos\left(\frac{\pi}{a} x\right), \quad |z| \leq a/2 \tag{2.1}$$

զանգակի տեսքով, ինչի նպատակներից մեկը պոտենցիալների իրական տեսքերին ավելի մոտիկ գտնվելն է, իսկ մյուսը՝ տեսնել, որ դանդաղ փոփոխվող պոտենցիալային արգելքներին բախվելիս ալիքային փաթեթն այդքան շեշտակի չի աղավաղվում, ինչպես պոտենցիալի կտրուկ (թռիչքաձև) փոփոխությունների դեպքում:

Պոտենցիալային արգելքի տիրույթում Շրեդինգերի

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{d^2 \Psi_E(z)}{dz^2} = \left( E - V_0 \cos\left(\frac{\pi}{a} z\right) \right) \Psi_E(z)$$

հավասարումը մաթեմատիկորեն Մաթյեի հավասարման տեսքի է,

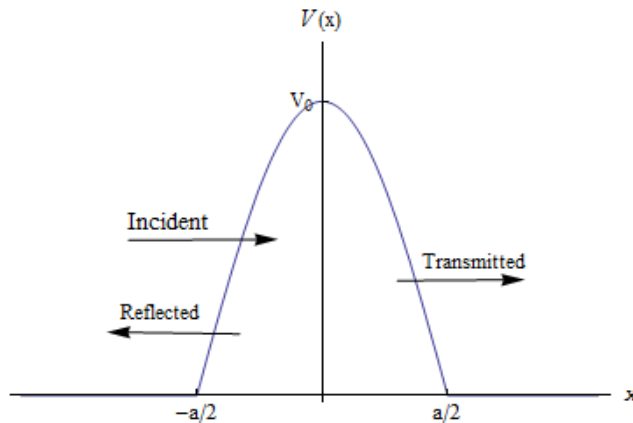
$$\Psi_{\text{sym}}(x) = C \left( 2\varepsilon, \nu_0, \frac{\pi}{2a} x \right), \quad \Psi_{\text{anti}}(x) = S \left( 2\varepsilon, \nu_0, \frac{\pi}{2a} x \right) \tag{2.2}$$



Էմիլ Մաթյե

համապատասխանաբար սիմետրիկ և անտիսիմետրիկ լուծումներով, որտեղ  $\varepsilon = 4MEa^2 / \pi^2 \hbar^2$   $v_0 = 4MV_0a^2 / \pi^2 \hbar^2$  ,  $E > 0$  : Պոտենցիալային արգելքից դուրս  $|x| > a/2$  տիրույթում մասնիկի շարժումն ազատ է, և գծային անկախ լուծումները հարմար է ընտրել  $e^{ikz}$  և  $e^{-ikz}$  ֆունկցիաների տեսքով, որտեղ  $k = \sqrt{2ME} / \hbar$  :

Քվանտային թունելացման խնդիրը ձևակերպվում է որպես արգելքի վրա միակողմանի (սովորաբար ձախից) ընկնող ալիքի՝ արգելքից անցնող և անդրադարձող բաղադրամասերի որոշման խնդիր (Նկ. 1.2): Վերջիններիս ամպլիտուդների հարաբերություններն ընկնող ալիքի ամպլիտուդին բնութագրում են փոխազդեցությունը և ներկայացնում անցման և անդրադարձման գործակիցները, համապատասխանաբար  $t$  և  $r$  : Ընդհանուր դեպքում դրանք կոմպլեքս մեծություններ են:



Նկ. 1.2. Մատերիայի դեբրոյյան ալիք, ընկնելով պոտենցիալային արգելքի վրա, մասնակիորեն անցնում և մասնակիորեն անդրադառնում է ամեն մի էներգիայի դեպքում:

Ընդունելով ընկնող հավանականային ալիքի ամպլիտուդը միավոր՝ անցած և անդրադարձած ալիքների ամպլիտուդները ևս հավասար կլինեն  $t$  և  $r$  , ընդ որում՝ հավանականության հոսքի պահպանությունից նրանց միջև ստանում ենք  $|r|^2 + |t|^2 = 1$  առնչությունը: Արդյունքում,  $x < -a/2$  տիրույթում լուծումն ունենում է  $\Psi_E(z) = e^{ikz} + r e^{-ikz}$  տեսքը, իսկ  $z > a/2$  տիրույթում՝  $\Psi_E(z) = t e^{ikz}$  տեսքը:



Լուի դե Բրոյլ

Գրենք ալիքային ֆունկցիայի և նրա ածանցյալի անընդհատության պայմանները արգելքի ձախակողմյան եզրային  $x = -a/2$  կետում՝

$$e^{-ika/2} + r e^{ika/2} = \alpha_{\text{sym}} C\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) - \alpha_{\text{anti}} S\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right),$$

$$i k e^{-ika/2} - i k r e^{ika/2} = -\alpha_{\text{sym}} \frac{\pi}{2a} C'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) + \alpha_{\text{anti}} \frac{\pi}{2a} S'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right),$$

որտեղ շտրիխները երկրորդ հավասարման աջ կողմում նշանակում են ածանցյալներ ըստ արգումենտի: Գրենք անընդհատության պայմանները նաև աջակողմյան եզրային  $z = a/2$  կետի համար.

$$t e^{i\kappa a/2} = \alpha_{\text{sym}} C\left(2\varepsilon, \nu_0, \frac{\pi}{4}\right) + \alpha_{\text{anti}} S\left(2\varepsilon, \nu_0, \frac{\pi}{4}\right),$$

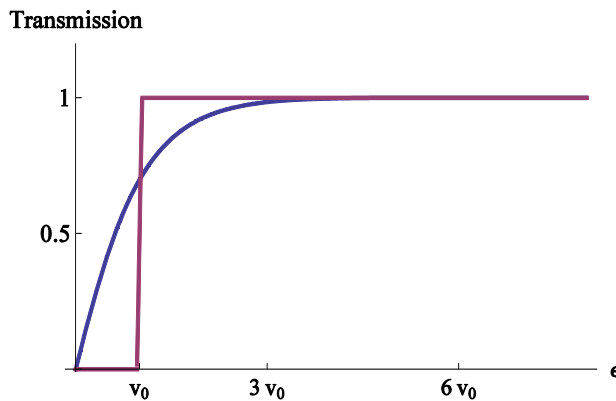
$$i k t e^{i\kappa a/2} = \alpha_{\text{sym}} \frac{\pi}{2a} C'\left(2\varepsilon, \nu_0, \frac{\pi}{4}\right) + \alpha_{\text{anti}} \frac{\pi}{2a} S'\left(2\varepsilon, \nu_0, \frac{\pi}{4}\right):$$

Դրանք անհամասեռ հավասարումների համակարգ են  $\alpha_{\text{sym}}$ ,  $\alpha_{\text{anti}}$ -ի և փնտրվող անցման  $t$  և անդրադարձման  $r$  գործակիցների նկատմամբ: Արդյունքում ստանում ենք

$$t = 2k a e^{-i\kappa a} C\left(2\varepsilon, \nu_0, \frac{\pi}{4}\right) / \left(2ka C\left(2\varepsilon, \nu_0, \frac{\pi}{4}\right) + i\pi C'\left(2\varepsilon, \nu_0, \frac{\pi}{4}\right)\right) - 2k a e^{-i\kappa a} S\left(2\varepsilon, \nu_0, \frac{\pi}{4}\right) / \left(2k a S\left(2\varepsilon, \nu_0, \frac{\pi}{4}\right) + i\pi S'\left(2\varepsilon, \nu_0, \frac{\pi}{4}\right)\right), \quad (2.3a)$$

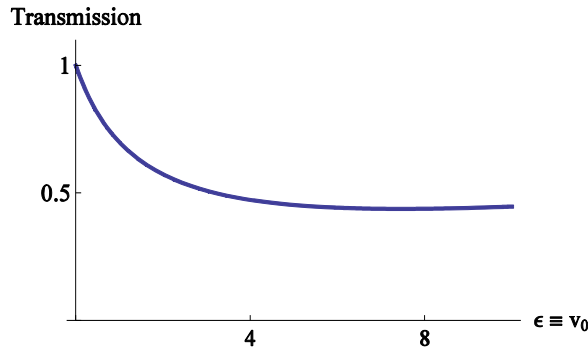
$$r = -e^{-i\kappa a} + 2k a e^{-i\kappa a} C\left(2\varepsilon, \nu_0, \frac{\pi}{4}\right) / \left(2k a C\left(2\varepsilon, \nu_0, \frac{\pi}{4}\right) + i\pi C'\left(2\varepsilon, \nu_0, \frac{\pi}{4}\right)\right): \quad (2.3b)$$

Նկ. 2.1-ում հարթ կորով ներկայացված է քվանտային մասնիկի՝ պոտենցիալային արգելքը հաղթահարելու հավանականության կախումը մասնիկի ստացիոնար վիճակի էներգիայից: Համեմատության համար կախումը բերված է նաև դասական քննարկման համար: Մատերիայի ալիքային բնույթն ի հայտ է գալիս նրանով, որ պոտենցիալային արգելքի բարձրությունից փոքր էներգիաների դեպքում անցման հավանականությունը զրո չէ, այլ աստիճանաբար է մեծանում: Սա *քվանտային թունելացման* երևույթն է քննարկվող խնդրի պայմաններում: Պոտենցիալի բարձրությունն անցնելիս քվանտային թունելացման հավանականությունը միանգամից չի դառնում մեկ, այլ մոնոտոն է մոտենում նրան:



Նկ. 2.1. Քվանտային թունելացման հավանականության կախումը մասնիկի էներգիայից

Պոտենցիալային արգելքի բարձրությունը մեծացնելիս թունելացման հավանականությունը, իհարկե, նվազում է: Այս իմաստով հետաքրքիր է անցման հավանականության վարքը, երբ պոտենցիալային արգելքի բարձրացմանը զուգընթաց մասնիկի էներգիան էլ է մեծանում՝ մնալով արգելքի բարձրությանը հավասար՝  $\varepsilon = \nu_0$  պայմանի առկայությամբ: Այն ներկայացված է Նկ. 2.2-ում՝ սկսելով մեկից, թափանցելիությունը ասիմպտոտորեն մոտենում է 0.5 արժեքին:



Նկ. 2.2. Պոտենցիալային արգելքի անցման հավանականության կախումը պոտենցիալային արգելքի բարձրությունից պայմանով, որ մասնիկի էներգիան մնում է պոտենցիալի բարձրությանը հավասար:

Այստեղ հարկ է ավելացնել, որ 0.5 ասիմպտոտիկ արժեքը վերաբերում է ոչ միայն (2.1) բանաձևով որոշվող պոտենցիալին, այլ տեղի ունի բոլոր այն դեպքերում, երբ պոտենցիալ էներգիան մեկ կետում է հասնում մաքսիմումի: Իսկ եթե մաքսիմումի տիրույթը վերջավոր լայնության է (կորի գագաթային մասը հարթ է), ապա քննարկվող սահմանում թափանցելիությունը ձգտում է գրոյի:

*Ալիքային փաթեթի անցումը և անդրադարձումը:* Քվանտային մեխանիկայում որոշակի չափերում պարփակված մասնիկի ներկայացումը կատարվում է, որպես կանոն, ալիքային փաթեթի միջոցով: Շրեդինգերի ժամանակային հավասարման գծային բնույթը հնարավորություն է տալիս ալիքային փաթեթի խնդիրը լուծել համեմատաբար պարզ միջոցներով՝ էլնելով ստացիոնար լուծումների առկայությունից:

Ենթադրենք պոտենցիալային արգելքի վրա ընկնող ալիքային փաթեթը ժամանակի  $t = 0$  սկզբնապահին տրվում է

$$\Psi_E(x, t = 0) = \sqrt{\frac{2\pi}{b}} \cos \frac{\pi}{b}(x+l) e^{ip_0 x/\hbar}, \quad -l - b/2 \leq x \leq -l + b/2 \leq 0 \quad (2.4)$$

բանաձևով, կուտակված  $z = -l$  կետի  $\pm b/2$  միջակայքում և օժտված իմպուլսի  $p_0$  միջին արժեքով:

Ժամանակի հետագա պահերին՝ մասնավորապես պոտենցիալային արգելքի հետ փոխազդելուց հետո, ալիքային ֆունկցիայի տեսքը ստանալու համար այն վերլուծենք ըստ ստացիոնար վիճակների ալիքային ֆունկցիաների՝

$$\Psi(z, t) = \int_0^\infty C(E) \Psi_E(z) e^{-iEt} dE, \quad (2.5)$$

որտեղ  $\Psi_E(x)$ -ը  $E$  էներգիայով ստացիոնար վիճակի վերևում հաշվված ալիքային ֆունկցիան է, որի պարամետրերն էներգիայի հայտնի ֆունկցիաներ են: Անհայտ  $C(E)$  գործակիցների հաշվման համար (2.2) հավասարությունը գրում ենք  $t = 0$  սկզբնապահի համար և ապա օգտվում ենք ստացիոնար վիճակների

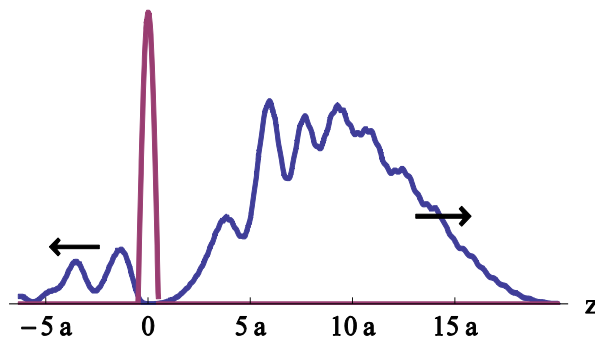
$$\int_{-\infty}^\infty \Psi_{\varepsilon'}^*(x) \Psi_\varepsilon(x) dx = \delta(E' - E)$$

օրթոնորմավորման պայմանից: Արդյունքում ստանում ենք

$$C(E) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_E^*(z) \Psi_E(z, t=0) dz = \int_{-\infty}^{-ka/2} (e^{-ikz} + r^* e^{ikz}) \Psi_E(z, t=0) dz + \int_{ka/2}^{\infty} t^* e^{-ikz} \Psi_E(z, t=0) dz + \int_{-ka/2}^{ka/2} \left( \alpha_{\text{sym}}^* C^* \left( 2\varepsilon, \nu_0, \frac{\pi}{2a} z \right) + \alpha_{\text{anti}}^* S^* \left( 2\varepsilon, \nu_0, \frac{\pi}{2a} z \right) \right) \Psi_E(z, t=0) dz$$

ինտեգրալային արտահայտությունը, որտեղ  $\alpha_{\text{sym}}$  և  $\alpha_{\text{anti}}$  գործակիցները որոշվում են  $x = -a/2$  և  $x = a/2$  կետերում ալիքային ֆունկցիայի անընդհատ լինելու պահանջից: (2.4) բանաձևով տրվող  $\Psi_E(x, t=0)$  լոկալիզացված ֆունկցիայի համար բանաձևի երկրորդ և երրորդ ինտեգրալների սահմաններում  $\Psi_E(x, t=0) = 0$  և  $C(E)$ -ում ներդրում բերում է միայն առաջին ինտեգրալային անդամը: Այն եռանկյունաչափական ֆունկցիաների պարզ կոմբինացիաների ինտեգրալ է և հեշտորեն հաշվվում է:

Նկ. 2.3-ը մեկնաբանում է ալիքային փաթեթի՝ պոտենցիալային արգելքի հետ բախման արդյունքը բախումից որոշ ժամանակ անց: Ինչպես տեսնում ենք, ալիքային փաթեթը տրոհվում է երկու՝ անդրադարձած և անցած մասերի, սակայն դրանց տեսքերն արդեն չեն կրկնում ընկնող փաթեթի հարթ զանգակաձև տեսքը, այլ ավելի բարդ կառուցվածք ունեն:



Նկ. 2.3. Սկզբնականի շուրջ լոկալիզացված պոտենցիալային արգելքի լայնությունը հիմքի մոտ  $a$  է, իսկ ալիքային փաթեթի սկզբնական լայնությունը հիմքի մոտ եղել է  $b = a/2$ :

Այդ տեսքերը նաև էվոլյուցիա են ապրում ժամանակի ընթացքում: Ինչպես և պետք էր սպասել, պոտենցիալային արգելքը հաղթահարած և արգելքից անդրադարձած ալիքային փաթեթները տարածման ընթացքում ճապաղվել են՝ էապես գերազանցելով ընկնող ալիքային փաթեթի  $b = a/2$  լայնությունը:

Որպես ամփոփում՝ նկատենք, որ միշտ չէ, որ պոտենցիալային արգելքի անցման հավանականության կախումը մասնիկի էներգիայից ունենում է Նկ. 2.1-ում ներկայացված մոնոտոն աճող տեսքը: Եթե պոտենցիալային կորի գագաթն ունենում է հարթ տեսք, ինչպես, ասենք, ուղղանկյունաձև պոտենցիալի համար է, ապա կախվածությունում ի հայտ են գալիս օսցիլյացիաներ, որոնց ամպլիտուդներն աստիճանաբար մարում են, և կորն ասիմպտոտիկայում է դառնում մոնոտոն:

### § 3. Ռեզոնանսային թունելացում

Քննարկենք երկու հաջորդական պոտենցիալային արգելքների քվանտային թունելացումը: Մասնիկի համընթաց շարժման ալիքային բնույթն այստեղ հնարավորություն է ստանում ավելի ցայտուն ի հայտ գալու, քան է մեկ առանձին արգելքի դեպքում: Բազմակի անգամ անդրադարձող ալիքների ինտերֆերենցիան երկու արգելքների միջև ընկած տիրույթում, երբ կրում է կոնստրուկտիվ բնույթ, կտրուկ մեծացնում է ալիքի ամպլիտուդը և որպես արդյունք՝ անցման հավանականությունը: Քանի որ ինտերֆերենցիայի կոնստրուկտիվ լինելու հնարավորությունը շատ զգայուն է ընկնող մասնիկների էներգիաների (դե Բրոյլի ալիքի երկարությունների) նկատմամբ, ապա քվանտային թունելացման կտրուկ աճն էներգետիկ սպեկտրում ի հայտ է գալիս առանձնացված՝ ռեզոնանսային կոչվող մաքսիմումների տեսքով:

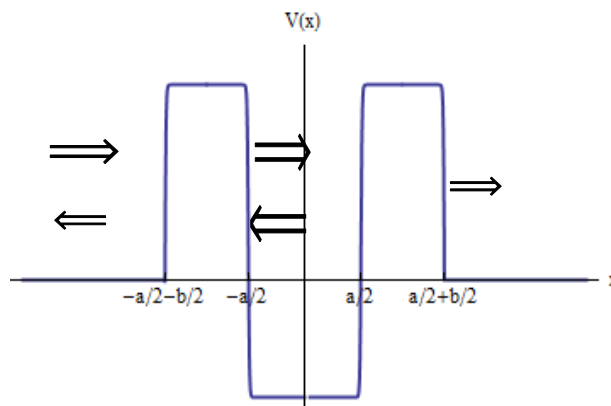
Մաթեմատիկական հաշվարկների պարզեցման նպատակով պոտենցիալային արգելքները կենթադրենք ուղղանկյունաձև: Կհամարենք նաև, որ պոտենցիալային արգելքների միջև տարածքում պոտենցիալն ընդհանուր դեպքում զրո չէ՝

$$V(x) = \begin{cases} 0 & |x| > (a+b)/2 \\ V & a/2 \leq |x| \leq (a+b)/2 \\ -V_0 & |x| < a/2 \end{cases} \quad (3.1)$$

Այն նաև սիմետրիկ է  $x = 0$  սկզբնակետի նկատմամբ և պատկերված է Նկ. 3.1- ում:

Թունելացման խնդրի լուծումը կառուցվում է Շրեդինգերի ստացիոնար հավասարման լուծումների միջոցով՝

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2M} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) \right) \Psi_E(x) = E \Psi_E(x): \quad (3.2)$$



Նկ. 3.1. Կրկնակի պոտենցիալային արգելքի և նրանում մատերիալի ալիքների պատկերը

Տարածական տիրույթներին դիմում ենք ձախից աջ հերթականությամբ:  $x \leq -a/2 - b/2$  ձախակողմյան տիրույթում պոտենցիալը զրո է, և առկա են ընկնող և անդրադարձող ալիքներ՝  $\Psi_I(z) = e^{ikx} + r e^{-ikx}$ , որտեղ  $k = \sqrt{2ME}/\hbar$ : Երկրորդ՝  $-a/2 - b/2 \leq x \leq -a/2$  տիրույթում, ուր պոտենցիալը  $V$  է, ունենում ենք  $\Psi_{II}(x) = A_1 e^{\kappa x} + A_2 e^{-\kappa x}$  արտահայտությունը, ուր

$\kappa = \sqrt{2M(V - E)/\hbar}$  : Մյուս տիրույթների համար կունենանք հաջորդաբար  $\Psi_{III}(x) = B_1 e^{iKx} + B_2 e^{-iKx}$  ( $K = \sqrt{2M(V_0 + E)/\hbar}$ ),  $\Psi_{IV}(z) = C_1 e^{\kappa x} + C_2 e^{-\kappa x}$  և  $\Psi_V(z) = t e^{ikx}$ :

Կարման (անընդհատության) պայմաններն ալիքային ֆունկցիայի և նրա ածանցյալի համար՝ գրված եզրային չորս կետերում, տալիս են ութ հավասարումներ ութ անհայտ գործակիցների համար, որոնցից մեզ առաջին հերթին հետաքրքրում են  $r$ -ը և  $t$ -ն:

Քննարկվող խնդրում առավել էական և կիրառությունների համար կարևոր են սահմանային երկու դեպքերը, երբ ա) պոտենցիալային արգելքները բավականին բարձր են, այնպես, որ յուրաքանչյուր առանձին վերցրած պոտենցիալային արգելքի քվանտային թունելացման հավանականությունը շատ փոքր է, և բ) երբ քվանտային անցումը տեղի է ունենում պոտենցիալային հորի վրայով, առանց պոտենցիալային արգելքների:

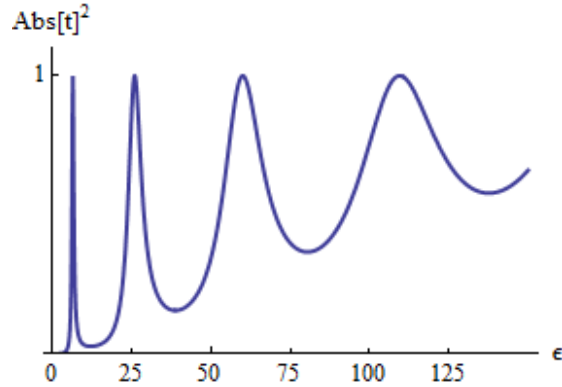
Առաջին դեպքում առաջին պոտենցիալային արգելքն անցած մատերիայի հավանականային ալիքը համարյա ամբողջությամբ անդրադառնում է երկրորդ արգելքից և նորից ընկնում առաջին արգելքի վրա աջից և համարյա ամբողջությամբ անդրադառնում դեպի միջարգելքային տարածություն, և այսպես մեծ թվով անգամներ: Միջարգելքային տարածքում առկա ալիքային դաշտը կարելի է բաժանել երկու՝ ձախից աջ և աջից ձախ տարածվող ալիքների խմբերի, որոնց բաղադրիչ ալիքների փուլերի միջև կան որոշակի տարբերություններ: Հենց այս տարբերություններից է կախված տարածքում ձևավորվող ընդհանրական ալիքների ամպլիտուդները: Եթե այն  $2\pi$  է կամ դրա պատիկները, ապա միակողմանի տարածվող ալիքների ամպլիտուդները գումարվում են թվաբանորեն (ալիքների կոնստրուկտիվ ինտերֆերենցիա) և աստիճանաբար ձևավորում մեծ ամպլիտուդով ալիք: Չնայած երկրորդ պոտենցիալային արգելքի փոքր թունելացման գործակցին՝ արգելքից արտահոսող ալիքի ամպլիտուդը ևս աստիճանաբար մեծանում է և կարող է հավասարվել պոտենցիալային համակարգի վրա ձախից ընկնող ալիքի ամպլիտուդին: Այդ դեպքում ձևավորվում է ստացիոնար վիճակ, իսկ համակարգը դառնում է լրիվ թափանցիկ ընկնող մատերիայի ալիքի համար: Այս երևույթը կոչվում է կրկնակի պոտենցիալային հորերի ռեզոնանսային թունելացում:

Անցման և անդրադարձման մեկ լրիվ ցիկլ կատարած հաջորդական ալիքների փուլերի միջև տարբերությունը  $\Delta\varphi = 2\pi \cdot 2a / \lambda_{dB}$  է, որտեղ  $a$ -ն պոտենցիալային արգելքների միջև պոտենցիալային հորի լայնությունն է,  $\lambda_{dB}$ -ն՝ դե Բրոյլի ալիքի երկարությունը: Հետևաբար, ռեզոնանսային թունելացման  $\Delta\varphi = n \cdot 2\pi$  պայմանը բավարարվում է, եթե  $\lambda_{dB} = 2a / n$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ : Նկատի ունենալով  $\lambda_{dB} = 2\pi\hbar / p$  և  $p = \sqrt{2ME}$  ( $V_0 = 0$ ) առնչությունները՝ ռեզոնանսային էներգիայի համար ստանում ենք

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2Ma^2} n^2 \quad (3.3)$$

պարզ արտահայտությունը (Տե՛ս նաև (1.7) բանաձևը): Երբ հեռանում ենք ճշգրիտ ռեզոնանսի (3.3) պայմանից, ապա ներարգելքային տիրույթում կոնստրուկտիվ ինտերֆերենցն աստիճանաբար թուլանում է և ապա անցնում դեստրուկտիվ ինտերֆերենցի, երբ նույն ուղղությամբ տարածվող ալիքներն էֆեկտիվորեն մարում են իրար՝ նվազեցնելով երկրորդ պոտենցիալային արգելքն անցնող ալիքի ամպլիտուդը: Կրկնակի պոտենցիալային արգելքի քվանտային թափանցելիությունն արագորեն նվազում է՝ մինիմալ լինելով հակափուլության  $2a = (n + 1/2) \lambda_{dB}$ ,

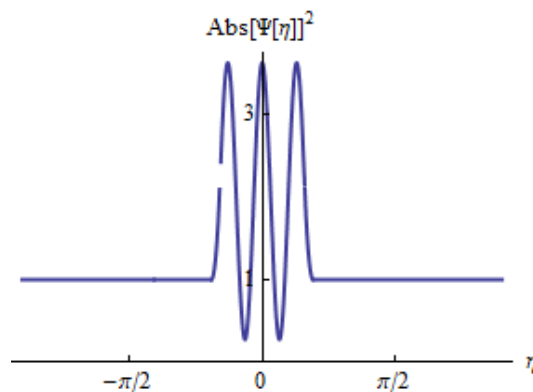
$n = 0, 1, 2, \dots$  պայմաններում, ինչպես երևում է Նկ. 3.2-ում բերված գրաֆիկներից, ուր քվանտային անցման հավանականությունը պատկերված է՝ կախված ընկնող մասնիկների էներգիայից:



Նկ. 3.2. Կրկնակի պոտենցիալային արգելքի ( $V_0 = 0$ ) քվանտային թունելացման կախումն ընկնող մասնիկի էներգիայից:  $V = 100 E_{\text{rec}}$ ,  $E_{\text{rec}} = \hbar^2 / 2Ma^2$ :

Երևում է նաև, որ ռեզոնանսի համարի (մասնիկի էներգիայի) աճին զուգընթաց, երբ մեծանում է առանձին պոտենցիալային արգելքի թափանցելիությունը, մեծանում է նաև ռեզոնանսի լայնությունը, թուլանում ռեզոնանսի արտահայտվածությունը: Նկատենք նաև, որ պոտենցիալ արգելքի բարձրությանը հավասար  $E = V = 100 E_{\text{rec}}$  կետում թունելացման օրինաչափության որևէ կտրուկ փոփոխություն չի նկատվում:

Ինչպես բացատրվեց քիչ վերևում, կրկնակի պոտենցիալային արգելքի լրիվ թափանցելիության հնարավորությունը պայմանավորված է պոտենցիալային արգելքների միջև տարածությունում մատերիայի ալիքի ամպլիտուդի մեծ լինելու հնարավորությամբ: Այդ համամասնությունը պատկերված է Նկ. 3.3-ում, ուր պատկերված է մատերիայի ալիքի տարածական փովածքը Նկ. 3.2-ի երրորդ՝  $E \approx 60 E_{\text{rec}}$  էներգիայով ռեզոնանսի համար ( $\eta \equiv ax$ ):

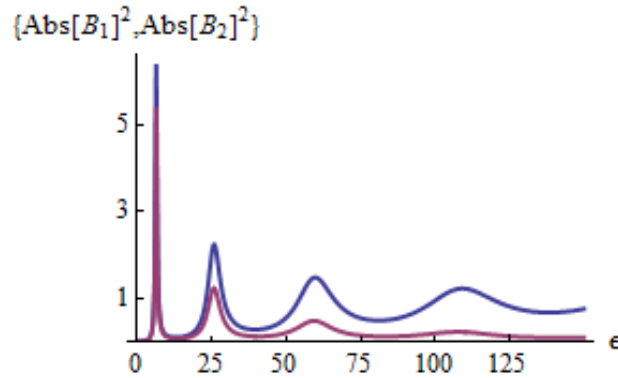


Նկ. 3.3. Ճշգրիտ ռեզոնանսի պայմաններում մասնիկի ալիքային ֆունկցիայի տարածական բաշխումը կրկնակի պոտենցիալային արգելքում

Զախակողմյան տիրույթում ամպլիտուդի մոդուլյացիայի բացակայությունը խոսում է անդրադարձած ալիքի իսպառ բացակայության մասին: Բաշխման մինիմումները չեն հասնում զրոյական արժեքի, ինչը նշանակում է, որ միջարգելքային տիրույթում հանդիպակաց տարածվող ալիքների  $B_1$  և  $B_2$  ամպլիտուդներն իրար հավասար չեն նաև ռեզոնանսի պայմաններում:



Դրանում համոզվել կարելի է Նկ. 3.4-ից, ուր այդ ամպլիտուդները պատկերված են՝ կախված թունելացող մասնիկի էներգիայից:



Նկ. 3.4. Միջարգելքային տիրույթում մասնիկի մատերիայի ալիքների ինտենսիվությունների կախումը մասնիկի էներգիայից: Ընկնող ալիքի ամպլիտուդը հավասար է 1-ի:

*Պոտենցիալային հորի դեպքը:* Բնչպես արդեն կարելի էր կոստել գործող մեխանիզմի բովանդակությունից, քվանտային թունելացման գործակցում ռեզոնանսային կախվածություն տեղի ունի նաև առանձին պոտենցիալային հորի դեպքում, առանց պոտենցիալային արգելքների գոյության ( $V = 0, V_0 > 0$ ): Նման հաշվարկների արդյունքում պոտենցիալային հորի անցման հավանականության համար ստանում ենք

$$|t|^2 = \frac{4E(V_0 + E)}{4E(V_0 + E) + V_0^2 \sin^2 \sqrt{(V_0 + E)/E_{\text{rec}}}} \quad (3.4)$$

արտահայտությունը: Ռեզոնանսներն իրականանում են

$$V_0 + E_n = \pi^2 n^2 E_{\text{rec}} \quad (3.5)$$

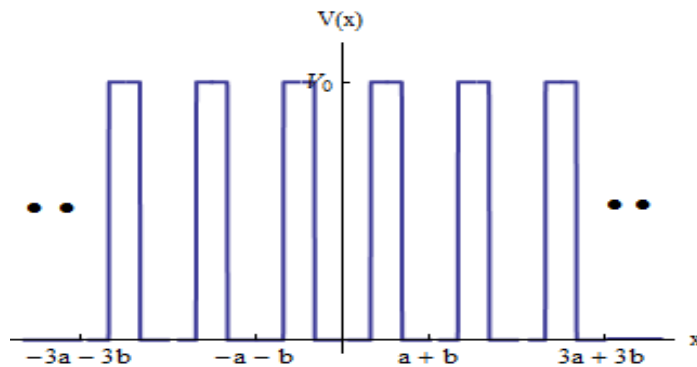
պայմանին բավարարող էներգիաների դեպքում, որտեղ  $n$ -ը ամբողջ թիվ է:

Նկատենք, որ (3.5)-ը ներկայացնում է ֆիզիկական նույն պայմանը, ինչ և երկու արգելքներով սահմանափակված պոտենցիալային հորի դեպքում էր. հարկ է, որ հորի կրկնակի լայնության վրա տեղավորվեն ամբողջ թվով ալիքի երկարություններ՝ բաղադրիչ ալիքների կոնստրուկտիվ ինտերֆերենցիա ապահովելու համար: Անդրադարձումներն էլ առաջանում են հորի երկու եզրերից, որտեղ տեղի են ունենում պոտենցիալ էներգիայի կտրուկ փոփոխություններ:

Հետաքրքիր իրավիճակ է առաջանում պոտենցիալային հորի  $V_0$  խորությունը մեծացնելիս: Թունելացման մինիմալ արժեքները փոքրանում են՝ փոքրացնելով նաև ռեզոնանսային մաքսիմումների լայնությունները: Պոտենցիալային հորը, ինչը դասական օրինաչափությունների դեպքում ամբողջովին թափանցիկ կլինեք մասնիկի կամայական էներգիայի դեպքում, քվանտային բնույթի պատճառով մնում է թափանցիկ միայն որոշակի, իրարից արագ հեռացող էներգիաների նեղ շրջակայքի համար: Մահմանում հորի անցման հնարավորությունը զրոյանում է: Թողնում ենք ընթերցողին ֆիզիկական մեկնաբանություն տալու ստացված «սարօրինակ» արդյունքին:

## § 4. Մասնիկը տարածապարբերական պոտենցիալում: Բլոխի օսցիլյացիաներ

Դիտարկենք մասնիկի ստացիոնար վիճակները պարբերական (նույնաբար անվերջ կրկնվող) պոտենցիալի դաշտում: Որոշակի կարևոր օրինաչափություններ կարելի է ստանալ՝ առանց կոնկրետացնելու յուրաքանչյուր կրկնվող բջիջում պոտենցիալի տեսքը, սակայն հարմար է խնդիրը լուծել ուղղանկյան տեսքի համար (Նկ. 4.1), առավել ևս որ կիրառական կարևոր նշանակություն ունեցող կիսահաղորդչային նմուշներում այն բավականին լավ մոդելավորում է առկա իրավիճակը: Գրականության մեջ այս պոտենցիալը հայտնի է Կրոնիգ-Պեննիի անվամբ:



Նկ. 4.1. Միաչափ ուղղանկյուն պարբերական պոտենցիալի տեսքը

Կոնկրետ փոխազդեցության պայմաններում ստացիոնար վիճակները, ինչպես արդեն գիտենք, որոշում է Շրեդինգերի

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + V(x) \Psi(x) = E \Psi(x)$$

հավասարումը: Քննարկվող դեպքում

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x_n - a/2 \leq x \leq x_n + a/2 \\ V_0 & x_n + a/2 \leq x \leq x_n + a/2 + b \end{cases} \quad (4.1)$$

որտեղ  $x_n = nl$ ,  $n = \mp 1, \mp 2, \dots$ ,  $l = a + b$ -ն պոտենցիալի պարբերականության քայլի մեծությունն է,  $a$ -ն՝ պոտենցիալային արգելքների միջև հեռավորությունը, իսկ  $b$ -ն՝ պոտենցիալային արգելքների լայնությունը:

Քանի որ պոտենցիալի համար  $V(x+l) = V(x)$ , ապա Շրեդինգերի ստացիոնար հավասարմանը բավարարում են  $|\Psi(x+l)| = |\Psi(x)|$ , կամ որ նույնն է՝  $\Psi(x) = e^{i\varphi} \Psi(x-l)$  պայմանին բավարարող ֆունկցիաները կամայական  $x$ -ի համար, իսկ  $\varphi$ -ն որևէ իրական թիվ է: Նկատի ունենալով, որ  $V_0 = 0$  ազատ շարժման դեպքում  $\Psi(x) = A e^{ikx}$ , որտեղ  $A$ -ն որևէ հաստատուն է և  $k = \sqrt{2ME}/\hbar$ ,  $\varphi$  հաստատունի համար ստանում ենք  $\varphi = kl$  արտահայտությունը: Դա իր հերթին հուշում է, որ ընդհանուր դեպքում հարմար է  $\varphi$  հաստատունը ներկայացնել

$$\varphi = \frac{p}{\hbar} l$$

տեսքով, որտեղ  $p$ -ն իմպուլսի չափողականություն ունեցող վիճակի պարամետր է և կոչվում է քվազիիմպուլս: Այսինքն՝

$$\Psi(x) = e^{ipx/\hbar} \Psi(x-l), \quad (4.2)$$

ինչը հայտնի է որպես Բլոխի պայման: Այս պայմանին բավարարող ֆունկցիաները կարող են ֆակտորիզացվել

$$\Psi(x) = e^{ipx/\hbar} \phi(x) \quad (4.3)$$

տեսքով, որում  $\phi(x)$  ամպլիտուդը պարբերական է՝  $\phi(x) = \phi(x-l)$ :

Այժմ անդրադառնանք Շրեդինգերի հավասարման լուծմանը և առաջին քայլում դիտարկենք պոտենցիալի որևէ  $(n-1)$ -րդ բջիջ, որը ներառում է  $a$  լայնության ազատ շարժման տիրույթ և նրան աջից հարող  $b$  լայնության պոտենցիալային արգելք:

- $(n-1)l - a/2 \leq x \leq (n-1)l + a/2$ ,  $V(x) = 0$ : Ընդհանուր լուծումը՝

$$\Psi(x) = c_1 e^{ikx} + c_2 e^{-ikx}: \quad (4.4)$$

- $(n-1)l + a/2 \leq x \leq (n-1)l + a/2 + b$ ,  $V(x) = V_0$ : Ընդհանուր լուծումը՝

$$\Psi(x) = c_3 e^{\kappa x} + c_4 e^{-\kappa x}, \quad \kappa = \sqrt{2M(V_0 - E)}/\hbar: \quad (4.5)$$

Աջից եկող հաջորդ  $(n)$ -րդ ազատ շարժման տիրույթի լուծումը, համաձայն (4.2) պայմանի, արտահայտվում է նախորդի (4.4) լուծման միջոցով՝

$$\Psi(x) = e^{ipx/\hbar} (c_1 e^{ik(x-l)} + c_2 e^{-ik(x-l)}): \quad (4.6)$$

Անընդհատ անցում, ներառյալ ածանցյալի, պետք է տեղի ունենա (4.4) և (4.5) լուծումների միջև նրանց միավորման  $x = (n-1)l + a/2$  կետում: Բացի դա, անընդհատություն, ներառյալ ածանցյալի, տեղի պետք է ունենա նաև (4.5) և (4.6) լուծումների միջև նրանց միավորման  $x = (n-1)l + a/2 + b$  կետում՝

$$\begin{aligned} c_1 e^{ik(x_{n-1}+a/2)} + c_2 e^{-ik(x_{n-1}+a/2)} &= c_3 e^{\kappa(x_{n-1}+a/2)} + c_4 e^{-\kappa(x_{n-1}+a/2)}, \\ ik c_1 e^{ik(x_{n-1}+a/2)} - ik c_2 e^{-ik(x_{n-1}+a/2)} &= \kappa c_3 e^{\kappa(x_{n-1}+a/2)} - \kappa c_4 e^{-\kappa(x_{n-1}+a/2)}, \\ c_3 e^{\kappa(x_n-a/2)} + c_4 e^{-\kappa(x_n-a/2)} &= e^{ipx/\hbar} (c_1 e^{ik(x_n-a/2-l)} + c_2 e^{-ik(x_n-a/2-l)}), \\ \kappa c_3 e^{\kappa(x_n-a/2)} - \kappa c_4 e^{-\kappa(x_n-a/2)} &= e^{ipx/\hbar} (ik c_1 e^{ik(x_n-a/2-l)} - ik c_2 e^{-ik(x_n-a/2-l)}): \end{aligned}$$

Սա համասեռ հավասարումների համակարգ է  $c_j$ ,  $j=1,2,3,4$  անհայտ գործակիցների նկատմամբ: Նույնաբար զրոյից տարբեր լուծումներ ունենալը պահանջում է, ինչպես հայտնի է հանրահաշվից, անհայտների գործակիցներից կազմված դետերմինանտի զրո լինելը: Ոչ զրո ընդհանուր գործակիցը բաց թողնելուց հետո այն ստանում է

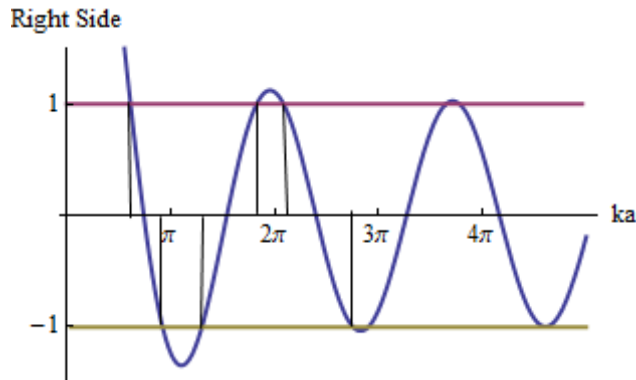
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ ik & -ik & -\kappa & \kappa \\ e^{ipx/\hbar} e^{-ika} & e^{ipx/\hbar} e^{ika} & -e^{\kappa b} & -e^{-\kappa b} \\ ik e^{ipx/\hbar} e^{-ika} & -ik e^{ipx/\hbar} e^{ika} & -\kappa e^{\kappa b} & \kappa e^{-\kappa b} \end{vmatrix} = 0$$

տեսքը, ինչը ստանդարտ գործողությունների արդյունքում ներկայանում է

$$\cos\left(\frac{pl}{\hbar}\right) = \cos(ka)ch(\kappa b) - \frac{k^2 - \kappa^2}{2k\kappa} \sin(ka)sh(\kappa b) \quad (4.7)$$

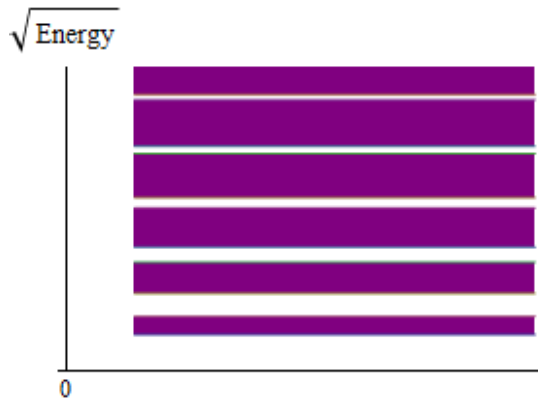
կոմպակտ տեսքով: Մա դիսպերսիոն առնչություն է, կապ  $k$  և  $\kappa$ -ի մեջ մտնող  $E$  էներգիայի և  $p$  քվազիիմպուլսի միջև: Այլ կերպ, այն որոշում է էներգետիկ սպեկտրն ամեն մի տված քվազիիմպուլսի համար:

Քանի որ հավասարման ձախ մասում մտնող կոսինուս ֆունկցիան սահմանափակ է  $[-1,1]$  տիրույթում, ապա հնարավոր է, որ էներգիայի որոշակի արժեքների տիրույթներում հավասարման աջ մասը մոդուլով մեծ լինի մեկից, և այդպիսի էներգիաները թույլատրելի չլինեն ստացիոնար վիճակների համար: Մյուս կողմից, քանի որ  $p$  քվազիիմպուլսը փոփոխվում է անընդհատ, ապա էներգիայի համապատասխան թույլատրելի արժեքները նույնպես պետք է փոփոխվեն անընդհատ և լցնեն որոշակի գոտիներ: Համոզվելու համար ասվածում կառուցենք (4.6)-ի աջակողմյան մասի գրաֆիկը՝ որպես էներգիայի ֆունկցիա, և տանենք նաև օրդինատը հավասար  $+1$ ,  $-1$  գծերը (Նկ. 4.2): Գրաֆիկի որոշ տեղամասերում կորը դուրս է  $[-1,1]$  տիրույթից, և ուրեմն էներգիայի համապատասխան արժեքների տիրույթներն արգելված են մասնիկի ստացիոնար վիճակների համար: Առաջին մի քանիսը ցուցված են ուղղահայացների միջոցով: Արգելված գոտուն հաջորդում է թույլատրելի գոտի (դրանք կոչվում են նաև զոնաներ), ապա նորից արգելված և այսպես շարունակ (Նկ. 4.3): էներգիայի թույլատրելի զոնաների լայնությունը դեպի բարձր էներգիաներ մեծանում է, արգելված զոնաներինը՝ փոքրանում:



Նկ. 4.2. (4.6) դիսպերսիոն հավասարման աջ մասը որպես էներգիայի  $ka$  պարամետրի ֆունկցիա:  $b/a = 0.1$ , իսկ պոտենցիալի բարձրությունը՝  $v_0 a = \sqrt{2MV_0} a / \hbar = 60$ :

Հետաքրքիր է էներգետիկ սպեկտրի համար ստացվող զոնային պատկերը համեմատել առանձին պոտենցիալային հորի սպեկտրի հետ: Հորում եթե  $E < V_0$ , որտեղ  $V_0$ -ն պոտենցիալային հորի խորությունն է, ապա էներգետիկ սպեկտրը դիսկրետ է, այսինքն՝ թույլատրելի են միայն որոշակի էներգիայով վիճակներ: Դա կարելի է հասկանալ, որ ստացիոնար վիճակներ ձևավորվում են մասնիկի ալիքային ֆունկցիայի՝ հորի աջակողմյան և ձախակողմյան պատերից հարյուր տոկոս անդրադարձումների կոնստրուկտիվ ինտերֆերենցիայի արդյունքում:



Նկ. 4.3. Պարբերական պոտենցիալում մասնիկի ստացիոնար վիճակների էներգիաների զոնային (զոտիական) կառուցվածքն ըստ Նկ. 4.2-ի:

Իսկ կոնստրուկտիվ ինտերֆերենցիա հնարավոր է միայն դիսկրետ դեպքերում, երբ մասնիկի տվյալ էներգիային համապատասխանող հորի լայնության վրա տեղավորվում են ամբողջ թվով Դե Բրոյլի ալիքի  $\lambda_{dB} = 2\pi\hbar / \sqrt{2ME}$  երկարություններ:

Եթե  $E > V_0$ , այսինքն՝ մասնիկի էներգիան ավելին է պոտենցիալային հորի բարձրությունից, ապա որոշակի լայնությունից հետո մասնիկի ալիքային ֆունկցիան, չհանդիպելով պոտենցիալի փոփոխության, չի անդրադառնում և արդյունքում ինտերֆերենցիայի իրավիճակ չի առաջանում: Ստացիոնար վիճակ հնարավոր է լինում Դե Բրոյլի ալիքի ամեն երկարության (մասնիկի էներգիայի) համար: Էներգետիկ սպեկտրը դառնում է անընդհատ:

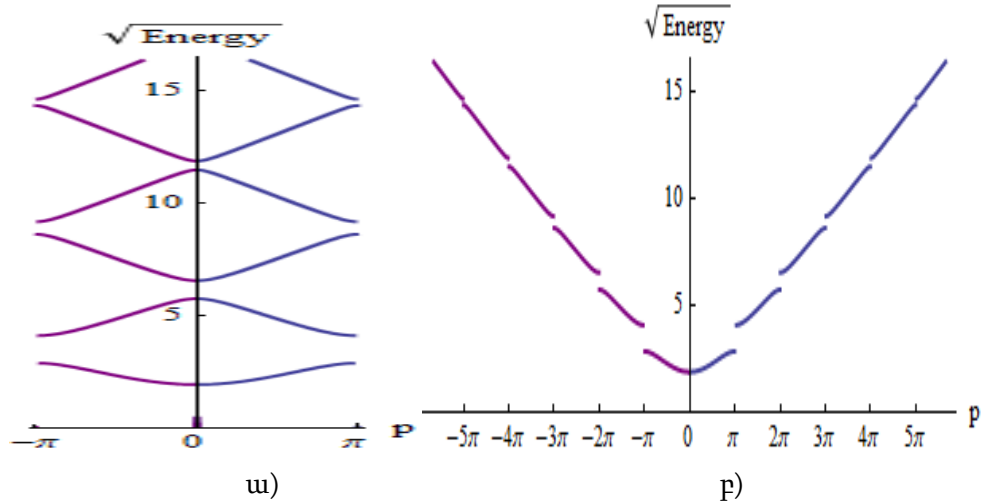
Պարբերական պոտենցիալն այս իմաստով միջանկյալ դիրք է գրավում: Դե Բրոյլի ալիքն անդրադառնում է պոտենցիալի փոփոխության տիրույթից, սակայն այն արդեն հարյուրտոկոսանոց չի: Քվանտային թունելացման արդյունքում այն մասնակիորեն անցնում է պարբերական պոտենցիալի հաջորդ տիրույթ, ուր պոտենցիալը նվազելու արդյունքում ալիքը կուտակվում և ձգտում է հասնել նախորդ պոտենցիալում ունեցած արժեքին: Միաժամանակ տեղի է ունենում անդրադարձումներով ուղեկցվող հոսք դեպի նորանոր պոտենցիալային հորեր: Ստացիոնար վիճակում ալիքային ֆունկցիան դառնում է նմանատիպ տարածված ամբողջ տարածությունում: Պարբերական պոտենցիալը և՛ գերող, և՛ չգերող պոտենցիալ է միաժամանակ: Արդյունքում սպեկտրը և՛ դիսկրետ, և՛ անընդհատ է միաժամանակ՝ զոնային: Եվ այստեղ սկզբունքային դեր ունի մատերիայի ալիքային բնույթից հետևող քվանտային թունելացման երևույթը: Անդրադարձման, թունելացման և կոնստրուկտիվ ինտերֆերենցիայի երևույթները և համապատասխանաբար սպեկտրի կառուցվածքը որակապես նույնն են էներգիայի ամբողջ տիրույթում:

Այժմ անդրադառնանք (4.7) դիսպերսիոն առնչության  $\cos(pl/\hbar)$  ձախակողմյան մասին: Կոսինուս ֆունկցիայի պարբերականությունը թույլ է տալիս արգումենտի համար սահմանափակվել  $[-\pi, \pi]$  տիրույթով, իսկ քվազիիմպուլսի համար համապատասխանաբար

$$-\frac{\pi\hbar}{l} \leq p \leq \frac{\pi\hbar}{l}$$

տիրույթով: Այն կոչվում է Բրիլյուենի 1-ին զոնա: Մասնիկի էներգետիկ սպեկտրը, ըստ Բրիլյուենի 1-ին զոնայի, պատկերված է Նկ. 4.4 ա-ում և կոչվում է բերված զոնաների (զոտիների) ներկայացում:

Քվազիհիմպուլսի յուրաքանչյուր ֆիքսված արժեքի դեպքում էներգիայի սպեկտրը դիսկրետ է և նմանվում է անվերջ խորը հորում մասնիկի էներգետիկ սպեկտրին: Այնուամենայնիվ, հարկ է նկատի ունենալ մի կարևոր տարբերություն այս և առանձնացված պոտենցիալ հորի դիսկրետ մակարդակներով վիճակների միջև, և դա վերաբերում է հավանականության խտության հոսքին:



Նկ. 4.4 Պարբերական պոտենցիալում մասնիկի ստացիոնար վիճակի էներգիա-քվազիհիմպուլս (4.6) դիսպերսիոն առնչության գրաֆիկը ա) Բրիլյուենի բերված զոնաների և բ) ընդլայնված զոնաների պատկերացումներում

Օգտվելով նրա՝

$$j = \frac{\hbar}{i2M} \left( \Psi^*(x) \frac{d\Psi(x)}{dx} - \Psi(x) \frac{d\Psi^*(x)}{dx} \right)$$

Սահմանումից՝ կարող ենք համոզվել, որ պոտենցիալային հորի ամեն մի դիսկրետ ստացիոնար վիճակում  $j$  հոսքը զրո է, իսկ պարբերական պոտենցիալի համար այն զրոյանում է միայն քվազիհիմպուլսի  $p = 0$  և եզրային  $p = \pm\pi$  արժեքների դեպքերում: Դա նաև նշանակում է՝ ալիքային ֆունկցիան կոորդինատների սկզբնակետի նկատմամբ օժտված է որոշակի սիմետրիայով միայն քվազիհիմպուլսի այս արժեքների դեպքում, ընդ որում՝ կենտ համարով զոնաների դեպքում ներքևի եզրում ալիքային ֆունկցիան սիմետրիկ է, վերին եզրում՝ անտիսիմետրիկ: Չույզ համարով էներգետիկ զոնաների համար հակառակն է: Քվազիհիմպուլսի  $p \neq 0, \pm\pi$  կետերում ալիքային ֆունկցիան ո՛չ սիմետրիկ է, ո՛չ անտիսիմետրիկ:

Նկ. 4.4 ա-ից երևում է, որ էներգետիկ զոնաները չեն վերածածկվում: Պետք է ասել, սակայն, որ սա ընդհանուր օրինաչափություն է միայն միաչափ խնդրի համար: Երկչափ և եռաչափ խնդիրներում վերածածկումներ հնարավոր են:

Կոսինուս ֆունկցիայի առկայությունը (4.7)-ում, իհարկե, չի պարտադրում բերված զոնաների պատկերացումը, առավել ևս որ այն անմիջականորեն չի անցնում ազատ շարժման  $V_0 \rightarrow 0$  սահմանային դեպքին: Թույլ տալով, որ քվազիհիմպուլսը տարածվի  $(-\infty, +\infty)$  ամբողջ տիրույթով, դիսպերսիոն կորի համար ստանում ենք Նկ. 4 բ-ում բերված պատկերը: Այն կարող ենք ընկալել որպես ազատ շարժման դիսպերսիոն կորի որոշակի օրինաչափությամբ դեֆոր-

մացման արդյունք: Պարբերական պոտենցիալի առկայությունը բերել է նրան, որ ռեզոնանսի պայմանին բավարարող  $p = \pm n\pi$  ( $\hbar/l$  միավորներով,  $n = 0, 1, 2, \dots$ ) արժեքների դեպքում կորն ընդհատվում և շեղվում է ուղղաձիգ ուղղությամբ: Սպեկտրում պարբերաբար առաջանում են էներգիայի արգելված գոտիներ: Դրանց աստիճանական նեղացումը դեպի բարձր էներգիաներ, այսինքն՝ մոտեցումը ազատ շարժման դիսպերսիոն կորին, կարող է մեկնաբանվել որպես քվանտային թունելացման էֆեկտիվության մեծացման արդյունք: Սա նշանակում է նաև, որ քվանտային թունելացումն ու համընթաց շարժումն ինչ-որ իմաստով համարժեք հասկացություններ են:

Ինչ վերաբերում է ալիքային ֆունկցիային, ապա այն, համաձայն (4.4) և (4.5) բանաձևերի և (4.2) Բլոխի պայմանի, պարբերական փուլի ճշտությամբ տարածվում է «հավասարապես» ամբողջ կոորդինատային առանցքով:

*Դիրակի սանր:* Դիտարկենք քննարկվող պոտենցիալի հետաքրքիր մասնավոր դեպք, երբ ուղղանկյուն պոտենցիալների լայնությունները ձգտում են զրոյի, իսկ բարձրությունները մեծանում են անվերջության այնպես, որ  $bV_0$  լայնություն-բարձրություն արտադրյալը մնում է հաստատուն: Յուրաքանչյուր բջջային պոտենցիալ ձգտում է հաստատուն անգամ Դիրակի դելտա ֆունկցիայի, իսկ դրանց ամբողջությանն անվանում են Դիրակի սանր:

Գրենք ինտեգրում առկա մեծությունների ասիմպտոտիկ արտահայտությունները՝

$$\kappa b = \frac{\sqrt{2M(V_0 - E)}}{\hbar} b \approx \frac{\sqrt{2MV_0}}{\hbar} b = \frac{\sqrt{2M/V_0}}{\hbar} b V_0 \ll 1,$$

$$ch(\kappa b) \approx 1, \quad \frac{sh(\kappa b)}{\kappa} \approx b, \quad k^2 - \kappa^2 \approx -\frac{2MV_0}{\hbar^2},$$

և տեղադրենք (4.6) դիսպերսիոն առնչության մեջ՝

$$\cos\left(\frac{pl}{\hbar}\right) = \cos(ka) + \gamma \frac{\sin(ka)}{ka},$$

որտեղ մտցված է  $\gamma = MV_0 ab / \hbar^2$  նշանակումը: Եթե  $\gamma / ka$  հարաբերությունը նշանակենք  $tg \varphi$ , ապա վերին առնչությունը կգրվի ավելի կոմպակտ

$$\cos\left(\frac{pl}{\hbar}\right) = \frac{\cos(ka - \varphi)}{\cos \varphi}$$

տեսքով: Էներգիայի թույլատրելի արժեքների եզրերին  $pl / \hbar = \pm n\pi$  և (4.9)-ի ձախ մասը, ուրեմն նաև աջ մասը, հավասար է  $(-1)^n$ -ի: Դա հնարավոր է  $ka = n\pi$  և  $ka - \varphi = \varphi + n\pi$  արժեքների դեպքում, ինչից հետևում է արգելված գոնայի չափը  $ka$  սանդղակով՝

$$2\varphi = 2 \arctg(\gamma / ka): \quad (4.8)$$

Համեմատաբար մեծ էներգիաների (գոնայի մեծ համարների) դեպքում արգելված գոնայի լայնությունը՝

$$2\varphi \approx \frac{2\gamma}{\pi n},$$

նվագում է զոնայի  $n$  համարին հակադարձ և փոխազդեցության  $\gamma$  հաստատունին ուղիղ համեմատական:

*Բլոխի օսցիլյացիաներ:* Պարբերական պոտենցիալի դաշտում մասնիկի էներգետիկ սպեկտրում արգելված զոնաների գոյությունը դինամիկ ժամանակային խնդրում բերում է հետաքրքիր՝ նաև տեխնոլոգիական իմաստով, մի երևույթի, ինչը հայտնի է Բլոխի օսցիլյացիաներ անվանումով:

Հասկանալու համար՝ ինչ օսցիլյացիաների մասին է խոսքը, ենթադրենք, թե մասնիկը ժամանակի որևէ սկզբնապահին գտնվում է, ասենք, առաջին էներգետիկ զոնայում՝ ունենալով քվազիիմպուլսի որոշակի արժեք: Եթե արտաքին որևէ ազդեցություն չլինի, մասնիկի վիճակը, ներառյալ էներգիայի և քվազիիմպուլսի արժեքները, իհարկե, կմնան նույնը: Իսկ ի՞նչ կպատահի, եթե հավելվի, պարզության համար, թույլ և համասեռ ուժային դաշտ: Դաշտի թուլությունը թույլ է տալիս պահպանել հիմնական՝ պարբերական դաշտում էներգետիկ սպեկտրի պատկերը, ասենք, Նկ. 4.4 բ-ում ներկայացված ընդլայնված զոնաների պատկերացմամբ: Հավելյալ ուժի գոյությունը կրերի նրան, որ մասնիկը կսկսի շարժվել առաջին զոնան ներկայացնող էներգիայի կորի երկայնքով դեպի զոնայի եզրը, ասենք՝ աջակողմյան: Այստեղ որևէ հետաքրքիր և նոր բան չկա, քանի որ դաշտը անընդհատ կերպով կատարում է աշխատանք, և դա անընդհատ կերպով փոխում է (մեծացնում է) մասնիկի էներգիան:

Նոր իրավիճակն առաջանում է այն պահին, երբ մասնիկը հասնում է քվազիիմպուլսի  $p = \pi$  եզրային կետին: Հաջորդ՝ քվազիիմպուլսի ավելի մեծ արժեքով կետին անցնելու համար մասնիկի էներգիան պետք է մեծանա վերջավոր չափով, ինչը հնարավոր չէ անվերջ փոքր ժամանակում, քանի որ հավելյալ ուժի աշխատանքը ևս անվերջ փոքր է: Մասնիկը ստիպված է լինում անցնելու նույն էներգիան ունեցող, սակայն քվազիիմպուլսի հայելային  $p = -\pi$  արժեք ունեցող վիճակի, այսինքն՝ գրաֆիկի աջակողմյան եզրակետով ներկայացվող վիճակից անցնում է ձախակողմյան եզրակետով ներկայացվող վիճակ: Հավելյալ ուժի հետագա ազդեցությունը մասնիկին տեղաշարժում է կորի երկայնքով դեպի աջ՝ նախ դանդաղեցնելով մասնիկի շարժումը և համապատասխանաբար փոքրացնելով էներգիան մինչև կենտրոնական  $p = 0$  և ապա մեծացնելով այն:  $p = \pi$  եզրային կետում նորից տեղի է ունենում թռիչքային անցում  $p = -\pi$  կետ, և այսպես շարունակ: Մասնիկը կատարում է միակողմանի պարբերական շարժում էներգետիկ զոնայի դիսպերսիոն կորի երկայնքով: Սա Բլոխի օսցիլյացիան է:

Ներկայացված պատկերն իհարկե ճիշտ է, սակայն մի փոքր իդեալականացված: Բանն այն է, որ քվանտամեխանիկական դինամիկ օրինաչափություններում էներգիան ունենում է որոշակի անորոշություն, և այդ անորոշության հաշվին մասնիկը  $p = \pi$  եզրային կետին հասնելիս կարող է փոքր, բայց վերջավոր հավանականությամբ հաղթահարել էներգետիկ արգելքը և անցնել (թունելանալ) հաջորդ էներգետիկ զոնա: Այսպիսի անցումները կոչվում են Լանդաու-Չեներյան: Բազմաթիվ տատանումներ կատարելով նոր էներգետիկ զոնայում՝ մասնիկը կարող է կատարել նոր Լանդաու-Չեների թունելացում դեպի ավելի բարձր էներգիայով զոնա, և այսպես շարունակ:



Բլոխի օսցիլյացիաների տեսությունը: Գրենք Շրեդինգերի ժամանակային

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t} = \left( -\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) - Fx \right) \Psi(x,t) \quad (4.9)$$

հավասարումը, որտեղ  $V(x)$  պարբերական պոտենցիալին հավելվել է  $-Fx$  թույլ համասեռ դաշտ: Հավասարման լուծումը փնտրում ենք

$$\Psi(x,t) = e^{ip(t)x/\hbar} \phi(x,t) \quad \text{մմմմ} \quad (4.10)$$

տեսքով, որտեղ  $p(t)$ -ն անհայտ ֆունկցիա է՝ կախված միայն ժամանակից՝ ակնհայտ նմանեցնելով (4.3) բլոխյան տեսքին: Պարզ տեղադրման արդյունքում ստանում ենք

$$-p'(t)x\phi(x,t) + i\hbar \frac{\partial \phi(x,t)}{\partial t} = \left( \frac{(\hat{p} + p(t))^2}{2M} + V(x) - Fx \right) \phi(x,t),$$

որտեղից ակնհայտ երևում է  $p'(t) = F$  ընտրության հարմարությունը, որից հետո  $p(t)$  ֆունկցիայի համար ունենում ենք

$$p(t) = p(0) + Ft, \quad (4.11)$$

իսկ  $\phi(x,t)$ -ի որոշման համար՝

$$\hbar \frac{\partial \phi(x,t)}{\partial t} = \left( \frac{(\hat{p} + p(t))^2}{2M} + V(x) \right) \phi(x,t): \quad (4.12)$$

Վերջինիս լուծումը ներկայացնենք

$$\phi(x,t) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_0^t E(p(t')) dt'\right) \Phi(x,t) \quad (4.13)$$

տեսքով: Եթե համասեռ թույլ դաշտը չլիներ, ապա այս տեսքը կձևափոխվեր ստացիոնար լուծման, որտեղ  $\Phi$  ֆունկցիան կլիներ անկախ ժամանակից՝  $\Phi(x,t) \rightarrow \Phi(x)$ : Դա թույլ է տալիս, ելնելով հավելյալ դաշտի թուլությունից, համարել  $\Phi(x,t)$ -ն դանդաղ ֆունկցիա ժամանակից և նրա համար ստացվող հավասարումում արհամարհել ժամանակային ածանցյալը՝  $\partial \Phi(x,t) / \partial t \rightarrow 0$ : Այս մոտավորությամբ  $\Phi(x,t)$  ֆունկցիայի համար մնում է

$$\left( \frac{(\hat{p} + p(t))^2}{2M} + V(x) \right) \Phi(x,t) = E(p(t)) \Phi(x,t) \quad (4.14)$$

հավասարումը: Այն տարբերվում է պարբերական պոտենցիալի (առանց համասեռ դաշտի) ստացիոնար հավասարումից միայն նրանով, որ իմպուլսի օպերատորի հավելյալ անդամը կախված է (գծային օրենքով) ժամանակից: Քանի որ  $F$ -ը ենթադրված է բավականին փոքր և ժամանակային կախվածությունը՝ դանդաղ, ապա այն կարելի է համարել ադիաբատիկ, այսինքն՝ ժամանակի ամեն պահի օգտվել ստացիոնար լուծումներից տվյալ պահին քվազիիմպուլսի ունեցած  $p(t)$  արժեքով: Ուղղանկյունաձև պոտենցիալային արգելքների հաջորդակա-

նության դեպքում դիսպերսիոն առնչությունն ունի (4.7) տեսքը, որում  $p \rightarrow p(t)$  փոխարինումով ստանում ենք

$$\cos\left(\frac{p_0 - Ft}{\hbar} l\right) = \cos(ka) \operatorname{ch}(\kappa b) - \frac{k^2 - \kappa^2}{2k\kappa} \sin(ka) \operatorname{sh}(\kappa b): \quad (4.15)$$

Այսպիսով, ադիաբատիկ մոտավորությամբ էներգետիկ սպեկտրի տեսքը պահպանվում է, իսկ մասնիկի էներգիան պարբերաբար փոխվում է՝ մնալով նույն զոնայի սահմաններում: Չոնայի սահմանին հասնելիս մասնիկի ունեցած իմպուլսը ճշգրիտ բավարարում է Բրեգի անդրադարձման պայմանին. մասնիկը, պահելով իմպուլսի մեծությունը, փոխում է նշանը և հայտնվում զոնայի հակառակ ծայրում: Անդրադարձման այս էտապն էապես ոչ ադիաբատիկ է և չի նկարագրվում (4.15) ժամանակային վարքով:

Բլոխյան օսցիլյացիաների պարբերությունը, համաձայն (4.15) բանաձևի, այն ժամանակն է, որի ընթացքում ձախակողմյան կոսինուսի արգումենտը փոխվում է  $\pi$ -ով, այսինքն՝

$$\tau_{\text{Bloch}} = \pi \hbar / Fl: \quad (4.16)$$

Հետաքրքիր է, որ  $\tau_{\text{Bloch}}$ -ը կախված չէ պոտենցիալի կոնկրետ տեսքից և որոշվում է պոտենցիալի միայն պարբերությամբ:

Էներգիայի տատանումների մագնիտուդը որոշելու համար ածանցենք (4.15) դիսպերսիոն առնչությունն ըստ ժամանակի և այդտեղից հաշվենք էներգիայի ածանցյալը՝

$$\frac{dE}{dt} = \frac{Fl/\hbar}{df(E)/dE} \sin\left(\frac{p_0 - Ft}{\hbar} l\right), \quad (4.17)$$

որտեղ  $f(E)$ -ի նշանակումն ակնհայտ է:

Սասնիկի միջին քվանտամեխանիկական արագությունը  $E_n(p)$  էներգիայով վիճակում որոշվում է

$$\langle v_n \rangle = \frac{dE_n(p)}{dp} \quad (4.18)$$

բանաձևով: Այն  $t$ -ից նույն պարբերականության ֆունկցիա է, ինչ  $p$ -ն և  $E_n(p)$ -ն: Գրենք  $\langle v_n \rangle$ -ի ժամանակային ածանցյալը՝ համաձայն (4.18) բանաձևի՝

$$\frac{d\langle v_n \rangle}{dt} = \frac{d}{dp} \left( \frac{dE_n(p)}{dt} \right): \quad (4.19)$$

(4.17)-ը և (4.19)-ը ցույց են տալիս, որ տատանումների լայնույթը մեծացնելու համար, առաջինը, հարկ է մեծացնել արտաքին համասեռ ուժի մեծությունը: Սակայն պետք է նկատի ունենալ, որ ուժի մեծացումը վատացնում է ադիաբատիկության պայմանը, քանի որ մեծ արագությամբ զոնայի եզր հասած մասնիկը մեծ էլ հավանականությամբ կարող է անցնել ավելի բարձր զոնա: Միջզոնային անցման հավանականությունը փոքրացնելու համար կարելի է մեծացնել պարբերական պոտենցիալի խորությունը, քանի որ նրանով է որոշվում արգելված զոնայի լայնությունը: Սակայն սրա ռեսուրսն էլ սահմանափակ է, քանի որ  $V_0$ -ի աճը զոնայի եզրերին մոտ մեծացնում է հայտարարի  $df(E)/dE$  ածանցյալը (Տե՛ս Նկ. 4.4-ը) և դրանով իսկ փոքրացնում տատանումների լայնույթը:

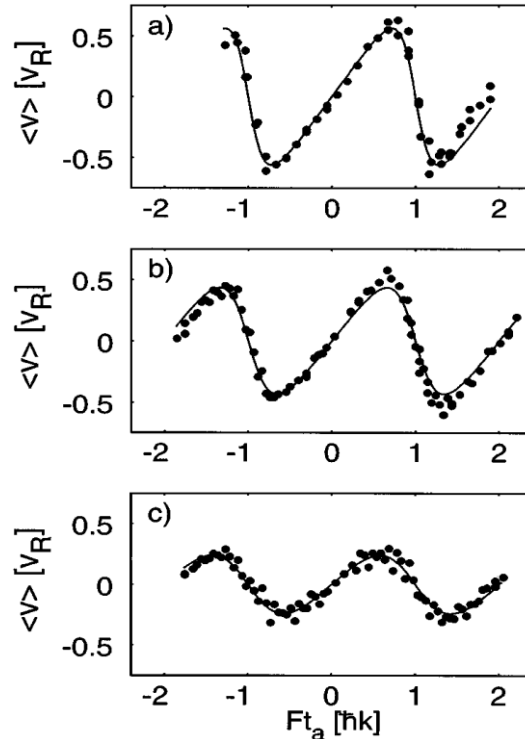
Ուշադրություն դարձնենք այն փաստին, որ ստացված օրինաչափությունները, մասնավորապես քվադրիպոլյարի (արագության) և դրանից հետևող տեղափոխության նշանափոխապարբերական բնույթը, վերաբերում են հորի ներսում և դրսում գտնվող բոլոր էներգետիկ զոնաներին: Ստացվում է, որ պարբերական պոտենցիալի դաշտում գտնվող քվանտային մասնիկը հավելյալ հաստատուն ուժի ազդեցության տակ անընդհատ չի տեղաշարժվում այդ ուժի ուղղությամբ, այլ տատանվում է առանց արդյունարար տեղափոխման: Այդ դեպքում ինչպես բացատրել էլեկտրական հոսանքը մետաղներում, որոնք, ինչպես գիտենք, ունեն բյուրեղական պարբերական կառուցվածք: Մի՞թե տատանումների ոչ լրիվ ադիաբատիկությամբ: Հարցի քանակական վերլուծությունը, սակայն, ցույց է տվել, որ հաղորդականությունը հիմնականում ի հայտ է գալիս փուլային կոհերենտությունը խախտող պրոցեսների գործողության արդյունքում, ինչպիսին է, օրինակ, ոչ կոհերենտ ցրումը բյուրեղի դեֆեկտների վրա:

*Ատոմի Բլոխի օսցիլյացիաներ արագացող օպտիկական պոտենցիալում:* Բյուրեղային ցանցում էլեկտրոնի Բլոխի տատանումների (4.16) պարբերությունը բնութագրական 100 Վ/սմ լարվածությունների դեպքում միկրովայրկյանի կարգի է, իսկ էլեկտրոնի փուլը պատահական փոխող ցրման ժամանակը շատ ավելի կարճ է՝ պիկովայրկյաններ և ավելի կարճ: Քանի որ Բլոխի օսցիլյացիաները զուտ կոհերենտ, փուլային առնչությունների պահպանում պահանջող երևույթ է, ապա արագ ապափուլավորումը հնարավորություն չի տալիս, անգամ մինչև հելիումային ջերմաստիճաններ, դիտելու Բլոխի օսցիլյացիաները բնական բյուրեղներում: Իրավիճակն այլ է այսպես կոչված կիսահաղորդչային գերցանցերում, որոնց մոտ երեք կարգով ավելի մեծ տարածական պարբերությունը, համաձայն (4.16)-ի, տատանումների համար բերում է մի քանի հարյուր ֆեմտովայրկյան պարբերությունների, որոնք արդեն նույն կարգի են, ինչ և ֆազային ռելաքսացիայի ժամանակները և, չնայած դժվարություններին, հնարավորություն են տվել գրանցելու օցիլյացիաները փորձում:

Լազերային սառեցման մեթոդները (Տե՛ս, օրինակ, [41]-ը:) որակապես նոր հնարավորություններ են ստեղծում այս երևույթի դիտման և կիրառությունների համար: Կոհերենտ փոխազդեցության ժամանակն այստեղ հասնում է մինչև վայրկյաններ՝ թեթևացնելով պահանջները մյուս պարամետրերի նկատմամբ: Բերենք առաջին վստահ իրականացումներից մեկի տվյալները: Կոնդենսատը կազմող ատոմների համար պարբերական պոտենցիալն առաջանում է լազերային կանգուն ալիքի միջոցով: Այսպիսի համակարգը հայտնի է օպտիկական ցանց անվամբ: Օպտիկական անցման ռեզոնանսից լազերային հաճախության համեմատաբար մեծ ապալարքի շնորհիվ ատոմները գործնականում չեն գրգռվում բարձր էներգետիկ մակարդակներ և հետևաբար չեն կատարում կոհերենտությունը խաթարող սպոնտան ճառագայթում: Մյուս դրական ազդակը նույն ատոմների գերցածր (մոտ 6 մկԿ) ջերմաստիճաններն են, որոնց դեպքում միջատոմական բախումները թույլ են և կոհերենտ:

Բլոխի օսցիլյացիաներ ինդուկտող հաստատուն ուժն առաջանում է հորիզոնական կանգուն ալիքը հայտնի  $a$  արագացմամբ շարժելու միջոցով, ինչին հասնում են կանգուն ալիքը ստեղծող հանդիպակաց ալիքներից մեկի հաճախությունը ժամանակի ընթացքում հավասարաչափ մեծացնելու միջոցով: Արդյունքում ատոմների վրա ազդում է արագացմանը հակառակ ուղղված  $F = -ma$  հաստատուն իներցիոն ուժ: Օգտագործված արագացումներն ընկած են եղել  $0.43$  մ/վ<sup>2</sup> արժեքից՝  $V_0 = 0.5E_{rec}$  -ի դեպքում, մինչև  $13.2$  մ/վ<sup>2</sup>՝  $V_0 = 6E_{rec}$  դեպքում, որտեղ

$E_{rec} = \hbar^2 k^2 / 2M$  -ը միաֆոտոն հետհարվածի էներգիան է՝ բնութագրական մեծություն պարբերական պոտենցիալի խնդրում: Ընտրված արժեքներն ապահովում են փոխազդեցության դինամիկայի անհրաժեշտ ուժերը, երբ ճնշված է ատոմների սահքը հորերի միջև և անցումները հիմնական էներգետիկ զոնայից դեպի բարձր զոնաներ: Համապատասխան բլոխյան  $1/\tau_{Bloch}$  հաճախությունները եղել են 60 -ից մինչև 1900 Հց միջակայքում:



Նկ. 4.5. Ատոմի  $\langle v \rangle$  միջին արագության ժամանակային էվոլյուցիան՝ Բլոխի օսցիլյացիաները, պոտենցիալի a)  $V_0 = 1.4E_{rec}$ , b)  $V_0 = 2.3E_{rec}$  և c)  $V_0 = 4.4E_{rec}$  խորությունների դեպքերում: Արագությունը չափվում է  $v_{rec} = \hbar k / M$  միաֆոտոն հետհարվածի միավորներով: Աբսցիսների առանցքին տեղադրված  $Ft_a$  արտադրյալի բացասական արժեքները չափվել են փոխելով  $F$ -ի նշանը (Տե՛ս M.B. Dahan, E. Peik, et al. Phys. Rev. Lett. 76, 4508 (1996)):

Տրված  $t_a$  ժամանակ անց արագացող կանգուն ալիքն անջատվում է՝ ատոմներին թողնելով այդ պահին ունեցած Բլոխի վիճակի իմպուլսային բաշխմամբ: Ռամանյան սպեկտրոսկոպիայի մեթոդով որոշվում է այդ բաշխումը լաբորատոր համակարգում, իսկ արագացող (օպտիկական ցանցի) համակարգ, ուր տատանումները հավասարակշռության դիրքի շուրջ են, անցումն իրականացվում է արագության  $-Mat_a$  դրայերյան շեղման միջոցով: Նկ. 4.5-ում ներկայացված է չափումների արդյունքներն ատոմի միջին արագության համար, ստացված օպտիկական ցանցերի երեք խորությունների համար:

§ 5. Կիսահաղորդիչներ: Կիսահաղորդչային դիոդ

Բյուրեղային պինդ մարմիններում ատոմները կազմում են կարգավորված եռաչափ տարածական ցանց: Ատոմների արտաքին թաղանթներից ազատված էլեկտրոնները, գտնվելով ատոմական լիցքերի պարբերական պոտենցիալի դաշտում, ունենում են էներգետիկ սպեկտրի զոնային կառուցվածք, այսինքն՝ ստացիոնար վիճակների թույլատրելի և արգելված էներգիաների զոնաներ: Միայն թե զոնային կառուցվածն այս դեպքում զգալիորեն բարդ է միաչափ դեպքի համեմատ: Առաջինը՝ դիսպերսիոն առնչությունում միաչափ խնդրի մեկ  $p$  քվազիմպուլսի փոխարեն մտնում են  $\mathbf{p}$  վեկտորի երեք՝  $p_x$ ,  $p_y$  և  $p_z$  բաղադրիչներ: Դա նշանակում է, որ էներգիայի որևէ տրված արժեքին համապատասխանում է ոչ թե քվազիմպուլսի մեկ որոշակի արժեք, այլ մի ամբողջ մակերևույթ քվազիմպուլսների եռաչափ տարածության մեջ: Յուրաքանչյուր ստացիոնար վիճակ բնութագրվում է որոշակի տեսքի մակերևույթով, որը կոչվում է իզոմակերևույթ, այսինքն՝ հավասար էներգիայի մակերևույթ: Խորանարդային ցանցի համար ( $d_x = d_y = d_z \equiv d$ ) նախորդ պարագրաֆի (4.7) դիսպերսիոն հավասարումը պարզ ընդհանրացվում է

$$\cos\left(\frac{p_x d}{\hbar}\right) + \cos\left(\frac{p_y d}{\hbar}\right) + \cos\left(\frac{p_z d}{\hbar}\right) = f(E) \quad (5.1)$$

տեսքով, որի աջ մասը որոշակի ֆունկցիա է էներգիայից ոչ պարտադիր համընկնող (4.7)-ի աջակողմյան տեսքի հետ:

Էներգիայի նկատմամբ խտորումների տեսության առաջին մոտավորությամբ (5.1)-ի աջ մասը էներգիայի գծային ֆունկցիա է, և դիսպերսիոն առնչությունը գրվում է

$$E(\mathbf{p}) = \varepsilon_a - w_0 - 2w_a \left[ \cos\left(\frac{p_x d}{\hbar}\right) + \cos\left(\frac{p_y d}{\hbar}\right) + \cos\left(\frac{p_z d}{\hbar}\right) \right] \quad (5.2)$$

տեսքով, որտեղ  $\varepsilon_a$ -ն առանձնացված պոտենցիալային հորում համապատասխան էներգետիկ մակարդակի արժեքն է,  $w_0$ -ն պարբերական պոտենցիալի և առանձնացված հորի պոտենցիալի տարբերության քվանտամեխանիկական միջինն է՝ ըստ այդ հորի համապատասխան ստացիոնար վիճակի, իսկ  $w_a$ -ն այդ նույն տարբերության քվանտամեխանիկական միջինն է՝ ըստ այդ և հարևան հորերում համապատասխան վիճակների ալիքային ֆունկցիաների վերածածկման:

Բրիլյուենի զոնան  $p_x = \pm\pi\hbar/d$ ,  $p_y = \pm\pi\hbar/d$  և  $p_z = \pm\pi\hbar/d$  հարթություններով սահմանափակված խորանարդ է: Էներգետիկ զոնայի մինիմալ արժեքը  $\mathbf{p} = 0$  կետում է՝ Բրիլյուենի զոնայի կենտրոնում, և հավասար է՝  $E_{min} = \varepsilon_a - w_0 - 6w_a$  ( $w_a > 0$ ): Մաքսիմալ արժեքն ստացվում է, երբ  $\mathbf{p} = (\pm\pi\hbar/d, \pm\pi\hbar/d, \pm\pi\hbar/d)$ ՝ բրիլյուենյան խորանարդի ութ գագաթներից յուրաքանչյուրում և հավասար է  $E_{max} = \varepsilon_a - w_0 + 6w_a$ , իսկ զոնայի լայնությունը՝  $E_{max} - E_{min} = 12w_a$ :

Դե Բրոյլի երկարալիքային վիճակների համար, երբ  $pd \ll 1$ , (5.2)-ն ընդունում է քառակուսային տեսք՝

$$E \approx \varepsilon_a - w_0 - 6w_a + w_a \frac{d^2 p^2}{\hbar^2} : \quad (5.3)$$

Այստեղից հետևում է, որ էլեկտրոնի  $m^* = (d^2 E / dp^2)^{-1}$  բերված (էֆեկտիվ) զանգվածն էներգետիկ զոնայի կենտրոնական տիրույթում հավասար է

$$m^* \approx \frac{\hbar^2}{2d^2 w_a} : \quad (5.4)$$

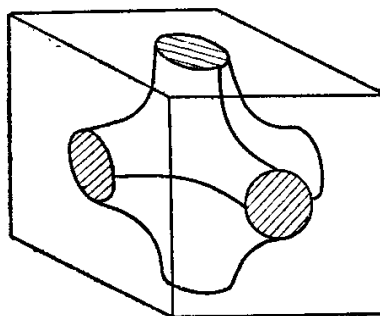
Բերված զանգվածի նշանը զոնայի կենտրոնում որոշվում է  $w_a$ -ի նշանով և կարող է լինել նաև բացասական:

Փոքր էներգիաների տիրույթում (հաշված  $E_{min} = \varepsilon_a - w_0 - 6w_a$  մակարդակից) իզոէներգետիկ մակերևույթը գնդաձև է և ամբողջովին գտնվում է Բրիլյուենի զոնայի կենտրոնական մասում: Ապա դրանք ձևափոխվում և ընդարձակվում են, որոշակի՝  $E_{tangential} = \varepsilon_a - w_0 - 2w_a$  էներգիայի դեպքում սուր ծայրերով հավում են զոնայի եզրային մակերևույթներին դրանց կենտրոններում, ապա նիստերի վրա առաջացնում վզիկներ, ինչպես պատկերված է Նկ. 5.1-ում: Շարունակելով ընդարձակվել՝  $E_{decay} = \varepsilon_a - w_0 + 2w_a$  արժեքի դեպքում հատման վզիկների շրջանները շոշափում են խորանարդի նիստերի քառակուսիների եզրերը: Իզոմակերևույթը, փաստորեն, տրոհվում է ութ ուռուցիկ առանձին մակերևույթների, որոնց կենտրոնները գտնվում են խորանարդի գագաթներում, և դեպի ուր դրանք սեղմվում են էներգիայի հետագա մեծացմանը զուգընթաց մինչև էներգետիկ զոնայի վերին եզրը: Այստեղ իզոմակերևույթն այլասերվում է ութ գագաթային կետերի:

Նկատենք ևս մեկ օրինաչափություն իզոմակերևույթի՝ խորանարդի նիստերի հետ հատման մասին: Այդ դեպքում քվադրիմպուլսի բաղադրիչներից մեկը հավասար է  $p_i = \pm \pi \hbar / d$ ,  $i = x, y, z$  և (5.2) էներգիայի ածանցյալն ըստ այդ քվադրիմպուլսի գրո է՝

$$\frac{\partial E(\mathbf{p})}{\partial p_i} = 2w_a \frac{d}{\hbar} \sin\left(\frac{p_i d}{\hbar}\right) = 0 :$$

Այսինքն՝ իզոմակերևույթները նիստերին հատվում են ուղիղ անկյան տակ:



Նկ. 5.1. Խորանարդային բյուրեղում էլեկտրոնի Բրիլյուենի զոնայի միջանկյալ էներգիայով վիճակի իզոմակերևույթի տեսքը (Տե' u Киттель Ч., Квантовая теория твердых тел, Москва, «Наука», 1967, Рис. 11.6):

Պինդ մարմինների դասակարգումը միաէլեկտրոն վիճակների էներգետիկ սպեկտրի հիման վրա: էներգետիկ սպեկտրի զոնային կառուցվածքը բացատրում է բյուրեղային պինդ

մարմինների էլեկտրահաղորդիչ հատկությունները և դրանց դասակարգումը հաղորդիչների, կիսահաղորդիչների և դիէլեկտրիկների: Միաէլեկտրոն վիճակների մոտարկմամբ էներգետիկ սպեկտրն ունի զոնային կառուցվածք, ընդ որում՝ վերջավոր պարբերականության շնորհիվ զոնաներում էներգետիկ վիճակներն անընհատ չեն, այլ՝ դիսկրետ: Մակարդակների թիվը նույնն է բոլոր զոնաներում և հավասար է քննարկվող մարմնում առկա բջիջների (ատոմների) թվին (այս օրինաչափությունը կարելի է տեսնել Հավելված 2-ի և Հավելված 3-ի խնդիրներում): Էներգետիկ մակարդակները բնակեցվում են ատոմների վալենտական (արտաքին թաղանթի) էլեկտրոնների կողմից: Միավալենտ նատրիումի դեպքում, օրինակ, դրանք մեկական էլեկտրոններ են:

Զոնայի մակարդակների բնակեցումն ընթանում է ներքևից վերև, Պաուլիի սկզբունքի համաձայն՝ առավելագույնը երկու էլեկտրոն մեկ էներգետիկ մակարդակի վրա: Ցածր ջերմաստիճաններում, երբ ջերմային գրգռումները բացակայում են, մակարդակների ներքևից վերև լրացումը տեղի է ունենում խստիվ հերթականությամբ: Արդյունքում ստացվում է, որ յուրաքանչյուր էներգետիկ զոնա կարող է ներառել առավելագույնը բջիջների (ատոմների) թվի կրկնապատիկի չափով էլեկտրոններ: Էներգիան, որից ներքև բոլոր մակարդակները զբաղված են, իսկ որից վերև՝ դատարկ, կոչվում է Ֆերմիի մակարդակ: Ֆերմիի էներգիային համապատասխանող իզոէներգետիկ մակերևույթը կոչվում է Ֆերմիի մակերևույթ: Նկ. 5.1-ում պատկերված մակերևույթը, օրինակ, կլինի Ֆերմիի մակերևույթ, եթե դրա ներսում ընկած բոլոր իզոէներգետիկ մակերևույթներին համապատասխանող վիճակները լինեն զբաղեցված, իսկ բոլոր դրսում գտնվողներինը՝ դատարկ:

Բյուրեղի էլեկտրական, օպտիկական և շատ այլ հատկություններ որոշվում են էներգետիկ զոնաների կառուցվածքով և Ֆերմիի մակերևույթով: Միավալենտ ատոմական ցանցի դեպքում զբաղված են ներքի կես վիճակները, իսկ վերին կեսն ազատ է, ընդ որում՝ ատոմների մեծ թվի պատճառով մակարդակներն իրար շատ մոտ են դասավորված: Ֆերմիի մակարդակն անցնում է զոնայի կենտրոնով:

Երբ նմուշի նկատմամբ կիրառվում է էլեկտրական դաշտ, անգամ շատ թույլ, ապա էլեկտրոնները վերին լրացված մակարդակներից, սկսած ֆերմիից, անցնում են ավելի բարձր էներգիաներով վիճակներ, ինչն էլ ստացիոնար պայմաններում նշանակում է էլեկտրական հոսանքի գոյություն: Միավալենտ ատոմներից կազմված բյուրեղական ցանցը հաղորդիչ է: Քանի որ էներգետիկ զոնաների լայնությունները, որպես կանոն, էապես գերազանցում են մասնիկների ջերմային շարժման էներգիաները սենյակային և դրա կարգի ջերմաստիճաններում, ապա առօրյա պայմաններում ջերմաստիճանը չի ազդում բյուրեղական ցանցի հաղորդական բնույթի վրա, ինչը և տեսնում ենք գործնականում:

Եթե ատոմները երկվալենտ են, ապա էներգետիկ զոնան լրացվում է ամբողջությամբ: Ֆերմիի մակարդակն անցնում է զոնայի վերին եզրով: Հաջորդ, չլրացված վիճակներով զոնան անջատված է ներքևից արգելված էներգիաների զոնայով, ինչը թույլ չի տալիս էլեկտրական դաշտին տեղափոխելու էլեկտրոններին ներքևի զոնայից վերին զոնա և առաջացնելու էլեկտրական հոսանք: Երկվալենտ ատոմական ցանցը դիէլեկտրիկ է: Այստեղից հասկանալի է արդեն, որ եռավալենտ ատոմների դեպքում առաջին զոնան կլինի լրիվ զբաղեցված, իսկ երկրորդ զոնան կլինի զբաղեցված միայն կիսով չափ: Նմուշը կունենա բարձր էլեկտրահաղորդականություն և այլն: Ընդհանրացնելով կունենանք, որ կենտ վալենտականությամբ ատոմական ցանց ունեցող

պինդ նյութերն օժտված են բարձր էլեկտրահաղորդականությամբ, իսկ գույգ վալենտակա-  
նությամբ օժտվածները գուրկ են դրանից:

Պինդ մարմինների մեծամասնության բյուրեղային ցանցը, այնուամենայնիվ, խորանար-  
դային չէ, և ոչ էլ ցանցային բջիջներն են միատոմ: Էներգետիկ սպեկտրի գոնային կառուցվածքը,  
իհարկե, պահպանվում է, սակայն ավելի բարդ են դրանց փոխադարձ դիրքավորումները:  
Առավել բնութագրականն այն է, որ անգամ ներքններում գտնվող էներգետիկ գոնաները կարող  
են շատ մոտ լինել, ավելի քիչ քան էլեկտրոնների ջերմային էներգիաներն են, կարող են հպված  
լինել միմյանց և անգամ մասնակի չափով վերածածկված լինել իրար հետ: Հպված և մասնակի  
վերածածկված գոնաներով դեպքերում, չնայած հաղորդականության մեխանիզմներում երևան  
եկող որոշ տարբերություններին, մենք գործ ենք ունենում լավ հաղորդականությամբ նյութերի  
հետ:

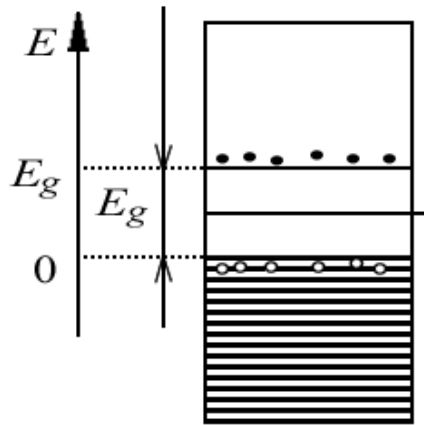
Մեր հետաքրքրությունը կենտրոնացվելու է հիշյալ հնարավորություններից առաջինի  
վրա, երբ լրացված վերջին էներգետիկ գոնան, որը կոչվում է վալենտական՝ լրացված վալենտա-  
կան էլեկտրոնների կողմից, լրացված է ամբողջությամբ, իսկ վերին դատարկ գոնան, որը կոչ-  
վում է հաղորդական, տարանջատված է ոչ մեծ, սենյակային ջերմաստիճանների ջերմային  
էներգիայի կարգի լայնության արգելված գոնայով: Սրանք կիսահաղորդիչներն են, որոնք անվե-  
րապահորեն առկա են ժամանակակից բարձր տեխնոլոգիական բոլոր սարքերում՝ ներառյալ  
քվանտայինները:

*Էլեկտրահաղորդականության մեխանիզմը կիսահաղորդիչներում:* Ունեցած ջերմային  
էներգիաների հաշվին Ֆերմիի և դրան մոտ մակարդակների վրա գտնվող որոշ էլեկտրոններ  
հաղթահարում են էներգիայի արգելված գոտին և հայտնվում հաղորդական գոնայում, ինչպես  
ցույց է տրված Նկ. 5.2-ում: Հեռացման տեղում առաջանում է բացասական լիցքի պակասորդ,  
ինչը գրոյական ֆոնի նկատմամբ համարժեք է դրական (տարրական) լիցքի առաջացմանը: Այն  
կոչվում է խոռոչ: Ջերմային հավասարակշիռ վիճակում դրանց թիվը կարելի է որոշել  
բոլցմանյան բնութագրական

$$N = 2 \left( \frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} (m_e m_h)^{3/4} \exp(-E_{gap} / 2k_B T)$$

արտահայտությամբ, որտեղ  $k_B T$  -ն էլեկտրոնի ջերմային շարժման էներգիան է,  $m_e$  -ը և  $m_h$  -ն  
էլեկտրոնի և խոռոչի զանգվածներն են համապատասխանաբար,  $E_{gap}$  -ը՝ էներգիայի արգելված  
գոտու լայնությունը: Կիրառական կիսահաղորդիչներ սիլիցիումի (Si) և գերմանիումի (Ge)  
արգելված գոտիների լայնությունները սենյակային ջերմաստիճաններում կազմում են  
համապատասխանաբար  $E_{gap} = 1.11 \text{ eV}$  և  $E_{gap} = 0.66 \text{ eV}$ : Համեմատության համար նկատենք,  
որ, օրինակ, սիլիցիումի իոնացման էներգիան  $U_{ionization} = 8.15 \text{ eV}$  է:

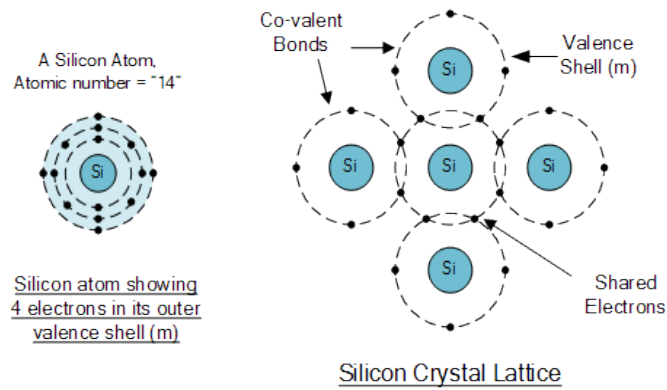




Նկ. 5.2. Կիսահաղորդչի վալենտական զոնայի վերին եզրին մոտ էլեկտրոնների մի մասը ջերմային էներգիայի հաշվին անցնում են վերին՝ հաղորդական զոնի՝ վալենտական զոնայում առաջացնելով խոռոչներ (Տե՛ս *Электрoпроводность полупроводников*. [fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom6/ch4/texthtml/ch4\\_4.htm](http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom6/ch4/texthtml/ch4_4.htm)):

Հաղորդականության զոնայում հայտնված էլեկտրոնները կարող են արտաքին էլեկտրական դաշտի ազդեցությամբ ազատորեն տեղափոխվել՝ առաջացնելով որոշակի էլետրական հոսանք: Էլեկտրական հոսանքը կիսահաղորդչներում միայն այդ էլեկտրոններով չի պայմանավորված: Վալենտական զոնայից հեռացած էլեկտրոնների տեղում առաջանում են դատարկ վիճակներ, ինչպես սխեմատիկորեն պատկերված է նկարում: Կիրառված էլեկտրական դաշտի ազդեցությամբ հարևան տեղամասերից էլեկտրոնները կգան և կգրադեցնեն այդ դատարկված վիճակները: Դրանով, սակայն, պրոցեսը կանգ չի առնի, քանի որ դատարկված տեղերը տեղափոխված կլինեն էլեկտրոնների շարժմանը հակառակ՝ նկարում դեպի ձախ ուղղությամբ, և հիմա այդ տեղերը կլրացվեն ավելի ձախից եկող էլեկտրոններով և այսպես շարունակ: Կառաջանա էլեկտրական հոսանք վալենտական զոնայում էլեկտրոնների կարգավորված շարժման հետևանքով: Էլեկտրոնների շարժման օրինաչափությունները, սակայն, հաղորդական և վալենտական զոնաներում նույնը չեն: Այդ պատճառով վալենտական զոնայի համար ընդունված է մեկ այլ՝ համարժեք պատկերացում՝ որպես հիմք ընդունելով էլեկտրոնների դատարկվող տեղերի՝ խոռոչների վարքը էլեկտրական դաշտում: Շարժվելով էլեկտրոնների տեղափոխմանը հակառակ ուղղությամբ՝ այն իրեն պահում է որպես դրական լիցքավորված մասնիկ:

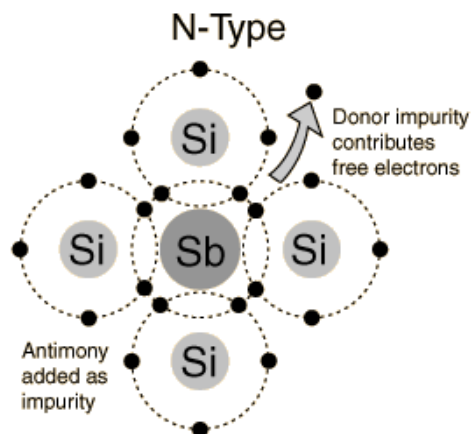
Էլեկտրոնային և խոռոչային հոսանքի ուժերն ուղղված են նույն ուղղությամբ և գումարվելով որոշում են կիսահաղորդչում հոսանքի ուժի մեծությունը: Այս հաղորդականությունը կոչվում է նաև սեփական, քանի որ ելնում է բյուրեղի բոլոր ասպեկտներով կատարյալ լինելու ենթադրությունից: Սիլիցիումի, որպես օրինակ, առանձնին ատոմի և բյուրեղային ցանցում ատոմների վալենտական համակցումը պատկերված են Նկ. 5.3-ում:



Նկ. 5.3. Միլիցիումի բյուրեղում ատոմի արտաքին թաղանթի չորս էլեկտրոնները հարևանների հետ կովալենտ կապերի միջոցով առաջացնում են կայուն կառուցվածք:

Կիսահաղորդիչների սեփական էլեկտրահաղորդականությունը, այնուամենայնիվ, փոքր է սենյակային ջերմաստիճաններում և այն կարիք ունի մեծացման: Դրան հասնում ենք բյուրեղային ցանցում ավելացնելով որոշակի դոնոր կամ ակցեպտոր ատոմներ, որոնք առաջացնում են ավելի թվով էլեկտրոններ կամ խոռոչներ: Դրանք կոչվում են լեգիրացված (խառնուրդային) կիսահաղորդիչներ, ընդ որում՝ խառնուրդացման աստիճանը վերահսկելի է և կարող է փոփոխվել ցանկալի՝  $10^{-7}$  և ավելի փոքր հարաբերական կոնցենտրացիաների սահմաններում:

*n* - տիպի կիսահաղորդիչներ: Միլիցիումի բյուրեղում որպես խառնուրդներ օգտագործվում են սուրման (Sb), ֆոսֆորը (P) կամ արսենը (As): Այս ատոմները հնգավալենտ են՝ ունեն հինգ էլեկտրոններ արտաքին թաղանթում և հանդիսանում են դոնորներ: Վալենտական էլեկտրոններից չորսն օգտագործվում են հարևան սիլիցիումի ատոմների հետ կովալենտ կապեր ստեղծելու համար, իսկ մեկը, մնալով շարժունակ, կատարում է կարգավորված շարժում և մասնակցում էլեկտրական հոսանքի առաջացմանը, երբ նմուշի նկատմամբ կիրառվում է արտաքին էլեկտրական դաշտ: Սուրմայի դոնոր ատոմը և դոնորային ազատ էլեկտրոնի առաջացումը սիլիցիումի բյուրեղում սխեմատիկ պատկերված է Նկ. 5.4-ում: Նկատենք, որ էլեկտրոնի հեռացման արդյունքում դոնորային ատոմ-մնացորդը մնում է դրական լիցքավորված տարրական *e* լիցքով:

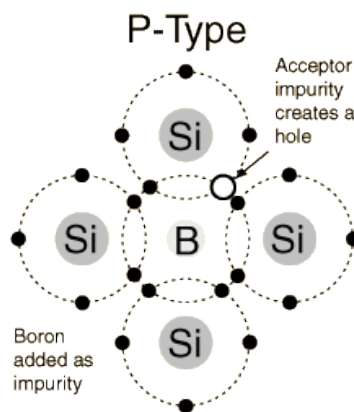


Նկ. 5.4. Միլիցիումի բյուրեղում սուրմայի դոնորային ատոմի տեղակայումը և ազատ էլեկտրոնի առաջացումը (Տե՛ս <https://byjus.com/question-answer/explain-the-formation-of-n-type-of-semiconductor-from-silicon/>):

Դոնորի բերած էլեկտրոնային հաղորդականությունը նմուշում մեծապես գերազանցում է կիսահաղորդչի սեփական հաղորդականությանը, և այսպիսի խառնուրդային կիսահաղորդիչը կոչվում է  $n$ - տիպի (ինչը հաղորդական էլեկտրոնի լիցքի բացասական՝ negative բառի հապավումն է): Էլեկտրոնները հիմնական, իսկ խոռոչները երկրորդական հոսանքակիրներն են  $n$ -տիպի կիսահաղորդիչներում:

*P - տիպի կիսահաղորդիչներ:* Գոյություն ունի նաև հակառակ հնարավորությունը, երբ կատարյալ բյուրեղական մատրիցա, օրինակ սիլիցիումի կամ գերմանիումի (Ge), մտցվում են եռավալենտ ալյումինի (Al), բորի (B) կամ ինդիումի (In) ատոմներ: Դրա արդյունքում այդ ատոմների շուրջ քառավալենտ սիլիցիումի կամ գերմանիումի ատոմների շուրջ քիմիական կովալենտ կապերից մեկը չի կարող ձևավորվել, ինչը համարժեք է բյուրեղացանցում խոռոչի՝ էլեկտրոնի պակասի առաջացմանը: Արտաքին էլեկտրական դաշտի կիրառման դեպքում հարևան էլեկտրոններից մեկը ձգվում է դեպի խոռոչ ու լրացնում այն: Լցնելով խոռոչը՝ էլեկտրոնն իր նախկին տեղում թողնում է նոր խոռոչ: Այն դեպի իրեն է շարժում նոր էլեկտրոն և այսպես շարունակ: Բյուրեղային ցանցում հոսում է էլեկտրական հոսանք: Պակասող՝ եռավալենտ ատոմները կիսահաղորդչային նմուշում կոչվում են ակցեպտորներ, իսկ կիսահաղորդիչները՝  $p$ -տիպի (այն հաղորդական խոռոչի լիցքի դրական՝ positive բառի հապավումն է): Բորի ատոմի և սիլիցիումի բյուրեղում համապատասխան խոռոչի ձևավորման սխեմատիկ պատկերը ներկայացված է Նկ. 5.5-ում: Նկատենք, որ բոլոր կովալենտ կապերը պատկերացնելով լրացված՝ մենք պետք է ակցեպտորային ատոմ-կառույցին վերագրենք  $-e$  բացասական տարրական լիցք:

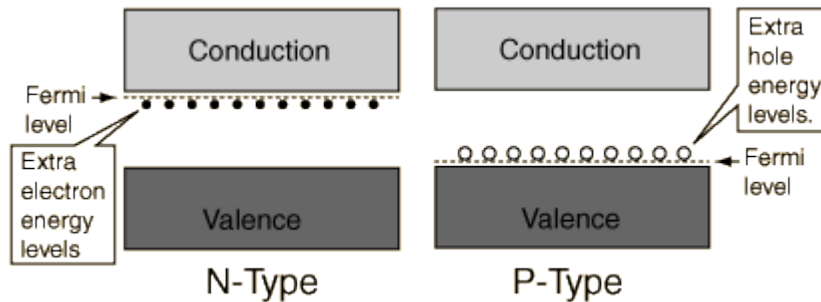
Սուրման և բորը առավել լայնորեն օգտագործվող խառնուրդային էլեմենտներն են կիսահաղորդչային ֆիզիկայում՝ հիմնականում պայմանավորված դրանց ավելի հեշտ, քան մյուս նյութերի ստացման հնարավորություններով: Սակայն պետք է նկատի ունենալ, որ սկզբունքային հնարավորություն պահպանվում է բոլոր հնգավալենտ քիմիական էլեմենտների համար՝ որպես դոնորներ, և բոլոր եռավալենտ էլեմենտների համար՝ որպես ակցեպտորներ օգտագործվելու համար:



Նկ. 5.5. Սիլիցիումի բյուրեղում բորի ակցեպտորային ատոմի տեղակայումը և խոռոչի առաջացումը (Տե՛ս <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Solids/dope.html>):

Դոնորային և ակցեպտորային ատոմների առկայությունը փոխում է, իհարկե, բյուրեղային ցանցի էներգետիկ սպեկտրը: Առաջին դեպքում կովալենտ կապի լրացումից հետո հավելյալ մնում է միաէլեկտրոն ջրածնանման ատոմ՝ տեղակայված դոնորային ատոմի տարածքում: Այն

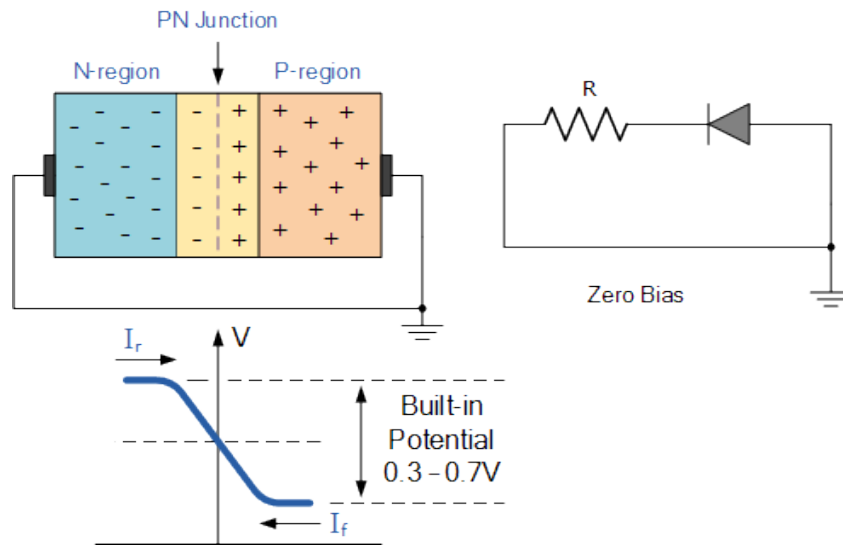
օժտված է համեմատաբար փոքր կապի էներգիայով, քանի որ բյուրեղային կապերի մեջ մտնող էլեկտրոնը կենտրոնի միավոր տարրական լիցքի շուրջ պտտվում է ջրածնի ատոմի համեմատ շատ ավելի մեծ հեռավորությունների վրա: Արդյունքում այն ջերմային շարժման կամ արտաքին էլեկտրական դաշտի ազդեցության տակ հեշտությամբ անցնում են ազատ վիճակի, այսինքն՝ հաղորդական զոնա: Այնպես որ անսպասելի չէ, որ համակարգի էներգետիկ սպեկտրում, ի հավելումն զոնային կառուցվածքի, ի հայտ է գալիս ջրածնանման ատոմի դիսկրետ էներգետիկ սպեկտրը, և այն տեղակայված է լինում հաղորդական զոնայի անմիջական հարևանությամբ: Նկ. 5.6 ա-ում ջրածնանման ատոմի սպեկտրից պատկերված է միայն հիմնական էներգետիկ մակարդակը: Մյուս էներգետիկ մակարդակներն ավելի մոտ են տեղակայված CB հաղորդական զոնային: Ակցեպտորային խառնուրդ ատոմների դեպքում նմանատիպ դատողությունները բերում են անտի-ջրածնանման լրացուցիչ ատոմի ձևավորման, որի կենտրոնում տեղակայված է բացասական տարրական լիցք, իսկ շուրջը պտտվում է դրական լիցքով խոռոչ: Նրա դիսկրետ սպեկտրը տեղակայված է արդեն VB վալենտական զոնային մոտ (Նկ. 5.6 բ), քանի որ ջերմային կամ արտաքին դաշտի ազդեցության տակ առաջացող հաղորդական մասնիկը լինում է խոռոչը:



*Նկ. 5.6. Խառնուրդային ատոմների առկայության շնորհիվ բյուրեղային ցանցի էներգետիկ սպեկտրում, ի հավելումն զոնային կառուցվածքի, առաջանում են էներգետիկ մակարդակներ, որոնք տեղակայված են հաղորդական զոնայի ներքևում դոնորային խառնուրդների դեպքում (ոտիպի կիսահաղորդիչներ) և վալենտական զոնայի վերևում ակցեպտորային խառնուրդների դեպքում (p-տիպի կիսահաղորդիչներ) (Տե՛ս <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Solids/dope.html>):*

*p-n կիսահաղորդչային կոնտակտ:* Կիսահաղորդչային տեխնոլոգիաների կարևորագույն տարր է p-n կոնտակտը: Մինչ հպումը կիսահաղորդիչներն ամբողջ ծավալով էլեկտրաչեզոք են, ընդ որում՝ n-տիպի կիսահաղորդիչներում շարժունակ են էլեկտրոնները (խոռոչներ կան, բայց նրանց թիվը շատ փոքր է), իսկ p-տիպի կիսահաղորդիչներում՝ խոռոչները (կան և փոքրաթիվ ազատ էլեկտրոններ): Կոնտակտի դեպքում շարժունակ մասնիկներն իրենց ջերմային էներգիաների հաշվին հաղթահարում են կիսահաղորդիչների միջև պոտենցիալների տարբերությունը և դիֆուզում են հարևան կիսահաղորդիչ: Քանի որ դիֆուզող մասնիկները լիցքավորված են, ապա հպման մակերևույթի երկու կողմերում աստիճանաբար տեղի է ունենում հակատակ նշանի լիցքերի կուտակում, որոնք, սակայն, ձգելով միմյանց, ռեկոմբինացվում են այդ տարածքում: Կարճ ժամանակ անց հաստատվում է դինամիկ հավասարակշռություն, որում դիֆուզիայի և ռեկոմբինացիայի արագությունները իրար հավասար են, և հավելյալ լիցքերի բաշխումը հպման մակերևույթի երկու կողմերում մնում է անփոփոխ: Կոնտակտային այս փոփոխությունները

սխեմատիկորեն պատկերված են Նկ. 5.7-ում: Միլիցիուում կոնտակտային պոտենցիալների տարբերությունը մոտ  $0.7 \text{ V}$  է:



Նկ. 5.7. *p-n* կիսահաղորդչային կոնտակտի հարևանությամբ ազատ լիցքակիրների դիֆուզիայի շնորհիվ առաջանում է հակառակ նշանի լիցքերի կուտակում, մինչև որ հակառակ ուղղությամբ առաջացող էլեկտրական դաշտը համակշռում է դիֆուզիային (Տե՛ս [https://www.electronicstutorials.ws/diode/diode\\_3.html](https://www.electronicstutorials.ws/diode/diode_3.html)):

Դիֆուզիոն դրական լիցքավորված շերտի հաստությունը *n*-տիպի կիսահաղորդչում պայմանավորված *p*-տիպի կիսահաղորդչից եկած խոռոչներով և իրենց հեռացած էլեկտրոններով, նշանակենք  $d_n$ , իսկ *p*-տիպի կիսահաղորդչում՝ *n*-տիպի կիսահաղորդչից եկած էլեկտրոններով և այդտեղից հեռացած խոռոչներով պայմանավորված բացասական լիցքավորված կոնտակտային շերտի հաստությունը նշանակենք  $d_p$ : Լիցքերի բաշխումները շերտերում համարենք համասեռ և համապատասխան խտությունները նշանակենք  $n_n$  և  $n_p$ : Համաձայն էլեկտրաստատիկայի օրենքների՝  $\epsilon$  դիէլեկտրիկ թափանցելիության միջավայրում առկա էլեկտրական դաշտի  $\phi$  պոտենցիալը միաչափ խնդրում բավարարում է Պուասոնի

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = \frac{\rho}{\epsilon\epsilon_0}$$

հավասարմանը, որտեղ  $\rho$ -ն լիցքի խտությունն է, հավասար  $-en_n$  էլեկտրոնների և  $en_h$  խոռոչների համար,  $e$ -ն տարրական լիցքի մեծությունն է,  $\epsilon_0$ -ն՝ միավորների միջազգային համակարգի էլեկտրական հաստատունը: Ուրեմն

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = \frac{en_n}{\epsilon\epsilon_0} \quad (5.5a)$$

$0 \leq x \leq d_n$  տիրույթում և

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = -\frac{en_p}{\epsilon\epsilon_0} \quad (5.5b)$$

$-d_p \leq x \leq 0$  տիրույթում:

Պոտենցիալի արժեքը լիցքավորված շերտի աջ եզրում համարենք զրո՝  $\varphi(x=d_n)=0$ , իսկ ձախ եզրում նշանակենք  $\varphi(x=-d_p)=V_k$ : Կարելի է ընդունել, որ  $\varphi(x)$ -ը և նրա ածանցյալն անընդհատ են  $x=-d_p, 0, d_n$  եզրային կետերում:  $x=-d_p$ -ի և  $x=d_n$ -ի եզրային պայմաններին բավարարող լուծումները կլինեն համապատասխանաբար

$$\varphi(x) = \frac{en_n}{2\epsilon\epsilon_0}(d_n - x)^2 \quad (5.6a)$$

և

$$\varphi(x) = V_k - \frac{en_p}{2\epsilon\epsilon_0}(d_p + x)^2: \quad (5.6b)$$

Կոնտակտային  $x=0$  կետում (5.6a, b) լուծումների և դրանց ածանցյալների անընդհատության պայմանները դիտելով որպես հավասարումներ շերտերի  $d_n$  և  $d_p$  լայնությունների նկատմամբ, նրանց համար ստանում ենք

$$d_n = \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0 n_p}{en_n(n_n + n_p)}} V_k, \quad d_p = \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0 n_n}{en_p(n_n + n_p)}} V_k:$$

Շերտի ընդհանուր լայնությունը՝

$$d = d_n + d_p = \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0(n_n + n_p)}{en_n n_p}} V_k: \quad (15.6c)$$

Եթե, օրինակ,  $n_n = n_p = 10^{15}$  սմ<sup>-3</sup>,  $\epsilon = 10$  և  $V_k = 1$  Վ, ապա p-n անցման լայնության համար ստանում ենք  $d \approx 1.5 \cdot 10^{-4}$  սմ բնութագրական արժեքը, ինչը ինֆրակարմիր տիրույթի լույսի ալիքի երկարության կարգի է:

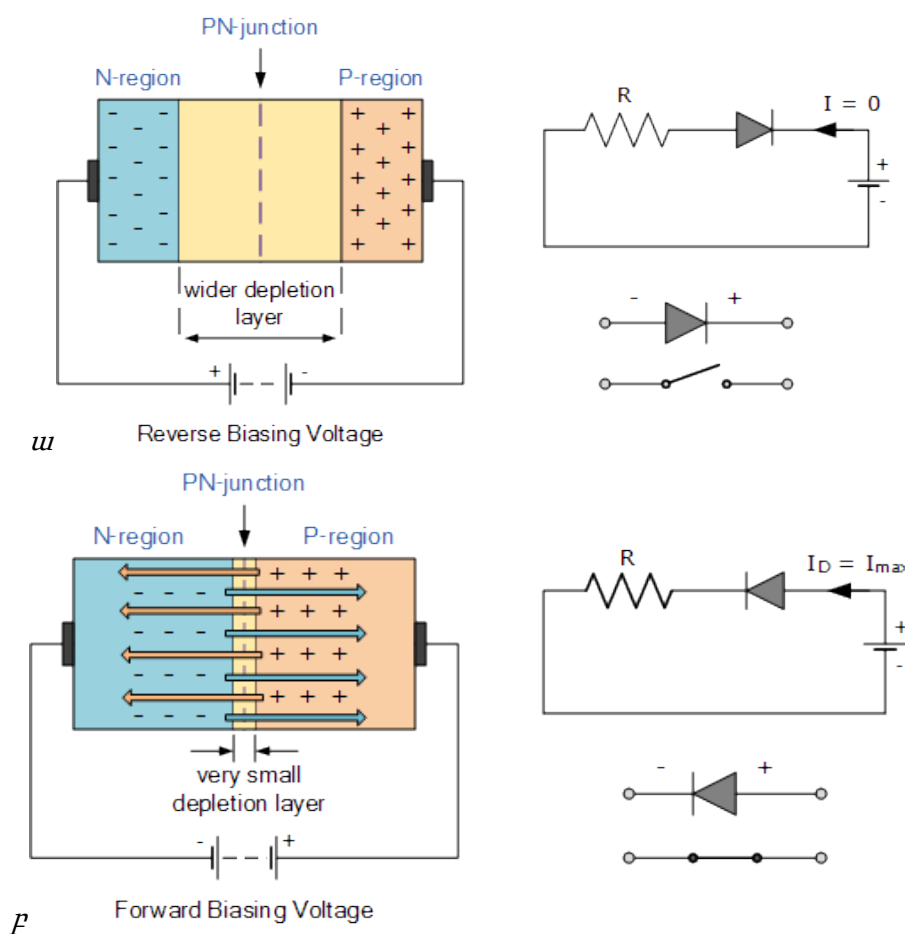
Նկատենք, որ շերտերի հարաբերական հաստություններն ընդհանուր դեպքում նույնը չեն և էապես կախված են  $n_n$  և  $n_p$  լիցքակիրների կոնցենտրացիաների հարաբերությունից: Փոքր կոնցենտրացիայով լիցքակրի անցումային շերտի լայնությունն ավելի մեծ է:

Կոնտակտային խնդիրներում հետևողական լինելու համար հարկ է հաշվի առնել նաև հենքային կիսահաղորդչի հաղորդական գոնայում փոքր քանակության էլեկտրոնների առկայությունը և վալենտական գոնայում փոքր քանակի խոռոչների առկայությունը: Բյուրեղներում դաշտերի ազդեցության տակ դրանք ևս շարժվում և ներդրում են տալիս հավասարակշռության և բալանսի հավասարումներում: Այդ դեպքում դոնորային և ակցեպտորային լիցքերը կոչվում են հիմնական հոսանքակիրներ, իսկ նրանց առաջացրած հոսանքները՝ հիմնական հոսանքներ, իսկ հենքային կիսահաղորդչի շարժունակ լիցքերը կոչվում են ոչ հիմնական հոսանքակիրներ, իսկ համապատասխան հոսանքները՝ ոչ հիմնական հոսանքներ: Կիսահաղորդչային կոնտակտի հավասարակշռության վիճակը, օրինակ, կարող է ներկայացվել երկու հիմնական և երկու ոչ հիմնական հոսանքների հանրահաշվական գումարի զրո լինելու տեսքով:

Էլեկտրական դաշտի (պոտենցիալների տարբերության, լիցքերի բաշխման) առկայությունը կոնտակտային տիրույթում էապես փոխում է կոնտակտային տարրի արձագանքն արտաքին կիրառված լարումների նկատմամբ, և դա առաջին հերթին վերաբերում է կիրառված լարման ուղղությանը: Եթե n-տիպի կիսահաղորդչին միացվում է արտաքին հոսանքաղբյուրի դրական լիցքի սեղմակը և p-տիպի կիսահաղորդչին՝ բացասական սեղմակը (Նկ. 5.8 ա), ապա

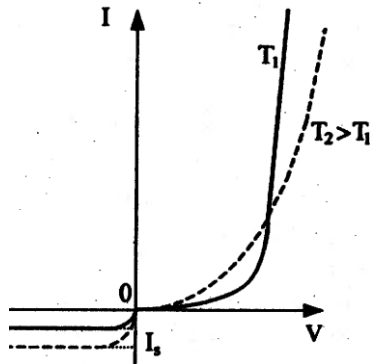
աղբյուրի էլեկտրական դաշտն ուղղված է լինում կոնտակտային դաշտի ուղղությամբ և ուժեղացնում է այն: Հիմա դիֆուզիան, տեղի ունենալով ավելի հաստ շերտից, ուժեղանում է, մինչև որ համակշռում է դաշտի ազդեցությանը և արգելափակում էլեկտրական լիցքերի հետագա հոսքը: Էլեմենտը փակվում է հոսանքի համար:

Եթե հոսանքաղբյուրը p-n կոնտակտին միացվում է մյուս հնարավոր հերթականությամբ, ինչպես ցույց է տրված Նկ. 5.8 բ-ում, ապա էլեմենտի ներսում էլեկտրական դաշտը թուլանում և վերանում է: Աղբյուրի ազդեցության տակ կոնտակտով, որպես սովորական հաղորդիչով, հոսում է էլեկտրական հոսանք: Արդյունքում՝ p-n կիսահաղորդչային կոնտակտն օժտվում է միակողմանի հաղորդականությամբ: Այն դիոդ է և օգտագործվում է, օրինակ, փոփոխական հոսանքի ուղղման համար:



Նկ. 5.8 ա. n-p կիսահաղորդչային կոնտակտի վարքը արտաքին հոսանքի աղբյուրին ա) հակառակ և բ) ուղիղ միացնելիս (Տե՛ս [https://www.electronics-tutorials.ws/diode/diode\\_3.html](https://www.electronics-tutorials.ws/diode/diode_3.html)):

p-n անցման վոլտ-ամպերային բնութագիծը բերված է Նկ. 5.9-ում: Լարման աղբյուրին ուղիղ միացման (դրական սեղմակը՝ p-ին, բացասականը՝ n-ին) հոսանքի ուժի մեծացման չափը, կախված  $U$  լարումից և  $T$  ջերմաստիճանից, որոշվում է

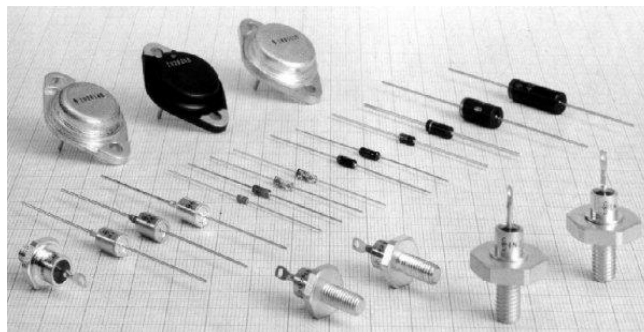


Նկ. 5.9. n-p կիսահաղորդչային կոնտակտի վոլտ-ամպերային բնութագիծը: Դիոդի «փակ» վիճակում հոսանքի ուժը զրո չէ, սակայն փոքր է և մեծանում է ջերմաստիճանի աճին զուգընթաց (Տե՛ս *Физика твердого тела, под редакцией И.К. Верещагина, Москва, Высшая школа, 2001, Рис. 6.3*):

$$I = I_{saturation} \left( \exp\left(\frac{eU}{k_B T}\right) - 1 \right)$$

բանաձևով, որտեղ  $I_{saturation}$  հազեցման կոչվող հոսանքը փոքր է և համեմատական է էլեկտրոն-խոռոչ զույգերի գեներացման արագությանը և դրանց դիֆուզիոն երկարությունների գումարին: Լարման աղբյուրի հակառակ միացման հոսանքի համար կարելի է օգտվել վերին բանաձևից՝ նրանում փոխելով  $U$  -ի նշանը:

## § 6. Ռեզոնանսային թունելային դիոդ: Լուսադիոդ

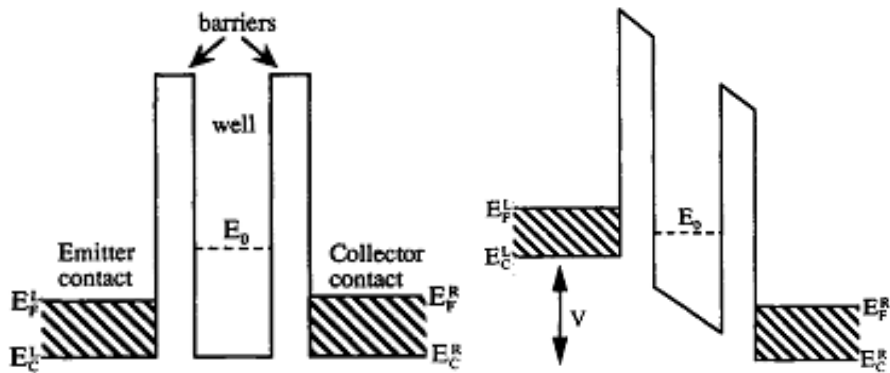


**Թունելային դիոդ:** Կիսահաղորդչային դիոդի զուգորդումը քվանտային ռեզոնանսային թունելացման երևույթի հետ է բերում որակապես նոր օրինաչափություն՝  $N$ -աձև վոլտ-ամպերային բնութագրի, որի բացասական դիֆերենցիալ դիմադրության նեղ տեղամասն օժտված է լինում փոքր ( $10^{-13}$  վրկ կարգի) իներտությամբ: Այդ պատճառով ռեզոնանսային թունելային դիոդը հետաքրքրություն է ներկայացնում տերահերցային դիապազոնի արագագործ սարքերի և թվային էլեմենտների պատրաստման համար:

Պոտենցիալային տեղամասի ամբողջական (ռեզոնանսային) թունելացում առաջանում է փոքր քվանտային թափանցելիության առնվազն երկու պոտենցիալային արգելքներից բաղկացած համակարգի դեպքում, ինչպես մանրամասն քննարկվել է § 2-ում: Այն տեղի էր ունենում



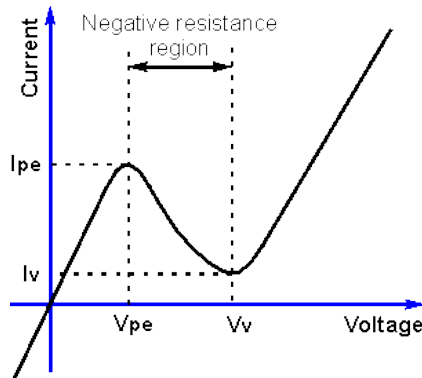
միայն որոշակի էներգիաների դեպքում, այնպիսիների, որոնք հավասար կամ շատ մոտ էին երկու արգելքներով կազմված պոտենցիալային հորում ձևավորված կապված վիճակների էներգետիկ մակարդակներին: Քանի որ քվանտային էլեկտրոնիկայի խնդիրներում պոտենցիալային արգելքները ձևավորվում են կոնկրետ (հիմնականում կիսահաղորդչային) նյութերի բարակ թաղանթներով, ապա այստեղ անընդհատ վարիացիաների հնարավորությունները խիստ սուղ են: Առաջին իսկ  $E_0$  էներգետիկ մակարդակը բարձր է պոտենցիալային հորի հատակից, ինչպես պատկերված է Նկ. 6.1 a-ում: Եվ ուրեմն, թունելացման ռեզոնանսային կախվածությունն ի հայտ բերելու համար, ինչն ի վերջո պատճառ է դառնում վոլտ-ամպերային բնութագրում բացասական դիֆերենցիալ դիմադրության տեղամասի առաջացման, հարկ կլինի օգտագործել համեմատաբար մեծ հոսանքի ուժեր (արտաքին լարումներ) և նաև փոփոխել ու գրանցել դրանց բավարար զգայնությամբ:



Նկ. 6.1. Կրկնակի արգելքի ռեզոնանսային թունելային դիոդի հաղորդական գոտիների պրոֆիլները երկու տարբեր վիճակներում՝ զրոյական և ռեզոնանսային (Տե՛ս Mizuta H., Tanoue T., *The Physics and Applications of Resonant Tunneling Diodes*, Cambridge University Press, 481995, Fig. 2.1):

Ակնհայտ է դրանց, հատկապես առաջինի, կիրառական ոչ նպատակահարմարությունը: Ռեզոնանսային վարքագծի ստացման համար իրականում գնում են այլ, քիչ ծախսատար և առավել կայունություն ապահովող ճանապարհով՝ սահուն փոփոխման հնարավորությամբ հաստատուն լարում կիրառելով միայն կիսահաղորդչային շերտերի նկատմամբ: Դրա ազդեցությամբ անհամասեռ պոտենցիալի տիրույթում գումար պոտենցիալը գծային օրենքով թեքվում է ներքև՝ մոտեցնելով հորի էներգետիկ մակարդակը մասնիկի՝ տվյալ հոսանքի ուժին (արտաքին լարմանը) համապատասխանող էներգիայի արժեքին, ինչպես պատկերված է Նկ. 6.1b-ում: Կիսահաղորդչային դիոդով անցնող հոսանքի ուժի կախումը եռաշերտ պոտենցիալային տիրույթի նկատմամբ կիրառված լարումից՝ ռեզոնանսային թունելային դիոդի վոլտ-ամպերային բնութագիծը, որակապես պատկերված է Նկ. 6.2-ում:

Լարման բացակայության դեպքում հոսանքի ուժը զրո է: Լարման մեծացմանը զուգընթաց էլեկտրոնների հոսքը էմիթր կոչվող ձախակողմյան շերտից կոլեկտր կոչվող աջակողմյան շերտ աատիճանաբար մեծանում է՝ առավելագույն արժեքի հասնելով ռեզոնանսային պայմանին բավարարող արժեքի դեպքում: Լարման հետագա մեծացման դեպքում թունելային հոսանքը կտրուկ ընկնում է՝ ստեղծելով բացասական դիֆերենցիալ դիմադրության տիրույթը (Տե՛ս Նկ. 6.2):



Նկ. 6.2. (St' u Moulin N., Amara M., et al. J. Appl. Phys., 126, 033105 (2019), Fig. 3a):

Ավելի բարձր էներգիաներով ռեզոնանսային մակարդակների գոյությունը (Նկ. 6.1a,b-ում դրանք պատկերված չեն) բերում է հոսանքի ուժի մեծացման լարման արժեքների հետագա մեծացման դեպքում մինչև նոր ռեզոնանսի առաջացումը հոսանքի ուժի կտրուկ անկումով և այսպես շարունակ: Այսպիսով, կարելի է դիտել հոսանքի ուժի օսցիլյացիաներ, որի մաքսիմումների միջև եղած հեռավորությունը կլինի համեմատական հորում էներգետիկ մակարդակների միջև եղած հեռավորությանը:

Հակիրճ կանգ առնենք ռեզոնանսային կախվածությունների, ուրեմն նաև դիֆերենցիալ բացասական դիմադրությունների տեղամասերի առաջացման օրինաչափությունների վրա անհամատեղ տեղամասի վրա լարման բացակայության, այսինքն՝ Նկ. 6.1a-ի, դեպքում: Քանի որ արգելքներն ունենում են վերջավոր բարձրություններ, ապա լիցքակիր-էլեկտրոններն ամբողջությամբ չեն լոկալիզացված լինում պոտենցիալային հորում, և ձևավորվում են ոչ թե առանձնացված էներգետիկ մակարդակներ, այլ սուր մաքսիմումներով սպեկտրալ բաշխումներ, որոնց ընդունված է անվանել քվազիմակարդակներ: Դրանց լայնությունները կարելի է հաշվել  $DE_n \gg \hbar/t_n$  բանաձևով, որտեղ

$$t_n = \frac{1}{n_n} \frac{4}{|t_1|^2 + |t_2|^2} \quad (6.1)$$

$t_n$ -ը  $n$ -րդ քվազիմակարդակի կյանքի տևողությունն է,  $t_{1,2}$ -ը՝ 1 և 2 արգելքների անցման հավանականային ամպլիտուդները,  $n_n$ -ը՝ հորի երկու պատերի միջև դասական շարժման հաճախությունը:

Կրկնակի պոտենցիալային արգելքի համար նախկինում դուրս բերված (2.4) բանաձևն առանձին արգելքների  $t_{1,2}$  թունելացման ամպլիտուդներով գրելիս ստանում է

$$|t|^2 = \frac{4|t_1 t_2|^2}{(|t_1|^2 + |t_2|^2)^2} \frac{\hbar^2/t_n^2}{(E - E_n)^2 + \hbar^2/t_n^2} \quad (6.2)$$

Քվանտային թունելացումն առավելագույնն է՝  $|t|_{\max}^2 = 1$ , եթե բավարարված է ռեզոնանսի  $E - E_n$  պայմանը և պոտենցիալային հորը ձևավորող պոտենցիալային արգելքների թափանցելիություններն իրար հավասար են՝  $|t_1|^2 = |t_2|^2$ : Ուղղանկյուն պոտենցիալային արգելքների բարձրությունները, ինչպես տեսնում ենք (6.2) բանաձևից, գործնականում չեն ազդում

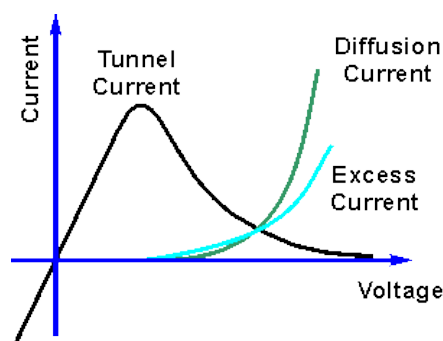
ռեգոնանսների տեղերի վրա, սակայն արագորեն փոքրացնում են դրանց  $DE_n$  լայնություններն ու դրանով իսկ՝ դիֆերենցիալ բացասական դիմադրությունների տեղամասերի լայնությունները:

Այս ընդհանուր բնույթի հետևությունները թույլ են տալիս որակապես հասկանալու նաև՝ ինչ է սպասվում  $V = 0$  դեպքից  $V \neq 0$  դեպքին անցնելիս: Արտաքին էլեկտրական դաշտի ազդեցությամբ արգելքների ձևը և տվյալ էներգիայից վերև մասի բարձրությունը փոխվում են այնպես (Նկ. 6.1b), որ ընդհանուր թափանցելիության  $|t|^2$  գործակիցը փոքրանում է համաձայն (6.2) բանաձևի: Առավելագույն թափանցելիության վերականգնման պարզ դեղատոմսը պոտենցիալային արգելքներից մեկի կամ երկուսի բարձրության կամ լայնության այնպիսի փոփոխությունն է, որ կիրառված պոտենցիալի տվյալ արժեքի դեպքում երկու արգելքների թափանցելիությունները նորից իրար հավասարվեն՝ առավելագույն դարձնելով համակարգի ընդհանուր թափանցելիությունը: Դա կարող է լինել, օրինակ, երկրորդի՝  $V$ -ին համեմատական չափով բարձրացումը:

Ռեգոնանսային թունելային դիոդի աշխատանքային բնութագրերը որոշող վոլտ-ամպերային բնութագրի հիմնական պարամետրերն են հոսանքի մաքսիմալ և մինիմալ (ընկնող տեղամասից հետո) արժեքների հարաբերությունը և բացասական դիֆերենցիալ հաղորդականության առավելագույն արժեքը: Հաշվարկները ցույց են տալիս, որ առաջինը համեմատական է քվադրէներգիայի լայնությանը, իսկ երկրորդը համարյա անտարբեր է այդ լայնության նկատմամբ:

Թունելային դիոդի Նկ. 6.2-ում ներկայացված բնութագրական վարքն իրականում որոշվում է երեք հաղորդականության մեխանիզմների միաժամանակյա գործողությամբ:

Դրանց վոլտ-ամպերային բնութագրերը պատկերված են Նկ. 6.3-ում:



Նկ. 6.3

- Նորմալ կամ դիֆուզիոն հոսանք (Diffusion Current՝ նկարում), ինչը հոսանքն է ի հաշիվ կոնտակտի p-n կիսահաղորդչային բնույթի (Տե՛ս նախորդ՝ 5-րդ պարագրաֆը),
- թունելային հոսանք (Tunnel Current՝ նկարում), ինչը քվանտային թունելացման երևույթով պայմանավորված հոսանքն է, և
- հավելյալ հոսանք (Excess Current՝ նկարում), ինչը էներգիայի արգելված գոտիներում, ասենք՝ ծավալային կոդմնակի խառնուրդային վիճակների առկայությամբ պայմանավորված հոսանք է: Հիմնականում սրա հաշվին է, որ արդյունաբար գրաֆիկի գոգավորության տիրույթում հոսանքի ուժը չի իջնում մինչև զրո:

Թունելային դիոդում այս բաղադրիչները վերադրվում են տալու Նկ. 6.2-ում բերված բնութագրիչ կորը:

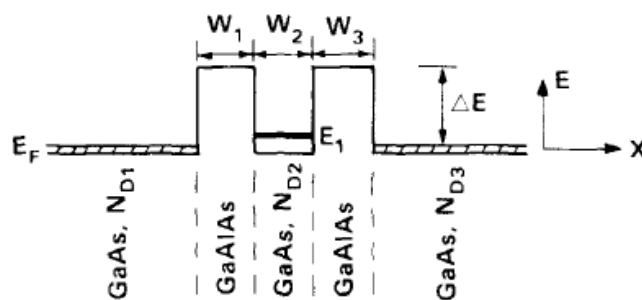
Ռեզոնանսային թունելային դիոդները պատրաստվում են գերմանիումից (Ge), գալիումի արսենիդից (GaAs) և սիլիցիումից (Si): Ներքևի աղյուսակում բերված են դրանցից պատրաստված թունելային դիոդի բնութագրիչ պարամետրերը, նշված Նկ. 6.2-ում:

Թունելային դիոդի պարամետրերը տարբեր նյութերի համար			
Պարամետր	Գերմանիում	Գալիումի արսենիդ	Սիլիցիում
$V_{pe}$ (mV)	40-70	90-120	80-100
$V_v$ (mV)	270-350	450-600	400-500
$I_{pe} / I_v$	10-15	10-20	3-5

Աղյուսակից տեսնում ենք, որ սիլիցիումի դեպքում  $I_{pe} / I_v$  հոսանքների հարաբերությունը շատ փոքրանում է, ինչը նշանակում է, որ այն սովորական իրավիճակներում լավագույն ընտրությունը չէ թունելային դիոդի պատրաստման համար:

Թունելային դիոդում, ի համեմատ սովորական դիոդների, խառնուրդների կոնցենտրացիան երեք կարգով ավելի բարձր է: Արդյունքում փոքր է միջանկյալ շերտի լայնությունը՝ հնարավորություն տալով քվանտային թունելացման երևույթին ի հայտ բերելու իրեն և դառնալու հաղորդականության առաջնային մեխանիզմը:

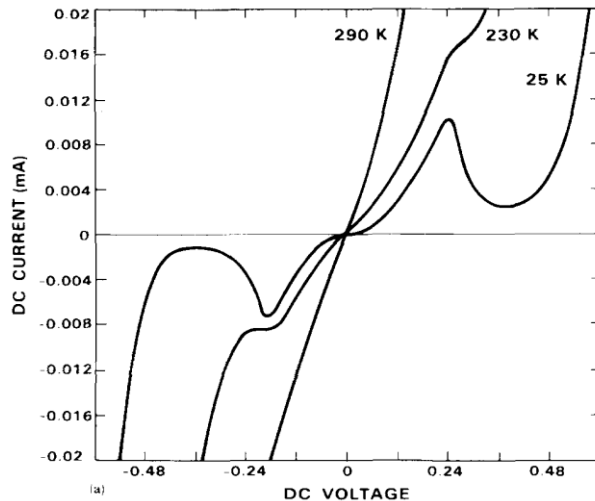
Ներքևի նկարում բերված է ռեզոնանսային թունելային դիոդի փորձարարական հետազոտման բնութագրական սխեման: Պատկերված ստրուկտուրան ստացվել է շերտերը մոլեկուլային էպիտաքսիայի մեթոդով նստեցնելով GaAs-ի n-տիպի պլատայի վրա: Պոտենցիալային արգելքներից դուրս սիլիցիումային դոնորների կոնցենտրացիան GaAs-ում կազմում է  $n_{D1} = n_{D3} = 10^{18} \text{ սմ}^{-3}$ , իսկ պոտենցիալային հորը ձևավորվել է GaAs-ի հորային տեղամասի կենտրոնական 10%-ի մասում՝ խառնուրդի կոնցենտրացիան իջեցնելով մինչև  $n_{D2} = 10^{17} \text{ սմ}^{-3}$ : Էներգետիկ գոնայի լայնությունը էլեկտրոնի համար շատ անգամ փոքր է  $k_B T$ -ից սենյակային ջերմաստիճաններում: Արգելքային  $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ -ի երկու շերտերը գուրկ են խառնուրդներից և ենթադրվում են կիսամեկուսիչներ:



Նկ. 6.4. (Տե՛ս T.C.L. G. Sollner, W. D. Goodhue et al., Appl. Phys. Lett. 43, 588 (1983), Fig. 1):

Al-ի կոնցենտրացիան չափվել է նույն պայմաններում աճեցված ավելի հաստ նմուշները էլեկտրոններով ուրահարելու ժամանակ ինդուկցված ռենտգենյան ճառագայթման վերլուծությունից: Չափումների արդյունքներով  $x = 0.25 - 0.3$ , իսկ համապատասխան պոտենցիալային արգելքների բարձրությունը՝  $\Delta E = 0.23$  էՎ: Պոտենցիալային արգելքների  $W_{1,3}$  և հորի  $W_2$

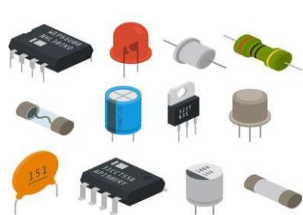
լայնությունները նույնն են և հավասար  $50 \text{ \AA}$ -ի: Ստացված վոլտ-ամպերային բնութագիծը երեք որակապես տարբեր ջերմաստիճաններում բերված է Նկ. 6.5-ում: Ինչպես տեսնում ենք, բացասական դիֆերենցիալ դիմադրության տեղամաս ձևավորվում է ազոտային և դրանից ցածր ջերմաստիճաններում: Հետագա տարիներին շատ ջանքեր են գործադրվել այն մինչև սենյակային ջերմաստիճաններ հասցնելու համար:



Նկ. 6.5. (Տե՛ս T.C.L. G. Sollner, W. D. Goodhue et al., *Appl. Phys. Lett.* 43, 588 (1983), Fig. 2):

Թունելային դիոդը ներկայումս օգտագործվում է ուժեղացնելու և գրանցելու համար թույլ բարձրհաճախային (գեգահերց և ավելի) տատանումները՝ աշխատելով մեկ վոլտից փոքր լարումների տիրույթում: Ճիշտ է, ի սկզբանե ձևավորված սպասումներն այստեղ արագորեն սեղմվեցին այլ կիսահաղորդչային տարրերի, ինչպիսին է IMPATT դիոդը, հայտնաբերմամբ և տեխնոլոգիական լուծումների ներկայացմամբ: Թունելային դիոդները, ի հավելումն, օգտագործվում են գերարագ էլեկտրական իմպուլսների ծրագրերում (հաշվիչ մեքենաների թվային տրամաբանական շղթաներում), բջջային միկրոալիքային սարքերում, 300 ՄՀց-ից բարձր հաճախությունների ազդանշանների լայնաշերտ ուժեղացման սարքերում և այլն:

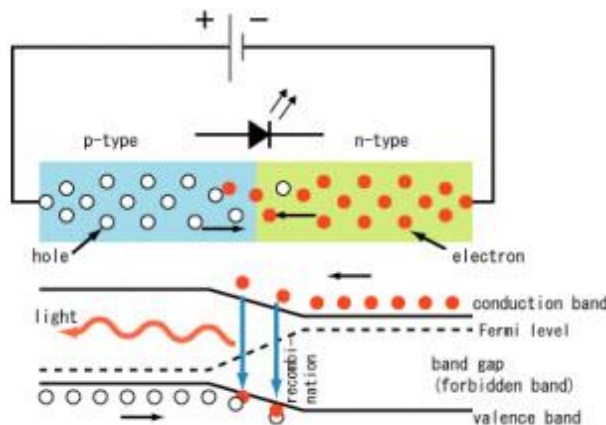
Այս դիոդի կարևոր առավելություններից է այն, որ կայուն է մագնիսական դաշտերի, բարձր ջերմաստիճանների և ռադիոակտիվության նկատմամբ: Դրա արդյունքում հնարավորություն է ստանում կիրառությունների ռազմական սարքաշինությունում, որոնցից առավել կարևոր են աներոտիեզերական ռադարային և ապարատային միջոցները: Դիոդի մյուս առավելությունը նրա ցածր գինն է, աշխատանքային աղմուկի և էներգիայի կորուստի ցածր մակարդակը, օգտագործման հուսալիությունը՝ երբ պարամետրերը երկար ժամանակ կայուն են մնում, անկախ այն բանից՝ օգտագործվում են, թե ոչ:



**Լուսադիոդ:** Լուսադիոդում, ի տարբերություն շիկացման կամ լյումինեսցենսային լամպերի, էլեկտրական հոսանքն անմիջական ձևափոխվում է լուսային ճառագայթման: Տեսականորեն դա կարող է իրականացվել համարյա առանց կորուստների: Լուսադիոդը շատ քիչ է տաքանում, ինչն այն դարձնում է անփոխարինելի որոշ կիրառություններում: Գույնը, ի հաշիվ նեղ ճառագայթման սպեկտրի, մաքուր է, ինչը նշանակում է նաև տեսանելի տիրույթում աշխատող լուսադիոդների համար ինֆրակարմիր և ուլտրամանուշակագույն տեղամասերի իսպառ բացակայություն: Լուսադիոդը մեխանիկորեն ամուր է, բացառիկ հուսալի, իսկ ծառայության ժամկետը հարյուրապատիկ գերազանցում է շիկացման լամպերի և տասնապատիկ՝ լյումինեսցենցիոն լամպերի ծառայության ժամկետները: Եվ վերջինը, այն ցածր՝ մի քանի վոլտ լարումների սարք է՝ դրանից բխող էներգետիկ և անվտանգության չափանիշերով:

Ինչպես նշվել է նախորդ պարագրաֆում, p-n կիսահաղորդչային կոնտակտում, առանց հոսանքի աղբյուրին միացման, տեղի է ունենում հետևյալը: p-տիպի կիսահաղորդիչի դիֆուզիայի արդյունքում ներթափանցում են էլեկտրոններ, որոնք ռեկոմբինացվում են այդտեղ եղած խոռոչների հետ, իսկ n-տիպի կիսահաղորդիչի դիֆուզիայում են խոռոչները և վերամիավորվում են այդտեղ եղած էլեկտրոնների հետ: Ռեկոմբինացիայի պրոցեսները, սակայն, չեն ազդում լիցքերի բաշխման խտությունների վրա, և դիֆուզված լիցքերի չափով համան մակերևույթի երկու կողմերում նեղ շերտերի տեսքով կուտակվում են հակառակ նշանի լիցքեր՝ բացասական՝ p-տիպի կիսահաղորդչային շերտում, և դրական՝ n-տիպի կիսահաղորդչային շերտում (Տե՛ս Նկ. 5.7): Կուտակված լիցքերի մեծությունը հասնում է այնպիսի արժեքի, որի դեպքում նրանց ստեղծած էլեկտրական դաշտը դիֆուզիոն հոսքերը կանգնեցնում է դեպի կոնտակտային շերտ: Կարգավորված շարժումները p-n կոնտակտում բացակայում են:

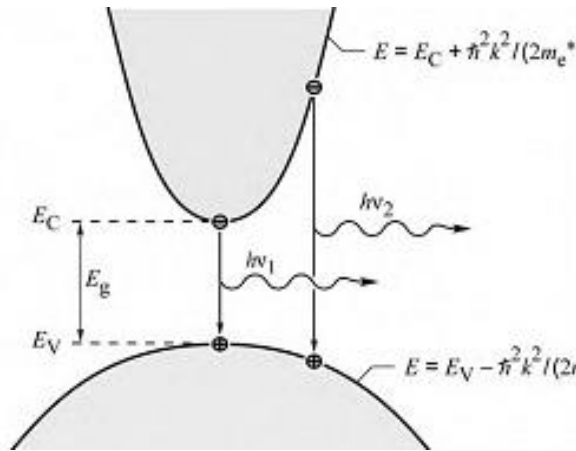
p-n կոնտակտը հոսանքի աղբյուրին ուղիղ միացնելիս արտաքին լարումը ստեղծում է էլեկտրոնների և խոռոչների կարգավորված հոսքեր, որոնք իրար են հանդիպում համան մակերևույթի շուրջ, երկու կողմերում (Նկ. 6.6, վերևի պատկերը), որին անվանում են ակտիվ գոտի: Էլեկտրոնները, գտնվելով հաղորդական զոնայում, օժտված են ավելի մեծ էներգիայով, քան խոռոչները, որոնք գտնվում են վալենտական զոնայում: Ռեկոմբինացիայի դեպքում այդ էներգիաների տարբերությունը ճառագայթվում է ֆոտոնների տեսքով (Նկ. 6.6, ներքևի պատկերը): Դիոդը լուսարձակում է:



Նկ. 6.6. (Տե՛ս Электронны и дырки. [https://led-displays.ru/led\\_5.html](https://led-displays.ru/led_5.html)):

Ֆոտոնների ճառագայթման ավելի մանրամասն սխեման պատկերված է Նկ. 6.7-ում: Էլեկտրոնի և խոռոչի էֆեկտիվ զանգվածների տարբերության շնորհիվ ( $m_h > m_e$ ) հաղորդակա-

նության և վալենտային զոնաներում դիսպերսիոն առնչությունը քառակուսային է տարբեր փովածքներով: Ռեկոմբինացիոն ճառագայթային անցումներ կարող են տեղի ունենալ հաղորդական զոնայի տարբեր էներգիաներով (քվադրիմպուլսներով) վիճակներից:



Նկ. 6.7. (St' u Schubert E.F., Light-emitting diodes, Cambridge, 2006, Fig. 5.1):

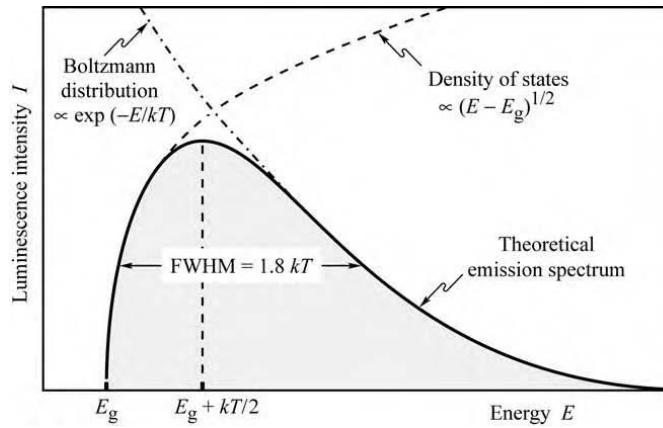
Մինիմալ  $n_1$  հաճախությամբ ֆոտոններ առաջանում են հաղորդականության զոնայի  $E_C$  ամենափոքր էներգիայով վիճակից վալենտական զոնայի  $E_V$  առավել բարձր վիճակ անցման դեպքում: Քվադրիմպուլսների առանցքով կենտրոնից հեռանալիս ճառագայթված ֆոտոնի

$$\nu_2 = \frac{1}{\hbar} \left( E_C + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*} - E_V + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h^*} \right)$$

հաճախությունը, որտեղ  $m_e^*$ -ն և  $m_h^*$ -ն համապատասխանաբար էլեկտրոնի և խոռոչի բերված զանգվածներն են, մեծանում է:

Տվյալ հաճախության վրա ճառագայթման ինտենսիվությունը (ֆոտոնների թիվը) պայմանավորվում է երկու գործոններով, որոնցից են վերին հաղորդական զոնայում էներգետիկ մակարդակի անվերջ նեղ տիրություն վիճակների խտությունը և դրանց բնակեցված լինելու աստիճանը: Վիճակագրական ֆիզիկայի դասընթացից հայտնի է, որ առաջինը համեմատական է  $(E - E_g)^{1/2}$  քառակուսի արմատին, երկրորդը՝ Բոլցմանի էքսպոնենցիալ  $e^{-E/k_B T}$  արտադրիչին: Դրանց միջոցով էլեմենտի սպեկտրալ լուսատվության կորի ստացումը մեկնաբանված է Նկ. 6.8-ում:

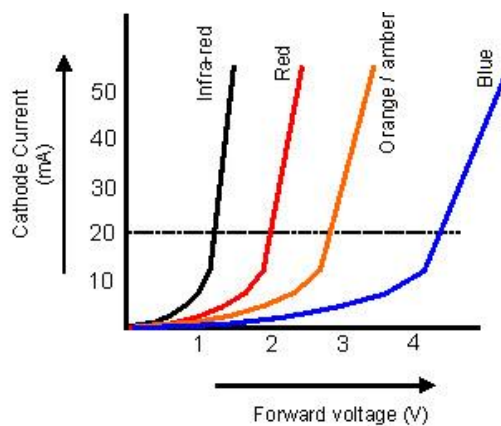
Սպեկտրի տեսանելի տիրություն հայտնվելու համար անհրաժեշտ է, որ վալենտական և հաղորդական զոնաների միջև արգելված զոնայի լայնությունը p-n կոնտակտի ակտիվ գոտում մոտ լինի տեսանելի տիրության լուսային քվանտի էներգիային:



Նկ. 6.8. (St' u Schubert E.F., Light-emitting diods, Cambridge, 2006, Fig. 5.2):

Երկրորդը, որ էլեկտրոն-խոռոչ գույգի ռեկոմբինացիայի դեպքում լուսային ճառագայթման հավանականությունը պետք է բարձր լինի, ինչի համար կիսահաղորդչային բյուրեղը պետք է պարունակի քիչ դեֆեկտներ, որոնց պատճառով ռեկոմբինացիան ընթանում է առանց ճառագայթման: Այս պայմանների իրականացումն այս կամ այն չափով ինքնահակասական է, և դրա հաղթահարման ընդունված մոտեցումը ոչ մեկ, այլ բազմաշերտ կիսահաղորդչային կառուցվածքների, այսպես կոչված, հետերոստրուկտուրաների պատրաստումն է:

Նկ. 6.8-ում բերված սպեկտրալ կորի լայնությունը բավականին փոքր է լինում տեսանելի սպեկտրի լայնության նկատմամբ, այնպես որ յուրաքանչյուր լուսադիոդ ճառագայթում է գունային որոշ տիրույթում: Գունային տարբեր տիրույթներում ճառագայթող կիսահաղորդչային p-n կոնտակտների վոլտ-ամպերային բնութագրերը տարբեր են, ինչպես պատկերված է Նկ. 6.9-ում: Այն ցույց է տալիս բնական օրինաչափություն՝ ֆոտոնի ավելի բարձր էներգիա (հաճախություն) ունեցող գույներ ստանալու համար պահանջում են ավելի մեծ լարումներ:



Նկ. 6.9

Աղյուսակն ամփոփում է լուսադիոդի բնութագրիչները:

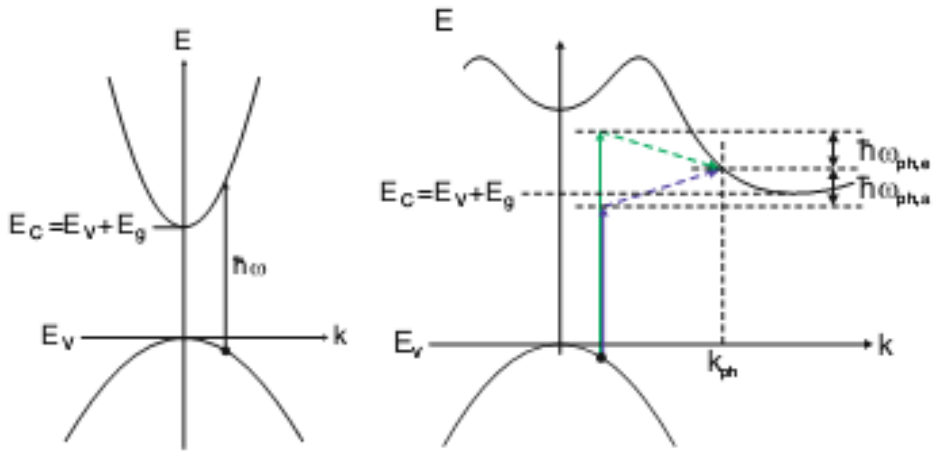
Ալիքի երկարության տիրույթը (նմ)	Գույնը	Լարումը (20 մԱ հոսանքի համար)	Նյութը
< 400	Ուլտրամանուշակագույն	3.1-4.4	Ալյումինում նիտրատ (AlN) Ալյումինում գալիում նիտրատ (AlGaN)



			Ալյումինում գալիում ինդիում նիտրատ (AlGaInN)
400-450	Մանուշակագույն	2.8-4.0	Ինդիում գալիում նիտրատ (InGaN)
450-500	Կապույտ	2.5-3.7	Ինդիում գալիում նիտրատ (InGaN) Սիլիցիում կարբիդ (SiC)
500-570	Կանաչ	1.9-4.0	Գալիում ֆոսֆիդ (GaAsP) Ալյումինում գալիում ինդիում ֆոսֆիդ (AlGaInP)
570-590	Դեղին	2.1-2.2	Գալիում արսենիդ ֆոսֆիդ (GaAsP) Ալյումինում գալիում ինդիում ֆոսֆիդ (AlGaInP); Գալիում ֆոսֆիդ (GaP)
590-610	Նարնջագույն	2.0-2.1	Գալիում արսենիդ ֆոսֆիդ (GaAsP) Ալյումինում գալիում ինդիում ֆոսֆիդ (AlGaInP) Գալիում ֆոսֆիդ (GaP)
610-760	Կարմիր	1.6-2.0	Ալյումինում գալիում արսենիդ (AlGaAs) Գալիում արսենիդ ֆոսֆիդ (GaAsP) Ալյումինում գալիում ինդիում ֆոսֆիդ (AlGaInP) Գալիում ֆոսֆիդ (GaP)
> 760	Ինֆրակարմիր	< 1.9	Գալիում արսենիդ (GaAs) Ալյումինում գալիում արսենիդ (AlGaAs)

Լուսադիոդի աշխատանքային էֆեկտիվության բարձրացումն ըստ էության նշանակում է ճառագայթամաբ ուղեկցվող անցումների է մաքսիմիզացում ոչ ճառագայթումների նկատմամբ: Այն կարող է սահմանվել նաև որպես նյութական համակարգի ներքին քվանտային էֆեկտիվություն: Նյութի ընտրությունը լուսադիոդի պատրաստման համար հենվում է կիսահաղորդչի զոնային կառուցվածքը և այն միջոցները հասկանալու վրա, որոնց միջոցով կարող են ընտրվել կամ ղեկավարվել էներգետիկ մակարդակները քվանտային էֆեկտիվության բարենպաստ մեծություն ձևավորելու համար: Դրա արդյունքում հնարավոր է լինում ստանալ 1-ից մինչև մոտ 100 տոկոս քվանտային էֆեկտիվություններ:

Կիսահաղորդչի ճառագայթային կյանքի տևողությունը մեծապես կախված է նրանից, թե արդյո՞ք ճառագայթային ռեկոմբինացիան ի հայտ է գալիս մինչև ոչ ճառագայթայինը: Կիսահաղորդիչները մեծամասամբ ունենում են իրար նման վալենտական գոտու կառուցվածք՝ պարզ մաքսիմումով, ուղղորդված բյուրեղաչափական որոշակի ուղղությամբ (Նկ. 6.10): Հաղորդական գոտին, սակայն, ունենում է անհամեմատ բարդ կառուցվածք: Այստեղ առկա են էներգիական հովիտներ և էլեկտրոնները, որոնք զբաղեցնում են փոքրագույն էներգիաներով հովիտը, հեշտորեն ռեկոմբինացվում են միայն վալենտական գոտու փոքր թվով լիցքակիրների (խոռոչների) հետ:



Նկ. 6.10. Ուղիղակի օպտիկական անցում և անուղիղակի օպտիկական անցումներ վալենտային և հաղորդականության գոտիների միջև: Անուղիղակի անցումը ներառում է կլանման կամ ճառագայթման մի ֆոնոն  $\hbar \omega_{ph}$  էներգիայի:

Ավելի ամփոփ լինելու համար նկատենք, որ կիսահաղորդիչները դասակարգվում են որպես *ուղիղ* և *նչ ուղիղ*՝ կախված հաղորդական գոտու մինիմալ էներգիաներով հովտի և վալենտական գոտու էներգետիկ բարձունքի փոխադարձ դիրքից: Ուղիղ կիսահաղորդչում էլեկտրոնները և խոռոչները տեղակայված են (քվազի)իմպուլսի նույն արժեքի վրա, և քանի որ ռեկոմբինացիան ընթանում է իմպուլսի պահպանման օրենքի զուգակցմամբ, ապա տեղի է ունենում համեմատաբար հեշտ և ուրեմն արագ: Ոչ ուղիղ կիսահաղորդչում անցումների մեծամասնությունն արգելված է, իսկ կյանքի արդյունարար տևողությունը (ռեկոմբինացիայի ժամանակը)՝ երկար:

Ոչ ուղիղ կիսահաղորդիչների օրինակներ են սիլիցիումը և գերմանիումը: Այսպիսի նյութերում ճառագայթային կյանքի տևողությունն ընկած է վայրկյանների տիրույթում և համարյա բոլոր ինժեկտված լիցքակիրները միավորվում են բյուրեղային դեֆեկտների վրա ոչ ճառագայթային ձևերով: Ուղիղ կիսահաղորդիչներում, ինչպիսիք են գալիում նիտրատը և գալիում արսենիդը, ճառագայթային կյանքի տևողությունները 1-ից մինչև 100 նանո վայրկյան են: Արդյունքում, գալիում նիտրատային լուսադիոդի քվանտային էֆեկտիվությունը մոտ 12% է՝ համեմատած սիլիցիում կարբիդի լուսադիոդի 0.02%-ի հետ:

p-n անցման երկայնքով ինժեկտված լիցքակիրների ճառագայթային ռեկոմբինացիայի արդյունքում արձակված լույսի ալիքի երկարությունը (և գույնը) որոշվում են ռեկոմբինացվող վալենտական և հաղորդական զոնաների էլեկտրոն-խոռոչ զույգի էներգիաների տարբերությամբ: Դրանք մոտավորապես հաղորդական զոնայի մինիմալ և վալենտական զոնայի մաքսիմալ էներգիաներն են: Համապատասխանաբար, ճառագայթված ֆոտոնի  $\lambda$  ալիքի երկարությունը մոտարկվում է

$$\lambda = \frac{2\pi \hbar c}{E_{bg}}$$

բանաձևով, որտեղ  $E_{bg}$ -ն արգելված զոնայի (band gap) էներգետիկ լայնությունն է: Ալիքի երկարությունը փոխելու համար պետք է փոխել օգտագործվող կիսահաղորդչային նյութի արգելված գոտու լայնությունը: Այդպիսի հնարավորությունը քննարկենք գալիում արսենիդի օրինակի վրա: Նրա արգելված գոտու լայնությունը մոտավորապես 1.4 էլեկտրոն-վոլտ է, ինչին

համապատասխանում է 900 նանոմետր ալիքի երկարության ինֆրակարմիր ճառագայթում: Ճառագայթման հաճախությունը մեծացնելու և տեսանելի կարմիր տիրույթ (մոտ 650 նանոմետր) տեղափոխելու համար արգելված գոտին պետք է լայնացվի մինչև մոտավորապես 1.9 էլեկտրոն-վոլտ: Դրան կարելի է հասնել գալիում արսենիդը խառնելով ավելի լայն արգելված գոտի ունեցող համատեղելի նյութի հետ: 2.3 էլեկտրոն-վոլտ լայնության արգելված գոտով գալիումի ֆոսֆատն այդ նպատակի համար առավել ցանկալի թեկնածուն է: GaAsP (գալիում արսենիդ ֆոսֆատ)-ի հենքի վրա արտադրված լուսադիոդներ կարող են ծածկել արգելված գոտու լայնության 1.4-ից մինչև 2.3 էլեկտրոն-վոլտ լրիվ դիսպազոնը, արսենիդի և ընտրելով ֆոսֆորի համապատասխան համամասնության ընտրությամբ:

Աղյուսակում բերված են ներկայումս արտադրվող լուսադիոդները իրենց ճառագայթման գունավորմամբ, ալիքի երկարությամբ և համապատասխան կիսահաղորդչային կազմությամբ: Նկատենք, որ առաջին լուսադիոդներն արտադրվել են 1960-ականներին և բուռն զարգացում ապրել 1980-ականներին: Ներկա էտապում հիմնական հետազոտական ջանքերն ուղղված են էֆեկտիվության և լուստվության բարձրացմանը:

Կապույտ պայծառ լուսադիոդների իրականացումից հետո, համապատասխան համամասնություններով օգտագործելով արդեն առկա կարմիր և կանաչ ճառագայթման

Լուսադիոդների գունային երանգները

Գույնը	Ալիքի երկարությունը (նանոմետրեր)	Կիսահաղորդչային կազմությունը
Ինֆրակարմիր	880	GaAlAs/GaAs
Ուլտրակարմիր	660	GaAlAs/GaAlAs
Գերկարմիր	633	AlGaInP
Գերնարնջագույն	612	AlGaInP
Նարնջագույն	605	GaAsP/GaP
Դեղին	585	GaAsP/GaP
Հրաշեկ սպիտակ	4500K	InGaN/SiC
Գունատ սպիտակ	6500K	GaAlAs/GaAs
Պաղ սպիտակ	8000K	GaAlAs/GaAlAs
Անխառն կանաչ	555	AlGaInP
Գերկապույտ	470	AlGaInP
Կապտամանուշակագույն	430	GaAsP/GaP
Ուլտրամանուշակագույն	395	GaAsP/GaP

Լուսադիոդները, հնարավոր է դարձել տեսանելի սպեկտրի կամայական գույնի ստացումը, ներառյալ՝ սպիտակինը: Սպիտակ լույսի ստացման մեկ այլ մոտեցում, օգտագործելով միայն մեկ սարք, հենվում է ֆոսֆորային կամ ներկանյութային կամ կիսահաղորդչային ալիքի երկարությունների ձևափոխման վրա:

Սպիտակ լուսադիոդների կոնցեպցիան հատկապես ձգողական է մեծածավալ լուսավորումների դեպքում՝ պայմանավորված պինդմարմնային սարքերի հուսալիությամբ և լուսային ճառագայթման բարձր էֆեկտիվությամբ՝ համեմատած սովորական շիկացման և ֆլուորեսցենտային լամպերի:

## § 7. Սկան-թունելային մանրադիտակ

Աչք կառույցը թույլ է տալիս տարբերակել լուսային (կամ ավելի ընդհանուր՝ էլեկտրամագնիսական) ճառագայթումը միջինում 400 նանոմետրից (մանուշակագույն) մինչև 750 նանոմետր (կարմիր) ընկած ալիքի երկարությունների միջակայքում: Լույսի ալիքի երկարությունը սահմանափակում է օբյեկտի վերջնական չափը, որը մենք կարող ենք տեսնել ուղղակիորեն՝ օգտագործելով սովորական օպտիկան: Անգամ ամենալավ որակի միկրոսկոպով հնարավոր չէ տարբերակել օբյեկտների 400 նանոմետրից քիչ իրարից հեռացվածությունը, քանի որ լույսի ալիքն ավելի երկար է այդ հեռավորությունից: Կից երկու այդպիսի օբյեկտները մեզ երևում են միասին լողզված: Նանուաշխարհը տեսանելի դարձնելու համար ներկայումս, ելնելով ատոմական, մոլեկուլային և օպտիկական ֆիզիկայի օրինաչափություններից, մշակված են մի շարք տեխնոլոգիաներ: Մենք կանդրադառնանք դրանցից երկուսին և մանրամասն կանգ կառնենք սկան-թունելային մանրադիտակի վրա, որն առավել է կիրառվում և բացի դա՝ ունի ներհատուկ քվանտամեխանիկական բովանդակություն:

*Լույսի ալիքի երկարության կարճեցման մեթոդում* օգտագործվում են ուլտրամանուշակագույն կամ ռենտգենյան ճառագայթներ, որոնց ալիքի երկարությունը մինչև երեք կարգով փոքր է տեսանելի սպեկտրի ալիքի երկարությունից: Ռենտգենյան միկրոսկոպերը ներկայումս հասել են մի քանի նանոմետր լուծելիության: Պատկերն այստեղ, իհարկե, չի ստացվում անմիջականորեն աչքում, այլ ձևափոխության որոշ պրոցեսներ օգտագործելով արտապատկերվում է գրանցող սարքի էկրանի վրա: Կոշտ ռենտգենյան տիրույթն ունի ավելի կարճ ալիքի երկարություն, սակայն լուծելիությունն առայժմ չի հաջողվում իջեցնել 20 նանոմետրից: Պատճառն այն է, որ չի հաջողվում իրականացնել այդպիսի ալիքների լավ ֆոկուսացում փնջի կոհերենտության պակասի հետևանքով: Հաջողության հեռանկարները կապվում են նանոնյութերի սինթեզման տեխնոլոգիաների հետագա զարգացման հետ, ինչը թույլ կտա իջնել մինչև սուբնանոմետրական, այսինքն՝ ատոմական չափերի սահման:

Ուլտրամանուշակագույն կամ ռենտգենյան ճառագայթներով ստացվող պատկերները հաճախ կտրուկ տարբերում են տեսանելի լույսով ստացվող պատկերներից: Պատճառը այն է, որ տեսանելի լույսը, որպես կանոն, փոխազդում է մոլեկուլներում թույլ կապված, դելոկալիզացված, տարածական լայն բաշխումով էլեկտրոնների հետ, իսկ ռենտգենյան ճառագայթները փոխազդում են ուժեղ կապված էլեկտրոնների հետ, որոնք լոկալիզացված են առանձին ատոմներում:

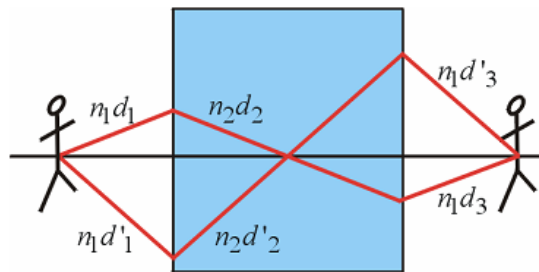
Նմուշը, լուսավորելով որոշակի ալիքի երկարության ճառագայթմամբ կամ դետեկտելով որոշակի ալիքի երկարության լուսաբեկումները, հնարավոր է արտապատկերել նմուշում տարբեր քիմիական էլեմենտների տարածական բաշխումը: Օրինակ, կոշտ ռենտգենյան ճառագայթմամբ հնարավոր է լինում ստանալ էլեմենտների բաշխումը առանձին կենդանի բջիջում: Մեկ այլ օրինակ է մոլեկուլներում բազմաֆոտոն գրգռումը և ռամանյան ցրումը, որն օգտագործվում է որոշ քիմիկատների պատկերման և դրանցում ժամանակային պրոցեսների ուսումնասիրության համար՝ մնալով սուբնանոմետրական լուծելիության սահմաններում:



Չանդրասեկար Ռամանը կոլեգաներին մեկնաբանում է իր մշակած մեթոդի էությունը և համապատասխան սարքի աշխատանքը:

Ակտիվ հետաքրքրություն ներկայացնող մեկ այլ հնարավորություն ուսանյակների պատրաստման նոր նյութերի ստացումն է: Սովորական ուսանյակները, ինչպես հայտնի է, ունեն դրական բեկման ցուցիչ: Երբ լույսն անցնում է մի միջավայրից մյուսը (օրինակ՝ օդից կվարցե ուսանյակ), ապա բեկման անկյունը կախված է

երկու միջավայրերի բեկման ցուցիչների տարբերությունից: Ապակյա ուսանյակները պատկերներ առաջացնելու համար օբյեկտից արձակված լուսային ալիքները բեկում և ուղարկում են դեպի ֆոկուս: Ֆոկուսի չափերը, սակայն, չեն կարող փոքր լինել ալիքի երկարության կեսից, ինչը սահման է հանդիսանում օբյեկտի պատկերի լուծելիության համար:



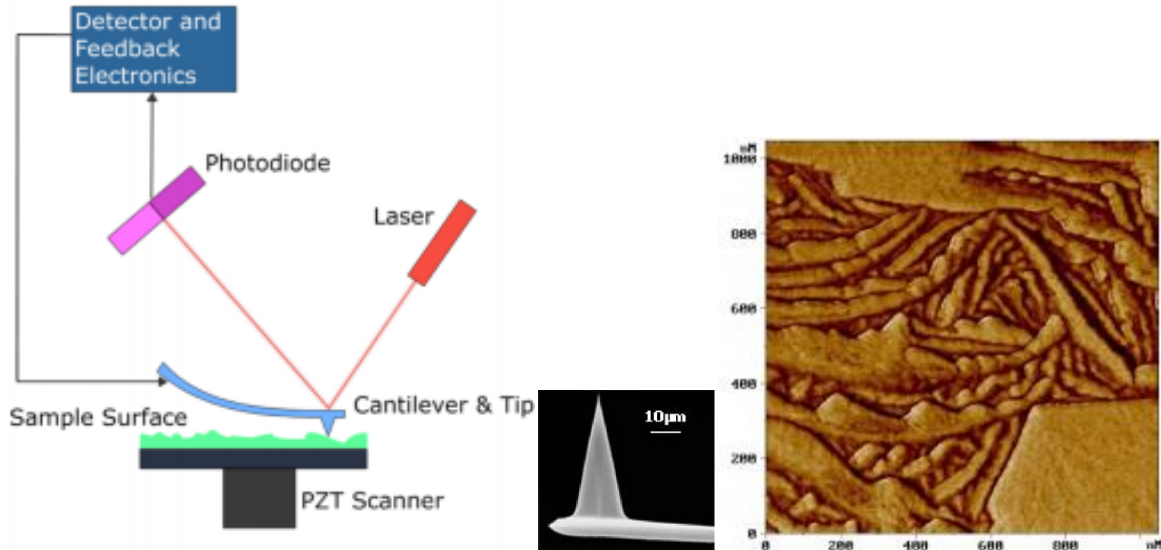
Նկ. 7.1. Կետի պատկերի ստացումը բացասական բեկման ցուցիչ ունեցող միջավայրից պատրաստված ուսանյակի միջոցով: Ուշադրություն դարձնենք, որ միջավայրերի սահմանին ընկնող և բեկված ճառագայթները գտնվում են անկման կետում կանգնեցված ուղղահայացի նույն կողմում և ոչ թե հակառակ կողմում, ինչպես լինում է սովորական, դրական բեկման ցուցիչ ունեցող նյութերի դեպքում (Տե՛ս Pendry J.B., *The Blackett Laboratory, Imperial College London*:

<http://www.cmth.ph.ic.ac.uk/photonics/>, page 12):

Իրավիճակն այլ է բացասական բեկման ցուցիչ ունեցող նյութերում: Դրանք տեսականորեն հնարավոր են համարում կատարյալ ուսանյակների գոյությունը (որոնց սահմափակող մակերևույթները կարող են լինել հարթ, ինչպես պատկերված է Նկ. 7.1-ում): Ֆիզիկական մեխանիզմն այստեղ նրանում է, որ հասնելով բացասական բեկման ցուցիչով միջավայրի մակերևույթին, լուսային ալիքներն այնտեղ գրգռում են մակերևութային պլազմոններ, որոնք ուժեղանում են և ծածկում էվանեսցենտ ալիքները, որոնք սովորական նյութերի դեպքում սահմանափակում են պատկերի ստացման լուծելիությունը: Բացասական բեկման ցուցիչով բնական նյութեր առկա են սպեկտրի միկրոալիքային (տերահերց) տիրույթի համար, իսկ տեսանելի սպեկտրի համար ընթանում են արհեստական նյութերի ստացման աշխատանքներ:

Սկան-զոնդավորման մանրադիտակը խոշոր առաջընթաց քայլ է նանոտեխնոլոգիաների ոլորտում՝ օժտված մեկ նանոմետրից փոքր լուծելիությամբ (համեմատության համար նկատենք, որ թթվածնի ատոմի տրամագիծը մոտ 0.13 նանոմետր է): Մանրադիտակն ունի շատ սուր գոնդ, որի ծայրն ավարտվում է անգամ մեկ ատոմով: Զոնդը նանոմետրական հեռավորությունների

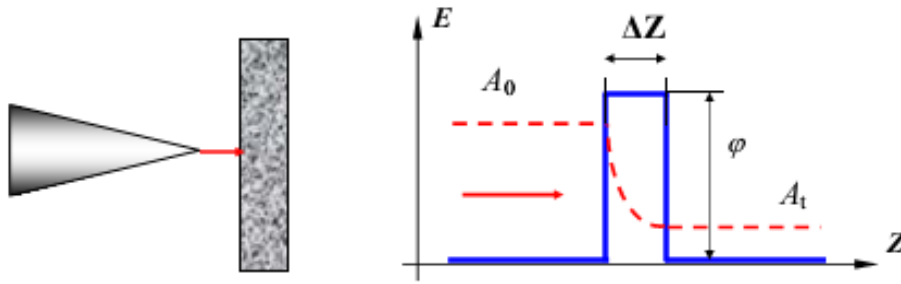
վրա տեղաշարժվում է հետագոտվող մակերևույթի երկայնքով: Եթե զգայնության մեխանիզմը գրանցում է զոնդ-մակերևույթ փոխազդեցության ուժը, ապա մենք գործ ունենք *ատոմ-ուժային մանրադիտակի* հետ (Նկ. 7.2): Ուժերը կարող են լինել ինչպես զուտ էլեկտրական և մագնիսական, այնպես էլ չեզոք ատոմների կամ մոլեկուլների միջև դիպոլ-փոխանակային բնույթի:



Նկ. 7.2. Ատոմ-ուժային միկրոսկոպի աշխատանքի սխեմատիկ պատկերը: Մեջտեղում պատկերված է զոնդի սրածայր տեղամասը, որի եռանկյունաձև տարրի հիմքի երկարությունը քիչ գերազանցում է 10 միկրոմետրը: Աջում ներկայացված է պոլիէթիլենի թաղանթի մակերևույթի տեղամասի պատկերը՝ ստացված փոխազդեցության ուժերի դիպոլ-փոխանակային բնույթի մասին ենթադրությամբ: Պատկերի զծային չափերը 1000 նանոմետր, այսինքն՝ 1 միկրոմետր է, քիչ ավելի կարմիր լույսի ալիքի երկարությունից (Տե՛ս Mironov V.L., *Fundamentals of scanning probe microscope*, Nizhniy Novgorod, 2004, Fig. 64, 68, 82):

Հատկապես հզոր սարք է *սկան-թունելային մանրադիտակը*, որը գործում է թունելային թույլ հոսանքի չափման հիման վրա, որը հոսում է սրածայր զոնդի և մակերևույթի միջև: Հոսանքի փոփոխություններն արձագանքում են մակերևույթի վրա էլեկտրոնների լոկալ փոփոխություններին: Սկան-թունելային մանրադիտակի աշխատանքային սկզբունքը մետաղական զոնդի և հաղորդական նմուշի միջև նեղ պոտենցիալային արգելքի քվանտային թունելացումն է էլեկտրոնների կողմից: Երևույթը սխեմատիկ մեկնաբանված է Նկ. 7.3-ում: Չոնդի գազաթը գտնվում է նմուշի մակերևույթից մի քանի անգստրեմ (1 անգստրեմը հավասար է 0.1 նանոմետրի) հեռավորության վրա: Այն էլեկտրոնների հոսքի համար ստեղծում է պոտենցիալային արգելք, որի բարձրությունն ուղղանկյան տեսքով մոդելավորելիս հավասար է զոնդից և նմուշից էլեկտրոնի՝ համապատասխանաբար  $U_{tip}$  և  $U_{sample}$  էլքի աշխատանքների կիսագումարին՝

$$U = \frac{1}{2} (U_{tip} + U_{sample}):$$



Նկ. 7.3. Սկան-թունելային մանրադիտակի պոտենցիալային արգելքի քվանտային թունելացման սխեման (Տե՛ս Mironov V.L., *Fundamentals of scanning probe microscope*, Nizhniy Novgorod, 2004, Fig. 39):



Անդերս Անգստրեմ

Քվանտային մեխանիկայի ստանդարտ դասընթացից հայտնի է, որ ուղղանկյուն պոտենցիալային արգելքի, ինչպես պատկերված է Նկ. 7.2-ում, քվանտային թունելացման գործակիցը քվադրատային մոտավորությամբ և էլեկտրոնի անկյունային փոքր էներգիաների դեպքում տրվում է

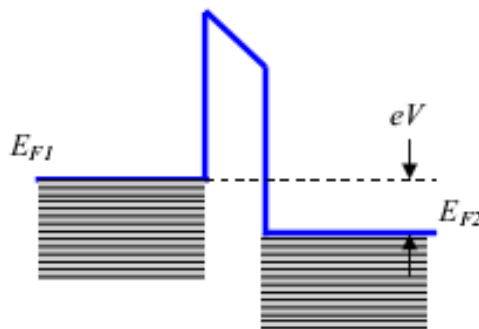
$$T = |t|^2 \approx \exp(-\kappa L) \quad (7.1)$$

բանաձևով, որտեղ  $\kappa = 2\sqrt{2mU}/\hbar$ ,  $m$  -ը էլեկտրոնի զանգվածն է,  $L$  -ը պոտենցիալային արգելքի լայնությունը: Էլեկտրոնների էներգիաները և համապատասխանաբար թունելացման հոսանքը մեծացնելու համար զոնդի և նմուշի միջև կիրառվում է լարում՝  $V$ : Վերջինս հարմար է լինում դիտել ոչ թե որպես էլեկտրոնների էներգիաների մեծացման աղբյուր, ինչը ենթադրում է դասական պատկերացումների կիրառում, այլ որպես խնդրի պոտենցիալի տեսքը ձևավորող ազդեցություն, ինչպես ցույց է տրված Նկ. 7.3-ում:

Կիրառելով (7.1) բանաձևը Նկ. 7.4-ի պայմանների նկատմամբ և հաշվի առնելով, որ մետաղական հաղորդիչներ են և՛ զոնդը, և՛ նմուշը, միաչափ հոսանքի խտության համար ստացվում է

$$j = j_0 \left( U \exp(-2\sqrt{2mU}L) - (U + eV) \exp(-2\sqrt{2m(U + eV)}L) \right) \quad (7.2)$$

արտահայտությունը, որտեղ  $e$ -ն տարրական լիցքն է և մտցված է  $j_0 = e/4\pi^2\hbar^2L^2$  նշանակումը:



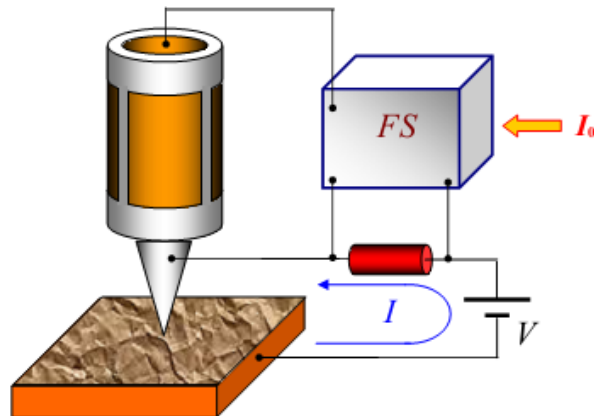
Նկ. 7.4. Էլեկտրոնի պոտենցիալ էներգիայի և թունելային կոնտակտի երկու կողմերում էներգետիկ մակարդակների պատկերը լարում կիրառելուց հետո (Տե՛ս Mironov V.L., *Fundamentals of scanning probe microscope, Nizhniy Novgorod, 2004, Fig. 40*):

Էլեկտրոնների սառն էմիսիա ապահովելու համար (բայց այնպես որ զոնդի սուր ծայրը չքայքայի) կիրառված լարման համար բավարարվում է  $eV \ll U$  պայմանը, ինչի արդյունքում թունելային հոսանքի խտության (7.2) բանաձևից ստացվում է

$$j = \frac{e^3 V^2}{16\pi^2 \hbar U L^2} \exp\left(-\frac{4\sqrt{2mU^3}}{3eV} L\right)$$

աշխատանքային բանաձևը:

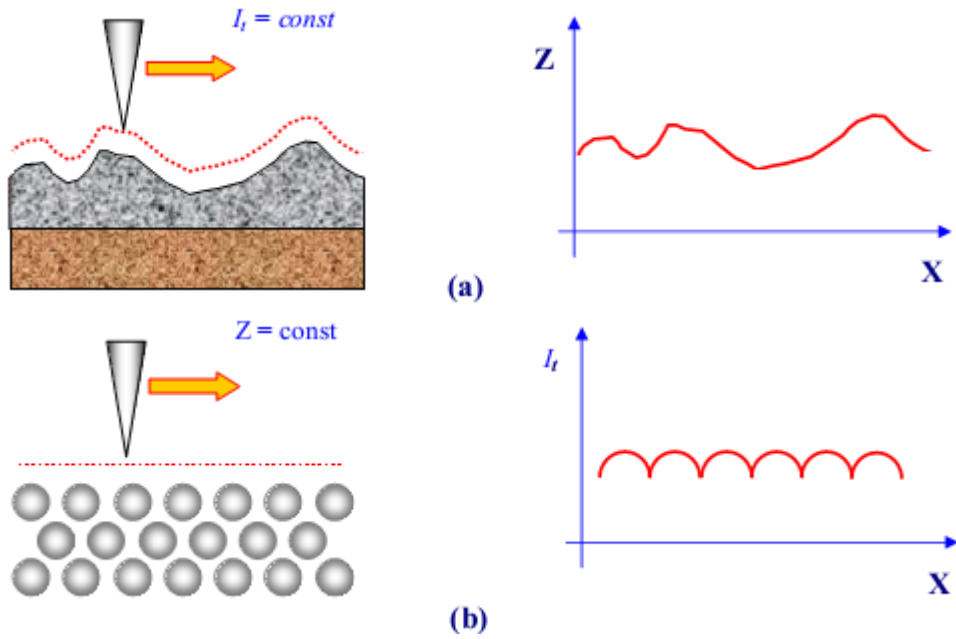
Թունելային հոսանքի՝  $I$  երկարությունից կախման էքսպոնենտային օրենքով կախվածությունը թույլ է տալիս գրանցել  $L$ -ի նուրբ փոփոխությունները, այսինքն՝ ունենալ զոնդ-նմուշի մակերևույթ հեռավորության չափման բարձր ճշտության սարք: Դրա համար սարքն օժտվում է հետադարձ կապի համակարգով (Նկ. 7.5-ում այն սիմվոլիկ ներկայացված է FS (feedback system) գուգահեռանիստի տեսքով): Հոսանքի ուժի մեծության և համապատասխանաբար զոնդ-նմուշի մակերևույթ հեռավորության վերահսկումը զոնդի որոշակի զծերի երկայնքով շարժման ընթացքում կատարվում է պիեզոէլեկտրական էլեմենտի օգնությամբ:



Նկ. 7.5. Մկան-թունելային միկրոսկոպի պարզեցված սխեման (Տե՛ս Mironov V.L., *Fundamentals of scanning probe microscope, Nizhniy Novgorod, 2004, Fig. 1*):

Մակերևույթի տոպոգրաֆիկ պատկերը ձևավորվում է երկու եղանակներով, որոնք կոչվում են մոդեր (այս դեպքում՝ ռեժիմներ իմաստով): Հաստատուն հոսանքի մոդում զոնդը շարժվում է մակերևույթի երկայնքով և հետադարձ կապի համակարգի աշխատանքի արդյունքում պիեզոէլեմենտին տրված լարման ընթացքը, որը պահում է հեռավորությունը հաստատուն, տրվում է համակարգչի հիշողությանը որպես չափվող ազդանշան և հետո վերարտադրվում է համակարգչային գրաֆիկի տեսքով (Նկ. 7.6(a)):

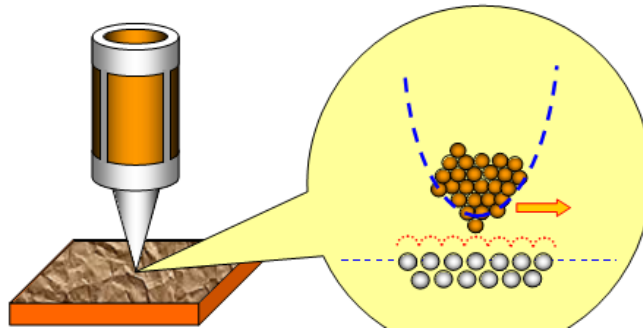




Նկ. 7.6. Սկան-թունելային միկրոսկոպով պատկերների ստացումը (a) հաստատուն հոսանքի և (b) հաստատուն բարձրության (կոորդինատային զծերի) մոդերով (Տե՛ս Mironov V.L., *Fundamentals of scanning probe microscope, Nizhniy Novgorod, 2004, Fig. 42*):

Հարթ-ատոմական մակերևույթների հետազոտման ժամանակ հաճախ ավելի էֆեկտիվ է լինում պատկերը ստանալ հաստատուն բարձրության մոդի միջոցով: Այս դեպքում զոնդը շարժվում է մակերևույթի վրայով մի քանի անգուստրեմ բարձրությամբ, և թունելային հոսանքը գրանցվում է որպես մակերևույթի պատկեր: Սկանավորումը կարող է իրակացվել կամ անջատված հետադարձ կապով, որի դեպքում ստացվում է տոպոգրաֆիկ ինֆորմացիան (Նկ. 7.6(b)), կամ զոնդի տեղափոխման այնքան մեծ արագությամբ, որ հետադարձ կապը իներտության որոշակի ժամանակ ունենալու պատճառով չհասցնի արձագանքել փոփոխություններին: Այս դեպքում գրանցվում են մակերևույթի տոպոլոգիայի համեմատաբար խոշորամասշտաբ փոփոխությունները: Այս պարագայում հնարավոր է հետևել նաև մակերևույթի փոփոխություններին ընթացքին իրական ժամանակում:

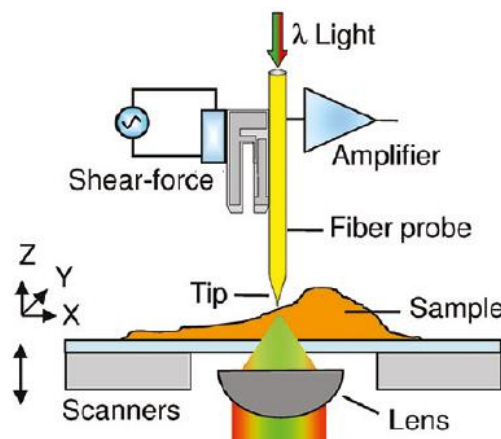
Մակերևույթի ուղղահայացի ուղղությամբ սարքի զգայնությունը հասնում է անգուստրեմի մասերի: Կողային զգայնությունը կախված է զոնդի ծայրի որակից և որոշվում է հիմնականում ոչ թե ծայրի միջին տրամագծով, այլ նրա ատոմական կառուցվածքով: Ծայրը համարվում է անսխալ պատրաստված, եթե նրա ծայրն ավարտվում է դուրս գցված մեկ ատոմով (Նկ. 7.7) կամ ատոմների փոքր կլաստերով, որի չափը շատ ավելի փոքր է ծայրի գագաթի կորության միջին շառավղից: Թունելային հոսանքը հոսում է ծայրի և նմուշի մակերևույթի ատոմների միջև:



Նկ. 7.7. Ատոմական լուծելիություն սկան-թունելային մանրադիտակում (Տե՛ս Mironov V.L., *Fundamentals of scanning probe microscope, Nizhniy Novgorod, 2004, Fig. 43*):

Սկան-թունելային միկրոսկոպերի միջոցով որոշվում են բյուրեղի մակերևույթին տեղակայված առանձին ատոմների դիրքերը, ինչպես նաև ատոմների դիրքերը առանձնացված մոլեկուլներում: Ակտիվորեն ընթանում են նաև մանրադիտակի օգնությամբ առանձին ատոմները բյուրեղի մակերևույթով տեղաշարժելու և ընտրված տեղում նստեցնելու աշխատանքները, որոնք թույլ են տալիս ատոմական չափերի վերահսկելի կառուցվածքների ձևավորում:

Գոյություն ունի սկան-թունելային մանրադիտակի նաև օպտիկական տարբերակը՝ մոտիկ դաշտի սկան-օպտիկական մանրադիտակը: Այս տեխնիկան թույլ է տալիս լուծելիություն՝ շատ բարձր օպտիկական մանրադիտակի սովորական սահմանի նկատմամբ: Ձևերից մեկում ուժային կամ թունելային մանրադիտակի զոնդը փոխարինվում է օպտիկական մանրաթելով, որի գագաթային տեղամասի լայնական չափերը մատավորապես 50 նանոմետր են: Այս գագաթը տեղադրվում է հետագոտվող մակերևույթից մի քանի նանոմետր հեռավորության վրա և ապա տեղաշարժվում նրա երկայնքով (Նկ. 7.8): Լազերային ճառագայթն ուղարկվում է զոնդի երկայնքով և դուրս գալով գագաթից՝ լուսավորում նմուշի մակերևույթի մոտավորապես զոնդի գագաթի հատույթին հավասար մակերես:



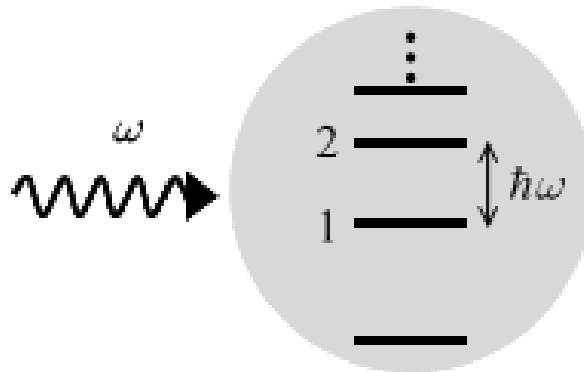
Նկ. 7.8. Մոտիկ դաշտի սկան-օպտիկական մանրադիտակի աշխատանքային տեղամասի սխեմատիկ պատկերը (Տե՛ս Mironov V.L., *Fundamentals of scanning probe microscope, Nizhniy Novgorod, 2004, Fig. 100b*):

Նմուշից ցրված լույսը կամ ֆլուորեսցենցիան գրանցվում է՝ թույլ տալով օպտիկական պատկերի կառուցում մոտավորապես 50 նանոմետր լուծելիությամբ, երբ օգտագործվում է 500 նանոմետր ալիքի երկարության լազեր: Այս մոտեցումն առաջ է տարվում նաև գերկարճ

լազերային իմպուլսների օգտագործմամբ, ինչը թույլ է տալիս ուսումնասիրել ժամանակից կախված երևույթներ աննախադեպ տարածական լուծելիությամբ: Ներկայումս այս հենքի վրա մշակվում են նաև բազմաֆոտոն փոխազդեցության և գերարագ մանրադիտակներ, որոնք նպատակ ունեն օպտիկական մեթոդները տարածելու առանձին մոլեկուլների հետազոտման տիրույթ:

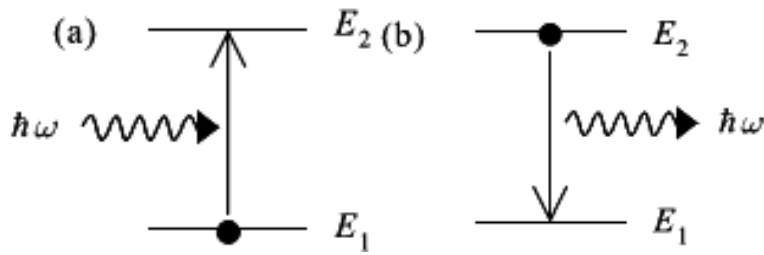
## § 8. Երկմակարդակ քվանտային համակարգ

Քվանտային համակարգերը, որպես կանոն, բազմամակարդակ են և ունեն նաև անընդհատ սպեկտր: Սակայն էներգետիկ մակարդակների բնակեցվածություններն ու համապատասխան ներդրումները փոխազդեցությունում տարբեր են այս կամ այն իրավիճակներում: Մեզ հետաքրքրող առավել կարևոր համակարգն ատոմն է՝ իր էլեկտրոնների դիսկրետ էներգետիկ սպեկտրով, ինչպես սխեմատիկորեն պատկերված է Նկ. 8.1-ում:



Նկ. 8.1. Ատոմի փոխազդեցությունը ռեզոնանսային մոնոքրոմատիկ լույսի հետ թույլ է տալիս ատոմը համարել երկմակարդակ համակարգ (Sté u Fox M., *Quantum Optics. An Introduction*, Oxford, University Press, 2006, Fig. 9.2):

Քվանտային տեխնոլոգիական կիրառություններում ատոմի վիճակների ղեկավարումն իրականացվում է լազերային ճառագայթման միջոցով: Լինելով մոնոքրոմատիկ՝ այն էֆեկտիվ կարողանում է փոխազդել ատոմի հետ, միայն եթե ճառագայթման ֆոտոնի էներգիան շատ մոտ է կամ հավասար որևէ երկու էներգետիկ մակարդակների էներգիաների տարբերությանը՝  $E_2 - E_1 = \hbar \omega$ : Քվանտային տեսությունում փոխազդեցությունները անցումներ են էներգետիկ մակարդակների (վիճակների) միջև: Քննարկվող իրավիճակում ատոմի և լույսի փոխազդեցությունը ներկայանում է ֆոտոնի կլանման (Նկ. 8.2a) և ճառագայթման (Նկ. 8.2b) պրոցեսներով: Առաջինի արդյունքում ատոմը բարձրանում է վերնի էներգետիկ մակարդակ, իսկ ֆոտոնների թիվը լուսային ճառագայթում մեկով պակասում է: Երկրորդ դեպքում հակառակը՝ ատոմն իջնում է ներքևի էներգետիկ մակարդակ, իսկ ֆոտոնների թիվը մեկով ավելանում է:



Նկ. 8.2. Ատոմի դիսկրետ էներգիայի մակարդակների միջև անցումների արդյունքում (a) ֆոտոնի կլանման և (b) ֆոտոնի ճառագայթման պրոցեսները (Տե՛ս Fox M., *Quantum Optics. An Introduction*, Oxford, University Press, 2006, Fig. 9.1):

Ատոմի մյուս էներգետիկ մակարդակները ներառված չեն փոխազդեցության պրոցեսում: Ատոմը գործում է որպես երկմակարդակ քվանտային համակարգ:

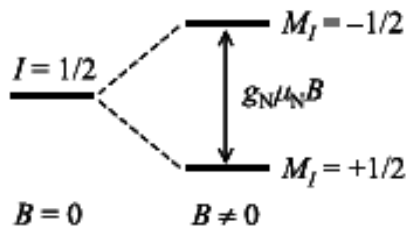
Ռեզոնանսային դաշտում գտնվող ատոմը, իհարկե, միակ երկմակարդակ քվանտային համակարգը չէ: Այդպիսին են  $s = 1/2$  սպինով բոլոր համակարգերը, օրինակ՝ էլեկտրոնը, որոշ ատոմական միջուկներ, երբ դրանք տեղակայված են համասեռ մագնիսական դաշտում: Ազատ վիճակում սպինի պրոյեկցիայի  $s_z = \pm 1/2$  երկու հնարավոր արժեքներին համապատասխանում է էներգիայի միևնույն արժեքը, սակայն արտաքին մագնիսական դաշտում դրանք շեղվում են (Ջեմանի էֆեկտ)՝ համեմատական մագնիսական դաշտի  $B$  ինդուկցիայի մեծությանը:



Փիթեր Ջեմանը (ձախից) հյուրընկալել է իր լաբորատորիայում Ալբերտ Էյնշտեյնին և Փոլ Էրենֆեստին (1920թ. )

Մագնիսական ենթամակարդակների շեղումները տեղի են ունենում հակառակ ուղղություններով՝ ձևավորելով երկմակարդակ համակարգ (Նկ. 8.3): Ստանդարտ լաբորատոր պայմաններում մակարդակների միջև անցումներն ընկած են ռադիո հաճախությունների տիրույթում:

*Համակարգի ժամանակային էվոլյուցիան: Սուպերպոզիցիոն վիճակներ:* Իսկ ի՞նչ կարելի է ասել փոխազդեցությունը ներկայացնող անցումների մասին մի էներգետիկ մակարդակից մյուսը: Ն. Բորի պոստուլատներում անցումը տեղի է ունենում ակնթաթորեն՝ տեղ չթողնելով բարձրացված հարցին:



Նկ. 8.3.  $B \neq 0$  մագնիսական դաշտում տեղակայված  $I = 1/2$  սպինով միջուկը որպես երկմակարդակ քվանտային համակարգի օրինակ:  $\mu_N$ -ը Բորի մագնետոնն է,  $g_N$ -ը՝ գիրոմագնիսական հաստատունը՝ կախված համակարգի տեսակից (Տե՛ս Fox M., *Quantum Optics. An Introduction*, Oxford, University Press, 2006, Fig. 9.3):

Իրավիճակը փոխվեց, սակայն, Է. Շրեդինգերի կողմից ալիքային ֆունկցիայի համար գործողության մինիմումի սկզբունքից ժամանակային (1.1) հավասարումը դուրս բերելուց հետո: Այն տարածաժամանակային մասնակի ածանցյալներով դիֆերենցիալ հավասարում է՝ անընդհատ փոփոխվող լուծումներով:



Նիլս Բորը (միջին շարքում աջից) 1927թ. Սալվենյան կոնֆերանսի մասնակիցների շարքում: Չախից վերնինը՝ Վերներ Հայզենբերգն է, նրանից ներքև՝ Մաքս Բորնը:

Լուծումների ֆիզիկական մեկնաբանությունների և կիրառությունների տեսանկյունից առավել օգտակար և անմիջական է համիլտոնյանի սեփական ֆունկցիաների օգտագործման վրա հիմնված մեթոդը, հատկապես եթե համիլտոնյանը կամ նրա մի ամփոփ մասը, կախված չէ ժամանակից: Մեր նպատակն է լուծել Շրեդինգերի

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \hat{H}(\mathbf{r}, t) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad (8.1)$$

ժամանակային հավասարումը երկմակարդակ ատոմի համար՝ նրա ծանրության կենտրոնը հաշվարկման լաբորատոր համակարգում համարելով անշարժ: Այդ դեպքում ալիքային ֆունկցիայի արգումենտում  $\mathbf{r}$ -ը ատոմի օպտիկական էլեկտրոնի շառավիղ վեկտորն է ատոմի զանգվածների կենտրոնի նկատմամբ:

Համիլտոնյանն ազատ ատոմի՝ ժամանակից անկախ  $\hat{H}_0(\mathbf{r})$  համիլտոնյանի և լույս-ատոմ փոխազդեցության  $V(\mathbf{r}, t)$  պոտենցիալ էներգիայի գումարն է՝

$$\hat{H}(\mathbf{r}, t) = \hat{H}_0(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r}, t): \quad (8.2)$$

Ատոմի երկմակարդակ մոդելը նշանակում է, որ  $\hat{H}_0(\mathbf{r})$ -ի համար կարելի է սահմանափակվել երկու սեփական ֆունկցիաներով, այն է՝

$$\hat{H}_0(\mathbf{r})\varphi_n(\mathbf{r}) = E_n\varphi_n(\mathbf{r}), \quad (8.3)$$

որտեղ  $n = 1, 2$ : Համապատասխան ժամանակային ալիքային ֆունկցիաները կլինեն

$$\varphi_n(\mathbf{r}, t) = \varphi_n(\mathbf{r}) \exp(-i E_n t / \hbar): \quad (8.4)$$

Էֆեկտիվ փոխազդեցություն ապահովվելու համար հարկ է, որ լույսի  $\omega$  հաճախությունը շատ մոտ լինի ատոմական անցման ռեզոնանսային  $\omega_0 = (E_2 - E_1) / \hbar$  հաճախությանը՝

$$\Delta \equiv \omega - \omega_0 \ll \omega_0, \omega: \quad (8.5)$$

Հաճախությունների  $\Delta$  տարբերությունը կոչվում է ռեզոնանսի ապալարք (resonance detuning):

(8.1) հավասարման ընդհանուր լուծումը կլինի

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = c_1(t)\varphi_1(\mathbf{r}) \exp(-i E_1 t / \hbar) + c_2(t)\varphi_2(\mathbf{r}) \exp(-i E_2 t / \hbar): \quad (8.6)$$

Տեղադրենք ալիքային ֆունկցիայի (8.6) և համիլտոնյանի (8.2) արտահայտությունները (8.1) հավասարման մեջ և օգտվենք փոխարինման (8.3) հնարավորությունից: Ստացված առնչությունում երկուական անդամներ աջից և ձախից կրճատելուց հետո ստանում ենք

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d c_1(t)}{d t} \varphi_1(\mathbf{r}) e^{-i E_1 t / \hbar} + i\hbar \frac{d c_2(t)}{d t} \varphi_2(\mathbf{r}) e^{-i E_2 t / \hbar} = \\ c_1(t) V(\mathbf{r}, t) \varphi_1(\mathbf{r}) e^{-i E_1 t / \hbar} + c_2(t) V(\mathbf{r}, t) \varphi_2(\mathbf{r}) e^{-i E_2 t / \hbar}: \end{aligned} \quad (8.7)$$

Բազմապատկենք ստացված հավասարումը  $\varphi_1^*(\mathbf{r})$ -ով, ինտեգրենք ամբողջ տարածությամբ և օգտվենք  $\varphi_n(\mathbf{r})$  սեփական ֆունկցիաների

$$\int \varphi_n^*(\mathbf{r}) \varphi_m(\mathbf{r}) d^3 \mathbf{r} = \delta_{n,m}$$

օրթոնորմավորման պայմանից, որտեղ  $\delta_{n,m}$ -ը Կրոնեկերի սիմվոլն է: Կստանանք նշանակումով:

$$i\hbar \frac{d c_1(t)}{d t} = V_{11}(t) c_1(t) + V_{12}(t) c_2(t) e^{-i \omega_0 t}, \quad (8.8)$$

$$V_{nm}(t) = \int \varphi_n^*(\mathbf{r}) V(\mathbf{r}, t) \varphi_m(\mathbf{r}) d^3 \mathbf{r} \quad (8.9)$$



Լևոպոլդ Կրոնեկեր

Նմանապես,  $\varphi_2^*(\mathbf{r})$ -ով բազմապատկելու և տարածապես ինտեգրելու արդյունքում ունենում ենք ևս մի կապող հավասարում հավանականային ամպլիտուդների միջև՝

$$i\hbar \frac{d c_2(t)}{d t} = V_{21}(t) c_1(t) e^{i\omega_0 t} + V_{22}(t) c_2(t): \quad (8.10)$$

Շարունակելու համար հարկ է կոնկրետացնել փոխազդեցության պոտենցիալ էներգիայի և դրանով իսկ (8.9) մատրիցայի էլեմենտների տեսքը: Էլեկտրադինամիկայի դասընթացից հայտնի է, որ այդ էներգիան կարող է դիտվել որպես

$$V(\mathbf{r}, t) = -\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \quad (8.11)$$

բանաձևով որոշվող՝ ատոմական  $\mathbf{d}$  դիպոլի և լուսային ալիքի  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  էլեկտրական լարվածության միջև փոխազդեցություն: Պարզության համար համարենք, որ լույսը մոնոքրոմատիկ հարթ ալիք է և ունի  $e$  միավոր վեկտորով որոշվող զծային բևեռացում՝

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = e \left( E e^{ikx-i\omega t} + E^* e^{-ikx+i\omega t} \right), \quad (8.12)$$

որտեղ  $x$ -ը ատոմի զանգվածների կենտրոնի կոորդինատն է ալիքի տարածման երկայնքով: Մտցնելով  $d_{nm} = e \cdot \int \varphi_n^*(\mathbf{r}) \mathbf{d} \varphi_m(\mathbf{r}) d^3 \mathbf{r}$  նշանակում՝ (8.9) պոտենցիալային ֆունկցիայի համար կստանանք

$$V_{nm}(t) = d_{nm} \left( E e^{ikx-i\omega t} + E^* e^{-ikx+i\omega t} \right):$$

Իրականում  $d_{nm}$  մատրիցայի անկյունագծային էլեմենտները ատոմական վիճակների հայելային անդրադարձման համաչափության հետևանքով հավասար են լինում զրոյի՝  $d_{11} = d_{22} = 0$ , իսկ ոչ անկյունագծային էլեմենտները և դաշտի  $E$  ամպլիտուդը կարող են համարվել իրական՝  $d_{12} = d_{21} \equiv d$ ,  $E^* = E$ : Տեղադրման արդյունքում (8.8) և (8.10) ժամանակային էվոլյուցիայի հավասարումները կգրվեն հետևյալ տեսքով՝

$$\frac{d c_1(t)}{d t} = i \frac{d E}{\hbar} \left( e^{ikx-i(\omega+\omega_0)t} + e^{-ikx+i(\omega-\omega_0)t} \right) c_2(t), \quad (8.13)$$

$$\frac{d c_2(t)}{d t} = i \frac{d E}{\hbar} \left( e^{ikx-i(\omega-\omega_0)t} + e^{-ikx+i(\omega+\omega_0)t} \right) c_1(t): \quad (8.14)$$

Ինչպես տեսնում ենք, փոխազդեցությունը՝ անցումները էներգետիկ մակարդակների միջև, ներկայանում է մեկ միասնական  $d E/\hbar$  պարամետրի միջոցով: Նրա կրկնապատիկը կոչվում է Ռաբիի հաճախություն՝

$$\Omega_R = \frac{2d E}{\hbar}: \quad (8.15)$$

Ուրեմն

$$\frac{d c_1(t)}{d t} = i \frac{\Omega_R}{2} \left( e^{ikx-i(\omega+\omega_0)t} + e^{-ikx+i\Delta t} \right) c_2(t), \quad (8.16)$$

$$\frac{d c_2(t)}{d t} = i \frac{\Omega_R}{2} \left( e^{ikx-i\Delta t} + e^{-ikx+i(\omega+\omega_0)t} \right) c_1(t), \quad (8.17)$$

որտեղ օգտվել ենք նաև ռեզոնանսի ապալարքի (8.5) նշանակումից: Նկատենք, որ  $x$  կոորդինատը ինդրում ազատ պարամետր է, և հետագայում կվերցնենք այն հավասար զրոյի:

*Թույլ դաշտի սահմանը:* Թույլ դաշտի սահմանը կիրառելի է փոքր ինտենսիվության աղբյուրների համար, ինչպիսիք են լույսի շիկացման լամպերը: Եթե ատոմը ժամանակի  $t = 0$  սկզբնապահին գտնվում է հիմնական մակարդակում, ապա՝  $c_1(0) = 1$ ,  $c_2(0) = 0$ : Ոչ շատ երկար փոխազդեցության ժամանակների ընթացքում անցման հավանականությունը կլինի փոքր և կարելի է մոտավորապես վերցնել  $c_1(t) = 1$ : Այնպես որ, (8.16)-ը կարելի է բաց թողնել, իսկ (8.17)-ը կլինի

$$\frac{dc_2(t)}{dt} = i \frac{\Omega_R}{2} \left( e^{-i\Delta t} + e^{i(\omega+\omega_0)t} \right), \quad (8.18)$$

անմիջականորեն հետևող

$$c_2(t) = i \frac{\Omega_R}{2} \left( \frac{e^{-i\Delta t} - 1}{-i\Delta} + \frac{e^{i(\omega+\omega_0)t} - 1}{i(\omega+\omega_0)} \right) \quad (8.19)$$

լուծումով: Պտտվող ալիքի մոտավորությամբ փակագծի երկրորդ անդամը դեն է նետվում:

Դա հիմնավորվում է նրանով, որ  $\Delta \ll \omega, \omega_0$  պայմանի շնորհիվ երկրորդ անդամն արագ օսցիլացվում է և փոքր ժամանակային ինտեգրվալներում միջինանալով՝ դառնում զրո: Գրգռված մակարդակ անցնելու հավանականությունը՝

$$|c_2(t)|^2 = \left( \frac{\Omega_R}{2} \right)^2 \left( \frac{\sin(\Omega t/2)}{\Omega/2} \right)^2, \quad (8.20)$$

որտեղ  $\Omega = \sqrt{\Delta^2 + \Omega_R^2}$  -ն կոչվում է Ռաբիի ընդհանրացված հաճախություն:

Ճշգրիտ ռեզոնանսի դեպքում

$$|c_2(t)|^2 = \left( \frac{\Omega_R}{2} \right)^2 t^2, \quad (8.21)$$

քանի դեռ այն բավականաչափ փոքր է մեկից: Այս փոքր-ինչ տարօրինակ արդյունքը, որ հավանականությունն աճում է ժամանակի քառակուսուն և ոչ ժամանակին համեմատական, պայմանավորված է նրանով, որ ատոմական սպեկտրալ գծի վերաբերյալ ենթադրված է, որ այն ունի խստիվ մեկ հաճախություն: Իրականում դա այդպես չէ: Այն  $\omega_0$  հաճախության շուրջ շատ նեղ, սակայն ոչ զրոյական լայնության  $\rho(\omega)$  սպեկտրալ բաշխում ունի: Դա նշանակում է, որ ռեզոնանսին մոտ հաճախությունների դեպքում (8.20) արտահայտությունը հարկ է միջինացնել ըստ այդ բաշխման՝

$$|c_2(t)|^2 = \left( \frac{\Omega_R}{2} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\omega) \left( \frac{\sin((\omega - \omega_0)t/2)}{(\omega - \omega_0)/2} \right)^2 d\omega:$$

Ինտեգրալում հիմնական արժեքը տալիս է  $\omega = \omega_0$  կետի նեղ շրջակայքը, այնպես որ  $\rho(\omega)$  -ն կարելի է ինտեգրալի նշանից հանել դուրս  $\omega = \omega_0$  կետում: Մնացած ինտեգրալը ճշգրիտ՝ հաշվվում է համաձայն  $\int_{-\infty}^{\infty} dx \sin^2(ax)/x^2 = \pi a$  բանաձևի, ինչի արդյունքում ստանում ենք սպասվող տեսքի

$$|c_2(t)|^2 = \pi \rho(\omega_0) \left( \frac{\Omega_R}{2} \right)^2 t$$

արտահայտությունը:



*Ուժեղ դաշտի սահմանը:* Ուժեղ դաշտի դեպքում հավասարումների (8.13) և (8.14) համակարգի լուծումներ ստանալու համար կատարում ենք երկու պարզեցում: Առաջինը՝ կիրառում ենք պտտվող ալիքի մոտավորությունը՝ արհամարհելով  $\pm(\omega + \omega_0)$  հաճախություններով տատանվող անդամները, և երկրորդը՝ սահմանափակվում ենք  $\Delta = 0$  ճշգրիտ ռեզոնանսի դեպքով: Արդյունքում մակարդակների հավանականային ամպլիտուդների համար կունենանք հավասարումների հետևյալ պարզ համակարգը՝

$$\frac{dc_1(t)}{dt} = i \frac{\Omega_R}{2} c_2(t), \quad \frac{dc_2(t)}{dt} = i \frac{\Omega_R}{2} c_1(t):$$

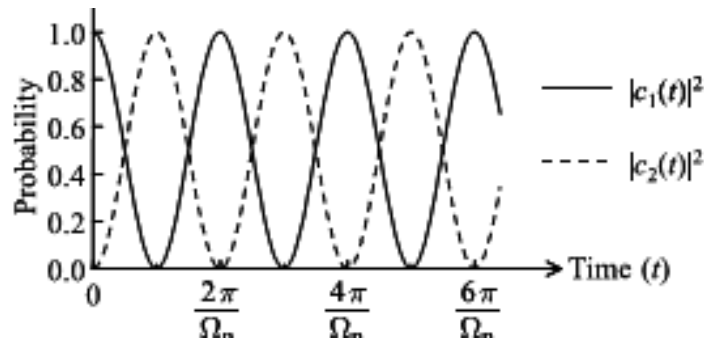
Ածանցենք առաջինը և տեղադրենք երկրորդից՝

$$\frac{d^2 c_1(t)}{dt^2} + \left(\frac{\Omega_R}{2}\right)^2 c_1(t) = 0:$$

Լուծումները  $c_1(0) = 1, c_2(0) = 0$  սկզբնական պայմանների համար կլինեն

$$c_1(t) = \cos\left(\frac{\Omega_R}{2} t\right), \quad c_2(t) = i \sin\left(\frac{\Omega_R}{2} t\right): \quad (8.22)$$

Ատոմը վերևի կամ ներքևի մակարդակում գրանցելու հավանականությունները ներդաշնակ տատանվում են, ինչպես պատկերված է Նկ. 8.4-ում: Համակարգը  $t = \pi / \Omega_R$  պահին վստահորեն գտնվում է վերին էներգետիկ մակարդակում, իսկ նույնքան ժամանակ հետո վերադառնում է հիմնական մակարդակ և այսպես շարունակ:



*Նկ. 8.4. Երկմակարդակ համակարգի վերևի կամ ներքևի մակարդակում գտնվելու հավանականության կախումը ժամանակից ճշգրիտ ռեզոնանսի դեպքում: Տատանումները տեղի են ունենում  $\Omega_R$  Ռաբիի հաճախությամբ (St' u Fox M., Quantum Optics. An Introduction, Oxford, University Press, 2006, Fig. 9.4):*

Քվանտային համակարգի այսպիսի վարքը կոչվում է Ռաբիի օսցիլյացիա կամ Ռաբիի անցում: Այն տեղի է ունենում  $T = 2\pi / \Omega_R$  պարբերությամբ:

Կարևոր է, որ այս արդյունքները կարող են ինչ-որ իմաստով ընդհանրացվել իմպուլսային, այսինքն՝ վերջավոր տևողության և փոփոխական ամպլիտուդով օպտիկական ճառագայթման դեպքում, առավել ևս որ օպտիկական հաճախությունների տիրույթում Ռաբիի անցումների իրականացումը պահանջում է լազերային հզոր ճառագայթում, ինչը, որպես կանոն, իրականացվում է իմպուլսային ռեժիմում: Փոփոխական ամպլիտուդը, համաձայն (8.15)-ի, նշանակում է

փոփոխական Ռաբիի հաճախություն, և բնական կարելի է համարել, որ էներգետիկ մակարդակների բնակեցվածությունը որոշող  $\Omega_R t$  արտադրյալի դերն այս դեպքում կատարում է

$$\Theta = \int_{-\infty}^{\infty} \Omega_R(t) dt = \frac{2d}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} E(t) dt \quad (8.23)$$

իմպուլսի մակերես կոչվող մեծությունը: Իմպուլսը, որն ունի  $\pi$  մակերես, կոչվում է  $\pi$ -իմպուլս: Ներքևի մակարդակում գտնվող համակարգը լրիվությամբ տեղափոխում է վերին մակարդակ  $\pi$ -իմպուլսի ազդեցության տակ և նորից վերադառնում հիմնական մակարդակ, եթե մակերեսը  $2\pi$  է: Սա նաև նշանակում է, որ կարճ տևողության հզոր իմպուլսները, որոնք միջավայրի հետ փոխազդում են կոհերենտ, ունենալով  $2\pi$  մակերես, տարածվելու են առանց էներգիայի կորուստների, քանի որ, գրգռելուց հետո վերադարձնելով ճանապարհի ատոմներին հիմնական մակարդակ, նրանից ետ են ստանալու կլանման ժամանակ կորցրած էներգիայի քանակությունը:

Եթե ընդհանուր դեպքում լուսային ալիքի հաճախությունը որոշ չափով շեղված է օպտիկական անցման հաճախությունից՝  $\Delta = \omega - \omega_0 \neq 0$ , ապա գրգռված մակարդակի բնակեցման հավանականության համար ստացվում է

$$|c_2(t)|^2 = \frac{\Omega_R^2}{\Omega^2} \sin^2\left(\frac{\Omega}{2} t\right), \quad (8.24)$$

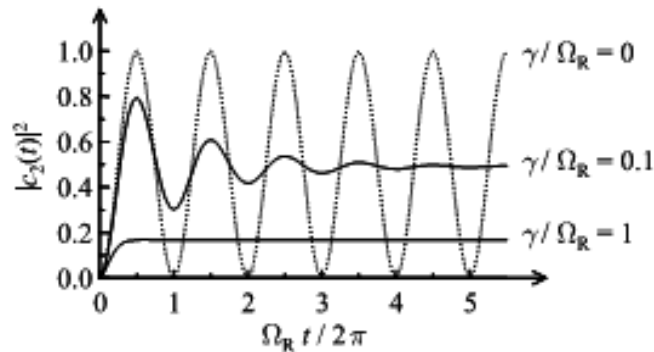
որտեղ  $\Omega = \sqrt{\Delta^2 + \Omega_R^2}$ -ն, որով տեղի են ունենում մակարդակների բնակեցվածությունների տատանումները, կոչվում է ընդհանրացված Ռաբիի հաճախություն: Կարևոր նորությունն այստեղ այն է, որ ժամանակի ոչ մի պահի գրգռումն ամբողջական չի լինում: Գրգռման հավանականությունը նվազում է ռեզոնանսի ապալարքի մեծացմանը զուգընթաց:

*Մարումներ:* Ռեզոնանսային ներդաշնակ տատանումները ենթադրում են կոհերենտության անժամկետ պահպանում, ինչն իրականում տեղի չի ունենում մի քանի պատճառներով: Առաջին հերթին դա վերին էներգետիկ մակարդակի վերջավոր կյանքի տևողությունն է, օրինակ, սպոնտան ճառագայթման հետևանքով: Ասում ենք, որ այն տեղի է ունենում վակուումի ֆլուկտուացիաների հետ քվանտային համակարգի փոխազդեցության արդյունքում: Գրգռված վիճակի մարման և դեկոհերենտության են բերում նաև միջմասնիկային փոխազդեցությունները: Արդյունքում համակարգը ձգտում և միջինում վերջավոր ժամանակում վերադառնում է հիմնական էներգետիկ մակարդակ, որից սպոնտան անցումները բացակայում են:

Մարման առկայության պայմաններում տատանումների լայնույթն աստիճանաբար փոքրանում և ձգտում է գրոյի՝ կայունացնելով մակարդակների բնակեցվածությունները որոշ ոչ գրոյական արժեքների վրա: Այս օրինաչափությունները կարելի է տեսնել Նկ. 8.5-ում, որտեղ  $\gamma$ -ով նշանակված է ատոմի վերին էներգետիկ մակարդակի կյանքի միջին տևողությունը: Տատանումները կայունանում են փոխազդեցությունն ակնթարթորեն միանալուց  $t \approx 1/\gamma$  ժամանակ անց մակարդակի վրա:

$$|c_2(\infty)|^2 = \frac{1}{2(1 + 2\gamma^2 / \Omega_R^2)} < \frac{1}{2}$$

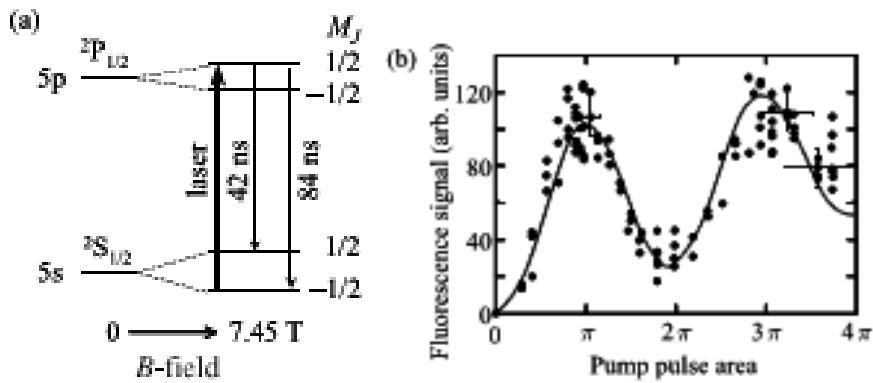
Հավասարակշիռ վիճակում գրգռման մակարդակը կեսից փոքր է: Երկմակարդակ համակարգում գերբնակեցում հնարավոր է ստանալ միայն ոչ ստացիոնար փոխազդեցության պայմաններում:



Նկ. 8.5. Երկմակարդակ համակարգի վերևի մակարդակում գտնվելու հավանականության կախումը ժամանակից դեկոհերենտ մարումների առկայության դեպքում (Տե՛ս Fox M., *Quantum Optics. An Introduction*, Oxford, University Press, 2006, Fig. 9.5):

*Ռաբիի օսցիլյացիաների փորձարարական դիտումը:* Ռաբիի օսցիլյացիաների դիտման համար անհրաժեշտ է ապահո  $\Omega_R/\gamma \gg 1$  պայմանը:  $\gamma$  մարման արագությունը կախված է հարևան ատոմների հետ բախումներից և ռադիոացիոն կյանքի տևողությունից: Գազերում այն ընկած է  $10^7 - 10^9$  Հերց միջակայքում: Պինդ մարմիններում այն էապես արագանում է՝ հասնելով մինչև  $10^{12}$  Հերց արժեքների՝ շնորհիվ ֆոնոնային և ազատ լիցքակիրների վրա տեղի ունեցող ցրումների: Այսպիսի մեծ արագություններն էապես դժվարացնում են օսցիլյացիաների անմիջական դիտումը: Մասնավորապես, լուսային աղբյուրներից պահանջվում են մեծ հզորություններ, իսկ գրանցող սարքերից՝  $1/\Omega_R$ -ից փոքր ժամանակային լուծողունակություն: Ներկայումս դժվարությունները հիմնականում հաղթահարված են, և Ռաբիի օսցիլյացիաները դիտվել են նյութերի լայն սպեկտրի համար: Մենք կբավարարվենք Հ. Գիբսի խմբի կողմից առաջինը հրապարակված արդյունքների ներկայացմամբ: Ռուբիդիումի (Rb) ատոմները տեղադրվում են գերհաղորդիչ մագնիսի դաշտում և ռեզոնանստրեն գրգռվում սնդիկային լազերի կարճ իմպուլսներով: Փոխազդեցությունը տեղի է ունենում հիմնական  $5^2S_{1/2}$  և գրգռված  $5^2P_{1/2}$  մակարդակների միջև օպտիկական անցման վրա, որոնք, առանց արտաքին մագնիսական դաշտի ազդեցության, կրկնակի այլասերված են՝ ըստ մումենտի պրոյեկցիայի  $M_J = \pm 1/2$  արժեքների (Նկ. 8.6(a)): Լազերային ճառագայթման  $\lambda = 794.466$  նանոմետր ալիքի երկարությունը մոտ է այդ անցմանը, և մագնիսական դաշտը կիրառվում է այլասերված ենթամակարդակները Ջեմանի էֆեկտի միջոցով իրարից հեռացնելու և անցումներից մեկի համար ռեզոնանսային փոխազդեցություն ապահովելու համար: Դրա համար անհրաժեշտ դաշտի ինդուկցիան կազմում է 7.45 Տեսլա: Այսպիսի գերհզոր մագնիսական դաշտերի գեներացում (համեմատության համար ասենք, որ Երկրի մագնիսական դաշտը միջինում կազմում է մոտ  $5 \cdot 10^{-5}$  Տեսլա) հնարավոր է միայն գերհաղորդիչ հոսանքներով սնվող մագնիսների միջոցով: Արդյունքում ռեզոնանսն ապահովվում է հիմնական մակարդակի ներքևի ենթամակարդակի և գրգռված մակարդակի վերևի ենթամակարդակի միջև, որոնց կյանքի տևողությունները հնարավոր երկու կանալներով տրոհվելու վրա կազմում են համապատասխանաբար 42 և 84 նանովայրկյան

( $5^2S_{1/2}-5^2P_{1/2}$  անցման դիպոլային մոմենտը կազմում է  $1.45 \cdot 10^{-29}$  Կուլոն·մետր): Կյանքի ընդհանուր տևողության համար այն տալիս է  $(1/42 + 1/84)^{-1} = 28$  նանովայրկյան:



Նկ. 8.6. Ռուբիդիումի ատոմի էներգետիկ մակարդակների պարզեցված պատկերը (a) և Ֆլորեսցենցիայի ինտեգրված ազդանշանի կախումը գրգռող օպտիկական իմպուլսի մակերեսից (b) (St' u Fox M., Quantum Optics. An Introduction, Oxford, University Press, 2006, Fig. 9.6):

Դեկոհերենտության էֆեկտներն ի հայտ չգալու համար գրգռող լուսային իմպուլսի տևողությունը պետք է էապես փոքր լինի այդ ժամանակից: Իրականացված փորձում այն եղել է 7 նանովայրկյան: Գրգռված  $5^2P_{1/2}(M_J = +1/2)$  ենթամակարդակի բնակեցման օսցիլյացիաները գրանցվել են՝ չափելով նրանից եկող լյումինեսցենցիայի գումարային էներգիայի կախումը գրգռող իմպուլսի  $\Theta$  մակերեսից:

Փորձական արդյունքները ցույց են տրված Նկ. 8.6(b)-ում: Ֆլորեսցենցիան գրանցել է գրգռման  $t = 0$  պահից հետո 22-ից մինչև 72 նանովայրկյան միջակայքում: Ինչպես տեսնում ենք, լազերային իմպուլսների ինտենսիվությունները բավարարել են  $\Theta$  մակերեսը՝ մինչև  $4\pi$  արժեք հասցնելու համար: Գրանցվող ազդանշանը,  $\Theta = 2\pi$  և  $4\pi$  արժեքների վրա նվազելով զրոյի, չի հասնում փոխազդեցության ոչ լրիվ կոհերենտ լինելու պատճառով:

## § 9. Քվանտային չափում

Չափման հասկացությունը քվանտային մեխանիկայում, ի տարբերություն դասական ֆիզիկայի, խնդրահարույց է և կարիք ունի առանձին ներկայացման:

Քվանտային մեխանիկայում համակարգի վիճակը ներկայացվում է ալիքային ֆունկցիայով՝  $\Psi(\mathbf{r}, t)$ , որտեղ  $\mathbf{r}$ -ով նշանակված է համակարգը կազմող բոլոր մասնիկների շառավիղ վեկտորների հանրախումբը: Յուրաքանչյուր վիճակում առկա են ֆիզիկական մեծություններ՝ էներգիա, իմպուլս, իմպուլսի մոմենտ, և այլն: Դրանք, ի տարբերություն դասական ֆիզիկայի, անմիջականորեն չափելի հանրահաշվական օբյեկտների միջոցով չեն մտնում տեսության կառուցվածքում: Դրանցից յուրաքանչյուրին համապատասխանում է գծային օպերատոր: Քվանտային մեխանիկայի կարևորագույն բովանդակային սկզբունքը այն է, որ համակարգը տվյալ  $\varphi$  ալիքային ֆունկցիայով նկարագրվող վիճակում  $A$  ֆիզիկական մեծությունն ունի  $a_n$  որոշակի

արժեք միայն եթե  $\varphi$ -ն հանդիսանում է  $A$ -ին համապատասխանող  $\hat{A}$  օպերատորի  $a_n$  սեփական արժեքի սեփական ֆունկցիան: Այսինքն՝ այն, որը բավարարում է սեփական արժեքների և սեփական ֆունկցիաների

$$\hat{A}\varphi = a_n \varphi \quad (9.1)$$

հավասարմանը:

Եթե դա այդպես չէ, այսինքն՝ համակարգը գտնվում է այնպիսի վիճակում, որի  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  ալիքային ֆունկցիան չի բավարարում (9.1) հավասարմանը ոչ մի հնարավոր  $a_n$  արժեքի համար, ապա այդ վիճակում  $A$  ֆիզիկական մեծությունը չունի որոշակի արժեք: Այսպիսի իրավիճակում  $A$ -ի որոշման համար կատարված փորձում պատահականորեն ի հայտ է գալիս հնարավոր  $a_n$  արժեքներից որևէ մեկը: Հավանականությունների բաշխումը տեսականորեն որոշելու համար հարկ է  $\Psi$  ալիքային ֆունկցիան վերլուծել ըստ  $\hat{A}$  օպերատորի լրիվ համակարգ կազմող սեփական ֆունկցիաների, այսինքն՝ (9.1)-ի բոլոր հնարավոր  $\varphi_n$  լուծումների,  $n = 0, 1, 2, \dots$

$$\Psi = \sum_n c_n \varphi_n : \quad (9.2)$$

$a_n$  ելքի հավանականությունը տրվում է այս վերլուծության գործակցի  $|c_n|^2$  մոդուլի քառակուսով: Այս մեկնաբանության հիմնավորման համար հաշվենք  $A$  ֆիզիկական մեծության (դիտելի)  $\langle \hat{A} \rangle$  քվանտամեխանիկական միջինը  $\Psi$  ալիքային ֆունկցիայով տրվող վիճակում: Համաձայն քվանտային մեխանիկայի հիմնական պոստուլատի՝

$$\langle \hat{A} \rangle = \int \Psi^* \hat{A} \Psi d^3\mathbf{r} :$$

Տեղադրենք ալիքային ֆունկցիայի (9.2) վերլուծությունը՝

$$\begin{aligned} \langle \hat{A} \rangle &= \int \left( \sum_m c_m^* \varphi_m^* \right) \hat{A} \left( \sum_n c_n \varphi_n \right) d^3\mathbf{r} = \sum_{m,n} c_m^* c_n \int \varphi_m^* \hat{A} \varphi_n d^3\mathbf{r} \\ &= \sum_{m,n} c_m^* c_n a_n \int \varphi_m^* \varphi_n d^3\mathbf{r} = \sum_n |c_n|^2 a_n \end{aligned} :$$

Վերջին տեսքն էլ հիմնավորում է  $|c_n|^2$ -ու հավանականային մեկնաբանությունը:

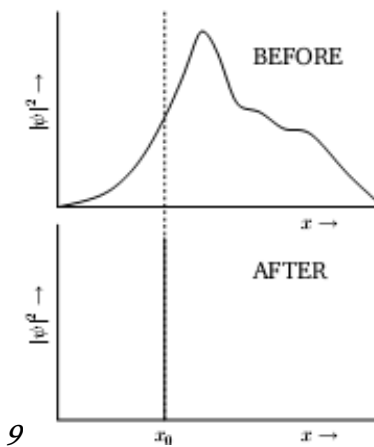
Իսկ ինչպե՞ս է չափման գործողությունն ազդում համակարգի վիճակի, այսինքն՝ ալիքային ֆունկցիայի վրա: Ենթադրենք չափումը տվել է  $a_n$  արդյունքը: Անմիջապես չափումից հետո ենթադրենք ևս մեկ չափում: Ֆիզիկական բովանդակություն հաղորդելով չափմանը, այսինքն՝ ընդունելով այն որպես օբյեկտիվ իրականություն՝ պնդում է, որ չափման արդյունքը չի փոխվի, և կլինի նույն  $a_n$  արժեքը: Քանի որ այս ելքը ստացվում է հավաստիորեն, ապա երկրորդ չափման համար  $|c_m|^2 = \delta_{m,n}$ : Իսկ սա նշանակում է, որ մինչև երկրորդ չափումը, այսինքն՝ առաջին չափումից անմիջապես հետո, համակարգի ալիքային ֆունկցիան եղել է  $\varphi_n$ : Կարող ենք ուրեմն ասել, որ նախապես որևէ  $\Psi$  վիճակում գտնվող համակարգի վրա կատարված չափման արդյունքում վիճակը և համապատասխան ալիքային ֆունկցիան փոխվում են  $A$  ֆիզիկական մեծության չափման  $a_n$  արդյունք ստանալիս  $\Psi$ -ն փոխվում է  $\varphi_n$ -ի:

Ալիքային ֆունկցիայի՝ չափումով առաջացած փոփոխությունը կոչվում է ալիքային ֆունկցիայի ռեդուկցիա (կրճատում, իմբագրում) կամ կոլապս:

$$\Psi \xrightarrow[\text{by the measurement of } A \text{ with the result } a_n]{\phantom{\Psi}} \varphi_n$$

Առավել ընդունված է համարել, որ ռեդուկցիան տեղի է ունենում ակնթարթորեն և չափումների տեսության հիմնական պրոբլեմը դառնում է իրականացման պահի հավաստումը:

Չափումների կատարմանը վերագրվող բովանդակությունը կարիք ունի որոշ պարզաբանման: Օրինակ, եթե մասնիկը երկու ճեղքերի փորձում շարժվում է և ըստ մեր մտովի դատողությունների՝ անցնում է ճեղքերից մեկի միջով, սա մասնիկի դիրքի չափում չէ: Մասնիկի ալիքային ֆունկցիան կոլապսի չի ենթարկվում մասնիկի դիրքի օպերատորի համապատասխան սեփական ֆունկցիայի, քանի դեռ մենք դիտում չենք իրագործել և որոշել, թե երկու ճեղքերից որով է անցել մասնիկը: Ենթադրենք նման փորձի կատարման արդյունքում մասնիկի կոորդինատի համար ստացվել է  $r_0$  արդյունքը: Ալիքային ֆունկցիայի կոլապսի էությունը միաչափ շարժման դեպքում կլինի այնպես, ինչպես պատկերված է Նկ. 9.1-ում:

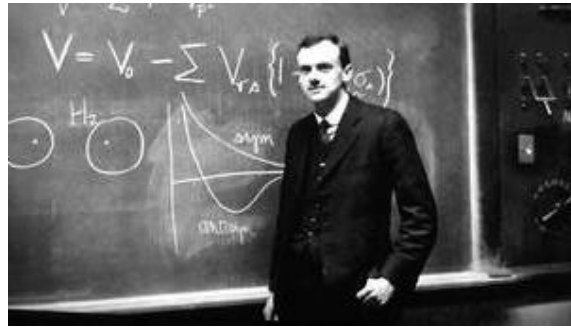


Նկ. 9.1. Ալիքային ֆունկցիայի կոլապսը մասնիկի  $x$  կոորդինատի չափման արդյունքում

Այսպիսի մեկնաբանությունը բնականաբար բարձրացնում է մի շարք հիմնարար հարցեր, սակայն դրանք դուրս են սույն դասընթացի նպատակներից, և մենք կսահմանափակվենք ֆորմալ սահմանումներով: Նկատենք միայն, որ այս մոտեցումը հետևողականորեն պաշտպանել է Ն. Բորը, և այն հայտնի է որպես կոպենհագենյան մեկնաբանություն:

Այս պատկերացումների մյուս կարևոր կողմն այն է, որ մասնիկի ալիքային ֆունկցիան չափման դեպքում փոխվում է թռիչքաձև, ոչ անընդհատ: Արդյունքում ունենում ենք, որ քվանտային մեխանիկայում ալիքային ֆունկցիայի համար գոյություն ունեն երկու տեսակ տարածաժամանակային փոփոխություններ: Առաջինը հարթ, անընդհատ փոփոխություններն են, որոնք ղեկավարվում են Շրեդինգերի հավասարմամբ: Այն տեղի է ունենում չափումների միջև ընկած ժամանակահատվածներում: Երկրորդը, ամեն չափման կատարման ժամանակ տեղի ունեցող ընդհատ փոփոխությունն է: Այն չի ենթարկվում Շրեդինգերի հավասարմանը, և գործառնության մաթեմատիկական պատկերման համար մտցվում է պրոյեկտման օպերատորի հասկացություն: Վերջինս հարմար է ներկայացնել Դիրակի կողմից առաջարկված կոմպակտ նշանակումներով, երբ  $n$  քվանտային թվերով նկարագրվող վիճակը  $\varphi_n(\mathbf{r})$ -ի փոխարեն նշանակվում է  $|n\rangle$  կամ  $|\varphi_n\rangle$ : Այն կոչվում է նաև քեթ-վեկտոր:  $\varphi_n(\mathbf{r})$ -ի կոմպլեքս համալուծը նշանակվում է  $\langle n|$  կամ  $\langle \varphi_n|$  և կոչվում է բրա-վեկտոր:  $\varphi(\mathbf{r})$  և  $\psi(\mathbf{r})$  երկու ֆունկցիաների  $\int \psi^*(\mathbf{r})\varphi(\mathbf{r})d^3\mathbf{r}$  ինտեգրալային

փաթույթը դառնում է համապատասխան բրա- և քեթ-վեկտորների  $\langle \psi | \cdot | \varphi \rangle \equiv \langle \psi | \varphi \rangle$  սկալյար արտադրյալ:



Փոլ Դիրակ

Այս նշանակումներով (9.2) վերլուծության  $c_n = \int \varphi_n^*(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}$  գործակիցների համար կունենանք  $\langle n | \cdot | \Psi \rangle \equiv \langle n | \Psi \rangle$  տեսքը, իսկ ինքը՝ (9.2) վերլուծությունը կլինի

$$|\Psi\rangle = \sum_n \langle n | \cdot | \Psi \rangle |n\rangle = \sum_n |n\rangle \langle n | \cdot | \Psi \rangle \quad (9.3)$$

Այստեղ  $\sum_n |n\rangle \langle n|$ -ն ակնհայտորեն միավորի հավասար օպերատոր է՝

$$\sum_n |n\rangle \langle n| = \hat{I}: \quad (9.4)$$

Պրոյեկտման օպերատոր կոչվում է նրա կազմության մեջ մտնող առանձին անդամը՝

$$\hat{P}_n = |n\rangle \langle n|, \quad (9.5)$$

Ազդելով նրանով կամայական  $|\psi\rangle$  վիճակի վրա՝ ստանում ենք

$$\hat{P}_n |\psi\rangle = |n\rangle \langle n | \sum_m \langle m | \cdot | \psi \rangle |m\rangle = \sum_m \langle m | \cdot | \psi \rangle \left( |n\rangle \langle n | m \rangle \right) = \sum_m \langle m | \psi \rangle \delta_{n,m} |m\rangle = \langle n | \psi \rangle |n\rangle,$$

այսինքն՝  $|n\rangle$  սեփական վիճակը  $\langle n | \psi \rangle$  հավանականային ամպլիտուդով այնքանով, որքանով  $|n\rangle$  վիճակն առկա էր  $|\psi\rangle$  վիճակում:

Եթե վիճակը պրոյեկտվում է որոշակի  $|n\rangle$  սեփական վիճակի վրա, ապա արդյունքի հետագա պրոյեկտումը նոր ոչինչ չի տալիս:  $\hat{P}_n$ -ի այս հատկությունը համընկնում է չափում կատարելու գործառույթի հետ: Օրինակ, էներգիայի չափումը  $|\psi\rangle$  վիճակում նշանակում է, որ նրանում առկա բոլոր էներգիական վիճակներից առանձնացվում է միայն մեկը՝  $|n\rangle$ , և չափվում է այդ վիճակի էներգիան:

Նորից դառնանք  $\hat{A}$  դիտելիի  $\langle \hat{A} \rangle$  քվանտամեխանիկական միջինի համար վերևում դուրս բերված  $\langle \hat{A} \rangle = \sum_n |c_n|^2 a_n$  բանաձևին և նրանում օգտագործենք  $c_n = \langle n | \psi \rangle$  նոր տեսքը՝

$$\langle \hat{A} \rangle = \sum_n |\langle n | \psi \rangle|^2 a_n = \sum_n \langle n | \psi \rangle^* \langle n | \psi \rangle a_n = \sum_n \langle \psi | n \rangle a_n \langle n | \psi \rangle = \langle \psi | \left( \sum_n |n\rangle a_n \langle n| \right) | \psi \rangle:$$

Վերջին անդամի համեմատումը քվանտամեխանիկական միջինի ընդհանուր սահմանման հետ թույլ է տալիս ֆիզիկական դիտելիի կամայական օպերատոր ներկայացնել լրիվ բազիս կազմող պրոյեկտման օպերատորների միջոցով՝

$$\hat{A} = \sum_n |n\rangle a_n \langle n| = \sum_n a_n |n\rangle \langle n| = \sum_n a_n \hat{P}_n \quad (9.6)$$

Ոչ սելեկտիվ, անընդհատ չափումներ: Այժմ քննարկենք չափումների տեսության մի կարևոր հետևանք և պարզության համար դիտարկենք դիսկրետ էներգետիկ մակարդակների դեպքը: Համաձայն (9.6)-ի՝  $\hat{A}$  օպերատորը վերլուծենք՝ ըստ պրոյեկտման  $|\varphi_n\rangle \langle \varphi_n|$  օպերատորների լրիվ համակարգի՝

$$\hat{A} = \sum_n a_n |\varphi_n\rangle \langle \varphi_n|:$$

Ենթադրենք համակարգի վրա կատարվում է  $A$  դիտելիի իդեալական չափումների հաջորդականություն, որի երկու հարևան չափումները բաժանված են ժամանակի միևնույն  $\Delta t$  ինտերվալով: Երկու հաջորդական չափումների միջակայքում համակարգի վիճակի զարգացումն ընթանում է համաձայն Շրեդինգերի

$$i\hbar \frac{\partial |\Psi\rangle}{\partial t} = \hat{H} |\Psi\rangle$$

հավասարման համապատասխան  $\hat{H}$  համիտոնյանով:  $\Delta t \rightarrow 0$  սահմանում մենք գործ ունենք  $A$  դիտելիի անընդհատ չափման հետ:

Ենթադրենք համակարգը ժամանակի սկզբնապահին գտնվել է  $|\varphi_n\rangle$  վիճակում, որում  $A$ -ն ունի որոշակի  $a_n$  արժեք՝  $|\psi(t=0)\rangle = |\varphi_n\rangle$ : Այն կարող է լինել որևէ իդեալական չափման արդյունքը: Որևէ  $t$  ժամանակ անց, Շրեդինգերի հավասարման համաձայն, կարող ենք գրել՝

$$|\psi(t)\rangle = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \hat{H} t\right) |\psi(t=0)\rangle = \left(1 - \frac{i}{\hbar} \hat{H} t - \frac{1}{\hbar^2} \hat{H}^2 t^2 + \dots\right) |\varphi_n\rangle:$$

$$t = \Delta t \text{ փոքր ժամանակի համար կլինի } |\psi(\Delta t)\rangle = |\varphi_n\rangle - \frac{i}{\hbar} \hat{H} |\varphi_n\rangle \Delta t - \frac{1}{\hbar^2} \hat{H}^2 |\varphi_n\rangle \Delta t^2 + \dots,$$

իսկ կատարված չափման արդյունքում համակարգը սկզբնական  $|\varphi_n\rangle$  վիճակում հայտնաբերելու հավանականային ամպլիտուդը կլինի  $|\psi(\Delta t)\rangle$ -ի պրոյեկցիան  $|\varphi_n\rangle$ -ի վրա, այսինքն՝  $\langle \varphi_n | \psi(\Delta t) \rangle$  սկալյար արտադրյալը: Հավանականությունը, որպես այդ ամպլիտուդի մոդուլի քառակուսի, կտրվի

$$w_{nn}(\Delta t) = \left| \langle \varphi_n | \psi(\Delta t) \rangle \right|^2 = 1 - (\Delta E)_n^2 (\Delta t)^2 / \hbar^2 + \dots$$

արտահայտությամբ, որտեղ

$$(\Delta E)_n^2 \equiv \langle \varphi_n | \hat{H}^2 | \varphi_n \rangle - \langle \varphi_n | \hat{H} | \varphi_n \rangle^2$$

տարբերությունը էներգիայի անորոշությունն է  $|\varphi_n\rangle$  վիճակում (նկատենք, որ  $|\varphi_n\rangle$ -ն  $\hat{A}$ -ի, և ոչ պարտադիր  $\hat{H}$ -ի, սեփական ֆունկցիա է):

$$t = k \cdot \Delta t \text{ ժամանակ անց կունենանք՝}$$



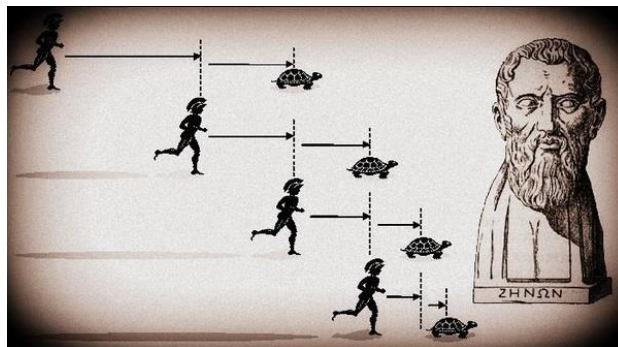
$$w_{mn}(t) \approx \left[ 1 - (\Delta E)_n^2 (\Delta t)^2 / \hbar^2 \right]^k :$$

Ֆիքսված  $t$ -ի պայմաններում փորձերի կրկնման  $k$  թվի անընդհատ մեծացման դեպքում  $\Delta t = t/k \rightarrow 0$  և

$$w_{mn}(t) \approx \left[ 1 - (\Delta E)_n^2 t \cdot \Delta t / k \hbar^2 \right]^k \approx \exp \left[ -(\Delta E)_n^2 t \cdot \Delta t / \hbar^2 \right]_{\Delta t \rightarrow 0} \rightarrow 1 :$$

Այն ասում է, որ համակարգը վստահորեն մնում է սկզբնական  $|\varphi_n\rangle$  վիճակում, եթե համակարգի նկատմամբ կատարվում է  $\hat{A}$ -ի իդեալական և անընդհատ չափումների հաջորդականություն:

Ստացվում է, որ համակարգի նկատմամբ կատարված անընդհատ չափումների արդյունքում ալիքային ֆունկցիայի շարունակական ռեդուկցիան թույլ չի տալիս համակարգին հեռանալու սկզբնական վիճակից: Արդյունքի դուրսբերման կարևոր պահը այն է, որ ամեն առանձին փորձում հավանականության մեկ արժեքից եղած շեղումը համեմատական է փոքր  $\Delta t$  մեծության՝ առաջինից բարձր աստիճանի (քառակուսուն): Վիճակի ռեդուկցիան՝ ինդուկցված չափումների կողմից, տեղի է ունենում ավելի արագ, քան հնարավոր անցումներն այլ վիճակների: Ջենոնի պարադոքսի անալոգիայով այս երևույթը հայտնի է որպես քվանտային Ջենոնի երևույթ:



*Մի քանի ֆիզիկական մեծությունների միաժամանակ որոշակի արժեք ունենալու պայմանները:* Անդրադառնանք քվանտային չափումների տեսության մեկ այլ կարևոր կողմի, այն է՝ տվյալ վիճակում մի քանի ֆիզիկական մեծությունների որոշակի արժեքներ ունենալու հնարավորությանը: Համաձայն (9.1)-ի, եթե որևէ վիճակի ալիքային ֆունկցիա համընկնում է  $\hat{A}$  օպերատորի սեփական ֆունկցիայի հետ, ապա  $A$  ֆիզիկական մեծությունն այդ վիճակում ունի որոշակի արժեք: Ակնհայտ է, որ եթե որևէ վիճակի ալիքային ֆունկցիա հանդիսանում է մի քանի օպերատորների սեփական ֆունկցիա, ապա այդ վիճակում որոշակի արժեք ունեն բոլոր այն ֆիզիկական մեծությունները, որոնց համապատասխանում են այդ օպերատորները:

Օրինակ՝

$$|\varphi_p(\mathbf{r})\rangle = (2\pi\hbar)^{-3/2} \exp\left(i \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}}{\hbar}\right)$$

ալիքային ֆունկցիայով նկարագրվող համընթաց շարժման ազատ վիճակում որոշակի  $\mathbf{p}$  արժեք ունի իմպուլսը և  $p^2/2m$  կինետիկ էներգիան, քանի որ այդ ֆունկցիան սեփական է իմպուլսի՝

$\hat{p} = -i\hbar\nabla$ , և կինետիկ էներգիայի՝  $\hat{K} = -(\hbar^2/2m)\nabla^2$ , օպերատորների համար: Սակայն նույն ալիքային ֆունկցիան սեփական չի հանդիսանում իմպուլսի մոմենտի քառակուսու և նրա պրոյեկցիաների համար: Այսինքն՝ դրանք քննարկվող համընթաց շարժման վիճակում չունեն որոշակի արժեքներ: Ազատ վիճակում հնարավոր են նաև պտտական համաչափություն ունեցող այնպիսի ալիքային ֆունկցիաներ, որոնք սեփական են կինետիկ էներգիայի, իմպուլսի մոմենտի քառակուսու և պրոյեկցիաներից մեկի օպերատորների համար, սակայն սեփական չեն իմպուլսի օպերատորի համար:

Այսպիսով, կախված համակարգի վիճակից՝ որոշակի արժեքներ կարող են ունենալ այս կամ այն ֆիզիկական մեծությունները: Հնարավորությունը կախված է ոչ միայն վիճակից, այլ նաև ֆիզիկական մեծություններից, ավելի կոնկրետ՝ դրանք ներկայացնող օպերատորներից: Հնարավոր է և այնպես, որ երկու և ավելի ֆիզիկական մեծությունների համար գոյություն չունենան որևէ վիճակներ, որոնցում այդ ֆիզիկական մեծությունները միաժամանակ ունենան որոշակի արժեքներ:

Դիտարկենք  $A$  և  $B$  երկու ֆիզիկական մեծություններ և ենթադրենք նրանք *կարող են* միաժամանակ ունենալ որոշակի արժեքներ: Որևէ  $|\varphi_n\rangle$  վիճակում համատեղ որոշակի արժեք ունենալը համարժեք է  $|\varphi_n\rangle$ -ի՝  $\hat{A}$  և  $\hat{B}$  օպերատորների սեփական ֆունկցիա լինելուն, այսինքն՝

$$\begin{aligned}\hat{A}|\varphi_n\rangle &= a_n|\varphi_n\rangle, \\ \hat{B}|\varphi_n\rangle &= b_n|\varphi_n\rangle\end{aligned}$$

հավասարումները պետք է բավարարվեն միաժամանակ: Բազմապատկենք առաջինը  $\hat{B}$ -ով, երկրորդը՝  $\hat{A}$ -ով և ստացվող առաջին հավասարումից հանենք երկրորդը՝

$$(\hat{B}\hat{A} - \hat{A}\hat{B})|\varphi_n\rangle = a_nb_n|\varphi_n\rangle - b_na_n|\varphi_n\rangle = (a_nb_n - b_na_n)|\varphi_n\rangle = 0:$$

Քանի որ վիճակի կամայական  $\Psi$  ֆունկցիան կարող է վերլուծվել ըստ (9.2)-ի՝ սեփական ֆունկցիաների  $\{|\varphi_n\rangle\}$  լրիվ համակարգի, ապա

$$(\hat{B}\hat{A} - \hat{A}\hat{B})|\Psi\rangle = \sum_n a_n (\hat{B}\hat{A} - \hat{A}\hat{B})|\varphi_n\rangle:$$

Եթե  $\hat{A}$  և  $\hat{B}$ -ի համատեղ սեփական ֆունկցիա լինելու պայմանին բավարարում են  $\{\varphi_n\}$  լրիվ համակարգի բոլոր  $|\varphi_n\rangle$  ֆունկցիաները, ապա կունենանք

$$(\hat{B}\hat{A} - \hat{A}\hat{B})|\Psi\rangle = \sum_n (a_nb_n - b_na_n)|\varphi_n\rangle = 0 \quad (9.7)$$

կամայական  $|\Psi\rangle$ -ի համար: Վերջինս արձանագրում է  $\hat{A}$  և  $\hat{B}$  օպերատորների կոմուտատիվ լինելը, ինչն ընդունված է գրել

$$\hat{B}\hat{A} - \hat{A}\hat{B} = 0 \quad (9.8)$$

օպերատորական հավասարության տեսքով:

Այսպիսով, որպեսզի երկու ֆիզիկական մեծություններ կարողանան նախապես չկոնկրետացված վիճակում միաժամանակ ունենալ որոշակի արժեքներ, ապա անհրաժեշտ է, որ նրանց համապատասխան օպերատորները լինեն կոմուտատիվ:

Նկատենք, որ որևէ կոնկրետ վիճակում միաժամանակ որոշակի արժեք ունենալու փաստից դեռ չէր հետևում համապատասխան օպերատորների կոմուտատիվությունը: Օրինակ,

գրո իմպուլսի մոմենտով վիճակում միաժամանակ գրո են նաև մոմենտի բոլոր երեք պրոյեկցիաները, այն դեպքում, երբ պրոյեկցիաների օպերատորներն իրար մեջ կոմուտատիվ չեն:

Կարելի է ապացուցել նաև հակադարձ թեորեմը, որ եթե երկու  $\hat{A}$  և  $\hat{B}$  օպերատորներ կոմուտացվում են, ապա նրանք ունեն սեփական ֆունկցիաների համատեղ համակարգ: Ապացույցը հատկապես պարզ է, եթե սեփական ֆունկցիաների համակարգն այլասերված չէ: Վերցնենք  $\hat{A}$  օպերատորի սեփական ֆունկցիաների լրիվ համակարգից կամայական մեկը՝  $|\varphi_n\rangle$ , և (9.8)-ը կիրառենք նրա նկատմամբ.  $(\hat{B}\hat{A} - \hat{A}\hat{B})|\varphi_n\rangle = 0$  կամ  $\hat{A}(\hat{B}|\varphi_n\rangle) = \hat{B}\hat{A}|\varphi_n\rangle$ : Աջ մասում

$$\hat{B}\hat{A}|\varphi_n\rangle = \hat{B}(\hat{A}|\varphi_n\rangle) = \hat{B}(a_n|\varphi_n\rangle) = a_n(\hat{B}|\varphi_n\rangle):$$

Տեղադրենք՝

$$\hat{A}(\hat{B}|\varphi_n\rangle) = a_n(\hat{B}|\varphi_n\rangle):$$

Այն նշանակում է, որ  $\hat{B}|\varphi_n\rangle$  -ը  $\hat{A}$  օպերատորի  $a_n$  սեփական արժեքին համապատասխանող սեփական ֆունկցիա է: Եվ քանի որ ենթադրության համաձայն սեփական արժեքներն այլասերված չեն, ապա  $\hat{B}|\varphi_n\rangle$  -ն  $|\varphi_n\rangle$  -ից կարող է տարբերվել միայն թվային գործակցով: Նշանակելով այն  $b_n$ ,՝ կունենանք

$$\hat{B}|\varphi_n\rangle = b_n|\varphi_n\rangle,$$

ինչն էլ մատնանշում է  $|\varphi_n\rangle$  -ի  $\hat{B}$  օպերատորի սեփական ֆունկցիա լինելը:

Եթե  $|\psi\rangle$  վիճակում մի քանի ֆիզիկական մեծություններ ունեն որոշակի արժեք, և նրանց օպերատորները կոմուտացվում են, ապա ֆիզիկական մեծություններից մեկի չափումը չի փերում մյուսների մոտ արժեքների խոտորումների: Մենք հակիրճ ասում ենք, որ դրանք համատեղ չափելի են:

## § 10. Քվանտային ինֆորմացիա

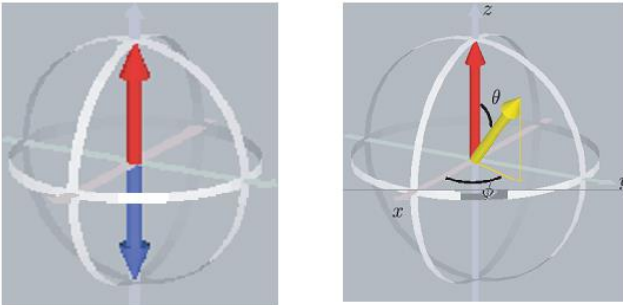
Ինֆորմացիան ֆիզիկական է: Ինֆորմացիայի պահպանումը և գործառույթները իրենց հետ պահանջում են որոշ ֆիզիկական միջոցներ, ասենք՝ խաղային զառը՝ իր հնարավոր 6 դիրքերով, անջատիչը՝ իր 2 դիրքերով, կամ կոնդենսատորը՝ լիցքավորված կամ դատարկ վիճակներով:

Դասական ինֆորմացիոն գիտությունը ինֆորմացիայի պահպանումը, փոխանցումը և գործառույթները նկարագրում է որպես բիթեր՝ մեկերի և զրոների երկուական թվերի համակարգ, կոդավորելով: Համակարգիչները, ինտերնետը և թվային հեռուստատեսությունն արդյունք են բիթերի հիման վրա գործող ինֆորմացիոն միջոցների, իսկ նրանց զարմանալիորեն կայուն աշխատանքի պատճառը սխալների և անորոշությունների համարյա իսպառ բացակայությունն է:

Քվանտային ինֆորմացիան փոխում է այս ամենը: Քվանտային ինֆորմացիոն գործառույթները պահանջում են ֆիզիկական համակարգեր, որոնք ենթարկվում են քվանտային ֆիզիկայի օրենքներին:

Հատկապես կարևոր է, որ կատարվող գործառույթների տեսանկյունից քվանտային ինֆորմացիան որակապես տարբերվում է դասական ինֆորմացիայից. այն պահպանվում և է գործողության մեջ է դրվում «քյուբիթերի» միջոցով, քվանտային բիթերի, որոնց արժեքները կարող են լինել զրո և մեկ միաժամանակ: Սա, իհարկե, քվանտային սուպերպոզիցիայի սկզբունքի ուղղակի հետևանքն է: Ներկա համակարգիչներում գործող սովորական տրանզիստորը չի կարող միաժամանակ լինել բաց և փակ: Բայց եթե այն լինի բավականաչափ փոքր այնպես, որ գործեն քվանտամեխանիկական օրինաչափությունները, ապա այս տարօրինակությունը կլինի ոչ միայն հնարավոր, այլև բնութագրական: Օրինակ, առանձին ատոմը կարող է լինել երկու տարբեր էներգետիկ մակարդակներով վիճակների սուպերպոզիցիա հանդիսացող վիճակում: Կամ իր առանցքի շուրջ պտտվող էլեկտրոնի սպինի վեկտորը կարող է ուղղված լինել դեպի վերևի և դեպի ներքևի սուպերպոզիցիայում, ընդ որում՝ բոլոր հնարավոր համամասնություններով: Այս սկզբունքային կարևորության բովանդակությունը երկրաչափական մեկնաբանությամբ բերված է Նկ. 10.1-ում:

Քվանտային սուպերպոզիցիայի էական և կոնտրինտուիտիվ բնույթն այս դեպքում այն է, որ պտտման առանցքը չի գտնվում ներքևի և վերևի միջև ինչ-որ մի դիրքում (ինչպես դա պատկերված է նկարում !!!): Եթե կատարվի սպինի չափում, ապա այն միշտ ցույց կտա առանցքի կա՛մ դեպի վերև, կա՛մ դեպի ներքև դիրք: Բայց դա այն բանի շնորհիվ չէ, որ սպինը եղել է մինչ չափումը դեպի վերև կամ դեպի ներքև դիրքում:



*Նկ. 10.1. Քվանտային բիթը կարող է ներկայացվել որպես սպինը վերև և սպինը ներքև վիճակների համատեղ գոյություն: Պայմանականորեն պատկերված է դեղին սլաքով (Տե՛ս Controlling the quantum world: The science of atoms, molecules, and photons, The national academies press, Washington D.C., 2010, Fig. 7.2):*

Այն եղել է միաժամանակ երկու դիրքերում էլ, և չի լինում դրանցից միայն մեկում մինչ չափման իրականացումը: Այս չափազանց հիմնարար ասպեկտը քվանտային վիճակի՝ մինչ չափումն անհայտ բնույթի մասին, անհամապատասխանության մեջ է ամբողջ դասական ֆիզիկայի փորձառությանը:

Քվանտային ինֆորմացիայի հատուկ կարգավիճակը գալիս է նրանից, որ սուպերպոզիցիան և դրան առնչվող խճճվածությունը թույլ են տալիս քյուբիթներին իրականացնել բաներ, որոնք բիթերը չեն կարող: Դա տեսնելու համար դիտարկենք երեք դասական բիթերից կազմված

$\boxed{1\ 0\ 1}$  ռեգիստր: Տասական (արաբական) թվերի ներկայացմամբ այն (ընթացքը աջից ձախ) հերթականությամբ  $1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 = 5$  թիվն է: Ընդհանուր դեպքում այսպիսի մի եռաբիթ ռեգիստր կարող է ներկայացնել  $0 = \boxed{0\ 0\ 0}$  -ից մինչև  $7 = \boxed{1\ 1\ 1}$  ութ հատ հաջորդական թվերից մեկը: Ի տարբերություն սրա՝ քվանտային եռաբյուրբիթ ռեգիստրը կարող է բոլոր այս ութ տարբեր թվերը պահել միաժամանակ: Ավելի ճշգրիտ, քվանտային ռեգիստրը կարող է գտնվել բոլոր ութ թվերի կոհերենտ սուպերպոզիցիայի վիճակում, ինչը կարող ենք գրել հետևյալ կերպ.

$$|\Psi_{reg}\rangle = a|000\rangle + b|100\rangle + c|010\rangle + d|001\rangle + e|110\rangle + f|101\rangle + g|011\rangle + h|111\rangle:$$

$a$ -ից մինչև  $h$  գործակիցները համապատասխան վիճակների հավանականային ամպլիտուդներն են: Վիճակի կոհերենտությունն արտահայտվում է նրանում, որ ամպլիտուդների միջև գոյություն ունեն որոշակի փուլային առնչություններ, ինչը թույլ է տալիս նրանց միջև ինտերֆերենցիա:

Այսպիսի սուպերպոզիցիաների ընձեռած ճկունությունը դառնում է ահռելի մեծ ռեսուրս, երբ ռեգիստրում առանձին բյուրբիթների թիվը մեծանում է:  $N$  բյուրբիթանոց ռեգիստրում սուպերպոզիցիայի մեջ գտնվող վիճակների ընդհանուր թիվը  $2^N$  է: Դասական  $N$  բիթանոց ռեգիստրը մեկ վիճակում կարող է ներկայացնել միայն մեկ  $N$  բիթանոց թիվ, իսկ քվանտային ռեգիստրը կարող է լինել այդ բոլոր  $2^N$  թվով  $N$  բիթանոց թվերի սուպերպոզիցիոն վիճակում: 300 բյուրբիթ ունեցող ռեգիստրի սուպերպոզիցիոն վիճակում բազիսային բյուրբիթ-վիճակների թիվը կարող է լինել մինչև  $2^{300}$ , ինչը մեծապես գերազանցում է ատոմների թիվն ամբողջ տեսանելի տիեզերքում:

Ի հավելումն մեծ քանակի ինֆորմացիան կոմպակտ պահպանելու հնարավորության՝ քվանտային մեխանիկայի գծային բնույթը նշանակում է, որ սուպերպոզիցիոն վիճակը կազմող  $2^N$  թվով վիճակները կարող են փոփոխությունների ենթարկվել միաժամանակ, այսինքն՝ հնարավոր է «քվանտային զուգահեռականություն» (quantum parallelism): Սա դեպի քվանտային համակարգիչների հզորություն ընթացքի կարևոր բազադրամասերից մեկն է: Այն թույլ է տալիս միաժամանակ էքսպոնենցիալ մեծ թվով հաշվարկներ կատարել:

*Բլոխի սֆերա:* Քյուրբիթը ներկայանում է երկմակարդակ քվանտային համակարգով, որի երկու բազիսային (հեշտորեն տարբերակելի) վիճակներին համապատասխանության մեջ են դրվում բուլյան երկուական հանրահաշվի 0 և 1 թվերը («ոչ» և «այո» տրամաբանական գործողությունները): Առաջինը, որպես կանոն, համապատասխանության մեջ է դրվում գրգռված վիճակին, երկրորդը՝ հիմնական վիճակին: Սյունակային նշանակումներով այն տրվում է

$$|0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

համապատասխանություններով:

Երկմակարդակ համակարգի՝ որպես բյուրբիթի ալիքային ֆունկցիան, համաձայն §8-ի, կարող է գրվել  $|\psi\rangle = c_0|0\rangle + c_1|1\rangle$  ընդհանուր տեսքով, որում գործակիցները կոմպլեքս մեծություններ են և բավարարում են նորմավորման  $|c_0|^2 + |c_1|^2 = 1$  նորմավորման պայմանին:  $c_0$  -ի փուլը կարելի է ընդհանուր հանել և մի կողմ թողնել:

Ռելաքսացման հնարավոր պրոցեսները ներառելու համար քվանտային մեխանիկան օգտվում է  $\hat{\rho}$  խտության մատրիցայի հասկացությունից: Այն օպերատորական մեծություն է և  $|\psi\rangle$  ալիքային ֆունկցիայով նկարագրվող կոհերենտ վիճակի համար այն ներկայացվում է պրոյեկտման  $|i\rangle\langle j|$ ,  $i, j = 0, 1$ , օպերատորների սուպերպոզիցիայի տեսքով՝

$$\hat{\rho} = |\psi\rangle\langle\psi| = (c_0|0\rangle + c_1|1\rangle)(c_0^*\langle 0| + c_1^*\langle 1|) = |c_0|^2|0\rangle\langle 0| + c_0c_1^*|0\rangle\langle 1| + c_1c_0^*|1\rangle\langle 0| + |c_1|^2|1\rangle\langle 1|$$



*Վերներ Հայզենբերգը և Վոլֆգանգ Պաուլին գրուցում են*

Յուրաքանչյուր երկչափ օպերատոր կարող է ներկայացվել միավոր  $I$  և Պաուլիի  $\sigma$  մատրիցաների օգնությամբ՝

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2}(I + \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+w & u-iv \\ u+iv & 1-w \end{pmatrix}, \quad (10.1)$$

որտեղ  $\mathbf{a}$ -ն կոչվում է վիճակի բնութագրիչ միավոր երկարության վեկտոր՝ Բլոխի վեկտոր, իսկ

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}:$$

$\mathbf{a}$  վեկտորն ընդունված է պատկերել Բլոխի տարածությունում, որի ներկայացման համար կարող է ընդունվել Նկ. 10.1-ի աջակողմյան պատկերը:  $z$ -երի առանցքի վրա տեղադրվում է վիճակների բնակեցվածությունների  $w = |c_0|^2 - |c_1|^2 = a_z$  տարբերությունը,  $a_z = \cos\theta$ :  $x$ -երի և  $y$ -ների առանցքների վրա տեղադրվում են կոհերենտությունը ներկայացնող  $c_1c_0^*$  ոչ անկյունագծային էլեմենտի իրական և կեղծ մասերի կրկնապատիկները՝  $u = 2\text{Re}(c_1c_0^*) = a_x$ ,  $v = 2\text{Im}(c_1c_0^*) = a_y$ : Այսինքն՝  $a_x = \sin\theta\cos\phi$ ,  $a_y = \sin\theta\sin\phi$ :



*Ֆելիքս Բլոխ*

Վիճակի  $a$  վեկտորի երկու պարամետրերից կախումը թույլ է տալիս այդ պարամետրերով արտահայտել նաև  $|\psi\rangle$ -ն՝ նրա  $c_0$  և  $c_1$  գործակիցներն արտահայտելով  $\theta$  և  $\phi$  անկյուններով: Արդյունքում ունենում ենք

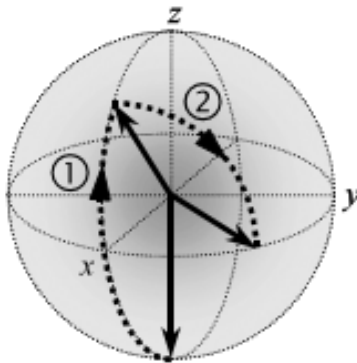
$$|\psi\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + \sin \frac{\theta}{2} e^{i\phi} |1\rangle \quad (10.2)$$

շատ հարմար արտահայտությունը:

$\theta$  և  $\phi$  անկյունները ներկայացնում են կետ միավոր շառավղով Բլոխի սֆերայի վրա: Դասական 0 բիթը (գրգռված վիճակը) այստեղ ներկայանում է սֆերայի վերին՝ հյուսիսային բևեռով, 1 բիթը՝ ներքևի (հիմնական վիճակի) հարավային բևեռով: Սֆերայի մնացած բոլոր կետերը կազմում են բազիսային վիճակների սուպերպոզիցիոն վիճակները:  $\theta$  անկյունը որոշում է բազիսային վիճակների բնակեցվածությունները,  $\phi$  անկյունը՝ նրանց միջև հարաբերական փուլը: Բլոխի սֆերան պարզորոշ լուսաբանում է քյուբիթային վիճակների անվերջ բազմազանությունը դասական երկուական բիթի նկատմամբ:

*Կոհերենտ գործառույթներ Բլոխի սֆերայի պատկերացմամբ:* Քյուբիթի ժամանակային էվոլյուցիան ներկայանում է  $\theta$  և  $\phi$  սֆերիկ անկյունների փոփոխություններով, կամ որ նույնն է՝ Բլոխի սֆերայի վրա կետի ընթացքով: Քննարկենք այն լազերային իմպուլսներով երկմակարդակ ատոմի վրա ազդելու օրինակով: Իմպուլսի տևողությունն ավելի կարճ է գրգռված վիճակի մարման ժամանակից, այնպես որ Բլոխի վեկտորի երկարությունը մնում է հաստատուն: Լազերային իմպուլսը փոխում է միայն Բլոխի վեկտորի ուղղությունը՝ գործում է որպես պտտման գործողություն: Ինչպես ցույց էր տրված § 8-ում,  $\pi$ -իմպուլսը  $|1\rangle$  հիմնական վիճակում գտնվող համակարգը տեղափոխում է  $|0\rangle$  գրգռված վիճակ, և հակառակը: Բլոխի սֆերայում դա նշանակում է  $a$  վեկտորի  $\pi$  անկյունով պտույտ հարավային բևեռ ունեցած դիրքից դեպի հյուսիսային բևեռ դիրք: Ընդհանուր դեպքում  $\theta$ -ի պտտման անկյունը հավասար է լուսային իմպուլսի պարուրիչի տակ ընկած մակերեսին:  $\pi/2$ -իմպուլսն առաջացնում է  $\pi/2$  ռադիանով պտույտ, իսկ  $2\pi$ -իմպուլսը մեկ լրիվ պտույտից հետո վիճակի վեկտորը վերադարձնում է նախնական դիրք: Այսպիսով, Բլոխի վեկտորի ուղղությունը կարող է ըստ ցանկության փոփոխությունների ենթարկվել համապատասխան ամպլիտուդի և հարաբերական փուլի ռեզոնանսային կարճ իմպուլսների հաջորդականության միջոցով:

Եթե ժամանակի սկզբնապահին համակարգը գտնվում է էներգետիկ մակարդակներից մեկի, ասենք՝ հիմնականի վրա, ապա ազիմուտալ անկյան հարցը Բլոխի սֆերայի վրա անորոշ է, ինչը նշանակում է, որ առաջին իմպուլսի առաջացրած պտույտի առանցքի ընտրությունը կամայական է: Դա թույլ է տալիս  $x$  և  $y$  առանցքների ուղղություններն ընտրել այնպես, որ առաջին իմպուլսի բերած պտույտն իրականացվի, ասենք,  $y$  առանցքի շուրջ՝ իմպուլսը վերանալիս թողնելով Բլոխի վեկտորը  $xOz$  հարթության մեջ: Հաջորդ իմպուլսների առաջացրած պտույտների ազիմուտալ անկյուններն արդեն կորոշվեն նրանց ունեցած փուլերով առաջին իմպուլսի փուլի նկատմամբ: Նկ. 7.2-ում պատկերված է Բլոխի վեկտորի վրա երկու հաջորդական իմպուլսների ազդեցությունը, երբ վիճակի  $a$  վեկտորի ծայրակետը հայտնվում է  $xOy$  հասարակածային հարթության եզրագծի  $\phi = \pi/4$  ազիմուտալ անկյունով կետում:



Նկ. 10.2. Բլոխի վեկտորի առաջին պտույտը տեղի է ունենում  $3\pi/4$  անկյան տակ  $y$  առանցքի շուրջ, որին անմիջապես հետևում է  $-90^\circ$  հարաբերական փուլով ( $x$  առանցքի շուրջ) իմպուլսի առաջացրած  $-\pi/2$  անկյունով պտույտ (St' u Fox M., *Quantum Optics. An Introduction*, Oxford, University Press, 2006, Fig. 9.11):

Այն սուպերպոզիցիոն վիճակ է հետևյալ ալիքային ֆունկցիայով.

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + e^{-i\pi/4}|1\rangle) \quad (10.3)$$

Բլոխի սֆերայի պատկերացումը լայնորեն օգտագործվում է միջուկային մագնիսական ռեզոնանսի ֆիզիկայում և ատոմական կոհերենտ երևույթներում՝ ներառյալ քվանտային ինֆորմատիկան, ինչին կանդրադառնանք հետագայում:

*Խճճվածությունը և ինֆորմացիան:* Բաղկացուցիչ մասերից կազմված քվանտային համակարգի որևէ  $|\Psi\rangle$  վիճակ կոչվում է ֆակտորիզացված, եթե այն կարող է ներկայացվել մասերից յուրաքանչյուրի վիճակը ներկայացնող  $|\psi_i\rangle$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  ալիքային ֆունկցիաների արտադրյալի տեսքով.

$$|\Psi\rangle = \prod_{i=1}^n |\psi_i\rangle = |\psi_1\rangle |\psi_2\rangle \dots |\psi_n\rangle: \quad (10.4)$$

Եթե ոչ, ապա  $|\Psi\rangle$  վիճակը կոչվում է խճճված: Հանրահայտ են Էյնշտեյն-Պոդոլսկի-Ռոզենի



$$|\Psi_{EPR}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|1\rangle \pm |1\rangle|0\rangle) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle \pm |10\rangle),$$

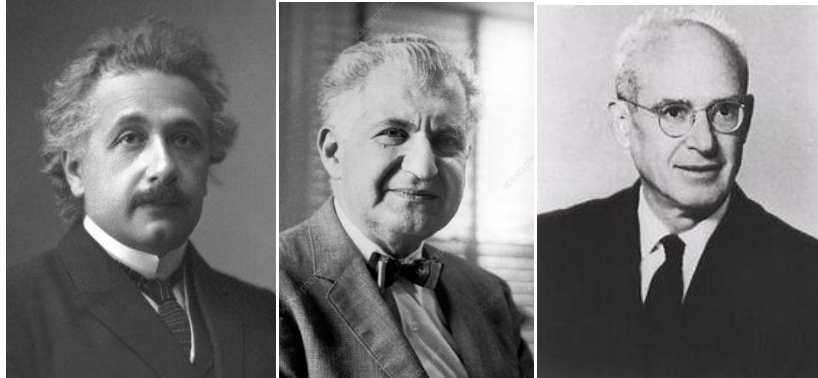
Բելի

$$|\Psi_{Bell}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|0\rangle \pm |1\rangle|1\rangle) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle \pm |11\rangle)$$

երկմասնիկ (առավելագույն) խճճված վիճակները, և Գրինբերգեր-Հորն-Ցելինգերի

$$|\Psi_{GHZ}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle|1\rangle) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle + |111\rangle)$$

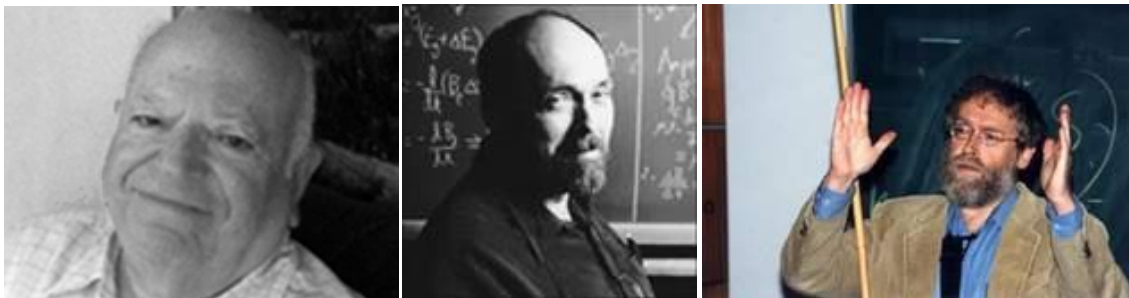
եռամասնիկ խճճված վիճակը:



Ալբերտ Էյնշտեյն    Բորիս Պոդոլսկի    Նաթան Ռոզեն



Ջոն Բել



Դանիել Գրինբերգեր

Միխայիլ Հորն

Անտոն Ցելինգեր

Չնայած սահմանման պարզությանը՝ խճճվածությունը բերում է մի շարք սկզբունքային նորության տեխնոլոգիական կիրառությունների, որոնց մի քանիսին կհանդիպենք հետագայում: Առայժմ նկատենք, որ այն քվանտային ինֆորմացիայի ռեսուրս է, ինչը կարող է հասանելի լինել քվանտային ինֆորմացիոն գործառույթների առավելություններն օգտագործելու ճանապարհին:

Խճճվածության քանակական բնութագրումն ընդհանուր դեպքում բարդ հարց է: Այն լավ մշակված է միայն երկու քյուբիթերի՝ երկմաս համակարգերի դեպքում, որին օգնում է Շմիդթի դեկոմպոզիցիայի մասին թեորեմը: Համաձայն վերջինիս՝ ամեն մի երկմաս համակարգի

$$|\Psi\rangle_{AB} = \sum_{i=1}^{d_A} \sum_{j=1}^{d_B} c_{ij} |a_i\rangle_A |b_j\rangle_B$$

վիճակ, որում  $|a_i\rangle_A$ -ն և  $|b_j\rangle_B$ -ն առանձին ենթահամակարգերի բազիսային օրթոգոնալ վիճակներն են, հնարավոր է ներկայացնել բիօրթոնորմալ

$$|\Psi\rangle_{AB} = \sum_{k=1}^r \sqrt{w_k} |u_k\rangle_A |v_k\rangle_B, \quad w_k > 0, \quad \sum_{k=1}^r w_k = 1 \quad (10.5)$$

տեսքով, որտեղ  $r \leq d \equiv \min\{d_A, d_B\}$ -ն կոչվում է Շմիդթի ռանգն: Այստեղից անմիջականորեն հետևում է, որ երկմաս կոհերենտ համակարգը խճճված է, եթե միայն նրա Շմիդթի ռանգը մեծ է մեկից՝  $r > 1$ :



Էրհարդ Շմիդթ

Խճճվածության առավել տարածված քանակական բնութագիրը Ֆոն Նեյմանի էնտրոպիան է: Այն ստանալու համար նախ անցում է կատարվում  $|\Psi\rangle_{AB}$  ալիքային ֆունկցիայից համապատասխան  $\hat{\rho}_{AB} = |\Psi\rangle_{AB} \langle\Psi|$  խտության մատրիցային, որից հետո կառուցվում են խտության բերված մատրիցաները համապատասխան ենթահամակարգերի համար՝



Ջոն ֆոն Նեյմանը զրուցում է ուսանողների հետ առավոտյան

Թեյի սեղանի մոտ (1947թ.):

$$\hat{\rho}_A = Tr_B(|\Psi\rangle_{AB}\langle\Psi|), \quad \hat{\rho}_B = Tr_A(|\Psi\rangle_{AB}\langle\Psi|): \quad (10.6)$$

Այստեղ  $Tr_B$  նշանակում է հետքի հաշվում՝ ըստ  $B$  ենթահամակարգի օրթոնորմավորված որևէ բազիսային վիճակների: Այն իր մեջ ներառում է միացյալ համակարգի վերաբերյալ ինֆորմացիան՝ միևնույն ստատիստիկական կշիռներով միջինացված՝ ըստ առանձնացված  $B$  ենթահամակարգի հնարավոր վիճակների: Նման նշանակում է նաև  $Tr_A$ -ի համար:

Եթե (10.6)-ի բանաձևերում տեղադրենք Շմիդթի (10.5) բիօրթոնորմալ վերլուծությունները, ապա  $Tr_B$ -ի հաշվման դեպքում հետքը հարկ կլինի վերցնել ըստ  $|v_k\rangle_B$  բազիսի, իսկ  $Tr_A$ -ի հաշվման դեպքում՝ ըստ  $|u_k\rangle_A$  բազիսի: Պարզ գործողությունների արդյունքում կստանանք

$$\hat{\rho}_A = \sum_{k=1}^r w_k |u_k\rangle_A \langle u_k| \quad \text{և} \quad \hat{\rho}_B = \sum_{k=1}^r w_k |v_k\rangle_B \langle v_k|: \quad (10.7)$$

Որևէ  $\hat{\rho}$  խտության մատրիցայով որոշվող վիճակի Ֆոն Նեյմանի էնտրոպիա է

$$S = -Tr(\hat{\rho} \ln \hat{\rho})$$

մեծությունը: Եթե խտության մատրիցան անկյունագծային տեսքի է, ինչպես է ենթահամակարգերի (10.7) բերված խտության մատրիցաների դեպքում, ապա հաշվարկները խիստ բեռնաթափվում են և բերվում անկյունագծային անդամների պարզ գումարի: Արդյունքում երկմաս համակարգի խճճվածության չափի համար գալիս ենք

$$E(|\Psi\rangle_{AB}) = S(\hat{\rho}_A) = S(\hat{\rho}_B) = -\sum_{k=1}^r w_k \ln w_k \quad (7.8)$$

ամփոփ արտահայտությանը: Այն ներկայացնում է բնական արդյունք. այն է՝ խճճվածության չափը երկու ենթահամակարգերի համար նույնն է:

*Ոչ քլոնավորման թեորեմը:* Թեորեմը պնդում է, որ անհայտ քվանտային վիճակը չի կարող քլոնավորվել (կրկնօրինակվել): Հիմնավորելու համար նկատենք, որ որևէ  $|\alpha\rangle$  վիճակի կրկնօրինակի ստեղծում նշանակում է երկու համակարգերի  $|\alpha\rangle|0\rangle$  զույգին ստիպել անցնել  $|\alpha\rangle|\alpha\rangle$  վիճակի՝

$$\hat{U}(|\alpha\rangle|0\rangle) = |\alpha\rangle|\alpha\rangle,$$

որտեղ  $\hat{U}$ -ն ձևափոխությունը կատարող ունիտար օպերատոր է: Քանի որ առնչությունը ենթադրվում է կամայական վիճակի համար, ապա  $\hat{U}$ -ն կախված չէ  $\alpha$ -ից: Ուրեմն նաև

$$\hat{U}(|\beta\rangle|0\rangle) = |\beta\rangle|\beta\rangle, \quad \beta \neq \alpha:$$

Դիտարկենք  $|\gamma\rangle = (|\alpha\rangle + |\beta\rangle)/\sqrt{2}$  սուպերպոզիցիոն վիճակը և  $\hat{U}$  օպերատորով ազդենք նրա վրա: Դիտելով  $|\gamma\rangle$ -ն որպես միասնական վիճակ՝ կունենանք՝

$$\hat{U}(|\gamma\rangle|0\rangle) = |\gamma\rangle|\gamma\rangle = (|\alpha\rangle + |\beta\rangle)(|\alpha\rangle + |\beta\rangle)/2 = (|\alpha\rangle|\alpha\rangle + 2|\alpha\rangle|\beta\rangle + |\beta\rangle|\beta\rangle)/2:$$

Իսկ եթե հիշենք, որ  $\hat{U}$ -ն զծային օպերատոր է, ապա կունենանք՝

$$\hat{U}(|\gamma\rangle|0\rangle) = \hat{U}(|\alpha\rangle|0\rangle + |\beta\rangle|0\rangle) / \sqrt{2} = (\hat{U}|\alpha\rangle|0\rangle + \hat{U}|\beta\rangle|0\rangle) / \sqrt{2} = (|\alpha\rangle|\alpha\rangle + |\beta\rangle|\beta\rangle) / \sqrt{2} :$$

Այս արդյունքներն ընդհանուր դեպքում անհամատեղելի են, ինչն էլ ապացուցում է պնդումը:

Ոչ քլոնավորման թեորեմը կարելի է ապացուցել նաև ավելի ընդհանուր՝ շրջակա միջավայրի առկայության պայմաններում: Վերջինիս ալիքային ֆունկցիան նշանակելով  $|E_0\rangle$  և ձևափոխության  $\hat{U}$  օպերատորով ազդելով ամբողջի վրա՝ ուզում ենք արդյունքում ստանալ  $|\gamma\rangle$  չփոխված բնօրինակը և «դատարկ»  $|0\rangle$  վիճակը՝ ձևափոխված  $|\gamma\rangle$  օրիգինալի վիճակի, այսինքն՝

$$\hat{U}(|\gamma\rangle|0\rangle|E_0\rangle) = |\gamma\rangle|\gamma\rangle|E_{\psi}\rangle$$

ձևափոխությունը, որտեղ  $|E_{\psi}\rangle$ -ն շրջակա միջավայրի ալիքային ֆունկցիան է՝ ընդհանուր դեպքում տարբեր սկզբնականից: Դիտարկենք երկու այդպիսի ձևափոխություններ՝

$$\hat{U}(|\gamma_1\rangle|0\rangle|E_0\rangle) = |\gamma_1\rangle|\gamma_1\rangle|E_{\psi_1}\rangle,$$

$$\hat{U}(|\gamma_2\rangle|0\rangle|E_0\rangle) = |\gamma_2\rangle|\gamma_2\rangle|E_{\psi_2}\rangle,$$

և կազմենք դրանց սկալյար արտադրյալը: Քանի որ, համաձայն  $\hat{U}$ -ի ունիտարության  $\hat{U}^\dagger\hat{U} = I$ , ապա ստանում ենք, որ

$$\langle\gamma_1|\gamma_2\rangle = \langle\gamma_1|\gamma_2\rangle^2 \langle E_{\psi_1}|E_{\psi_2}\rangle:$$

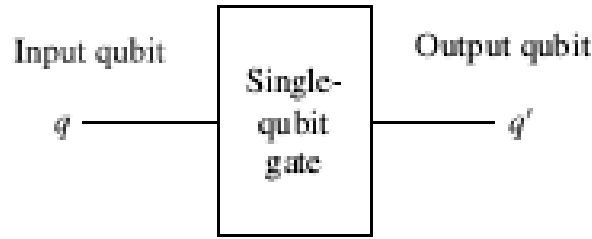
Այստեղ  $\langle\gamma_1|\gamma_2\rangle \leq 1$ , այնպես որ անհրաժեշտորեն դուրս բերված պայմանը կարող է բավարարվել միայն եթե  $\langle\gamma_1|\gamma_2\rangle = 0$  կամ 1: Հետևաբար, երկու իրարից տարբեր և ոչ օրթոգոնալ (ոչ բազիսային)  $|\gamma_1\rangle$  և  $|\gamma_2\rangle$  վիճակների կրկնօրինակումն անհնար է:

Քանի որ բազիսային վիճակները հնարավոր է քլոնավորել, ապա հայտնի կամայական վիճակը՝ որպես նրանց սուպերպոզիցիա, ևս կարելի է քլոնավորել:

## § 11. Քվանտային համակարգիչ

Քվանտային ինֆորմացիայի տեսության հիմնական թեորեմներից մեկն ասում է, որ կամայական ինֆորմացիոն/հաշվողական բովանդակություն կարող է ներկայացվել միաքյուրիթ և երկքյուրիթ գեյթերի համապատասխան հաջորդականության միջոցով: Այնպես որ դրանք ստանցքային կարևորություն ունեն քվանտային ինֆորմացիայի գործառույթներում: Դա, իհարկե, չի նշանակում, որ տվյալ նպատակային արդյունքին հասնելու համար հարմար է օգտագործել միայն միաքյուրիթ և երկքյուրիթ գեյթեր: Բոլորովին: Խոսքը սկզբունքային հնարավորության մասին է:

*Միաքյուրիթ տրամաբանական գեյթեր:* Միաքյուրիթ գործառույթը (գեյթը) սխեմատիկորեն պատկերված է Նկ. 11.1-ում: Մուտքային  $q$  քյուրիթը, ներառնվելով գործառույթում, ձևափոխվում է նոր՝  $q'$  քյուրիթի:



Նկ. 11.1. Միաքյուրբիթ գեյթի սխեմատիկ պատկերը: Գեյթը մուտքային  $q$  քյուրբիթը ձևափոխում է ելքային  $q'$  քյուրբիթի (Տե՛ս Fox M., *Quantum Optics: An Introduction*. Oxford University Press, 2006, Fig. 13.5):

Եթե համապատասխան ալիքային ֆունկցիաները գրենք  $|\psi\rangle = c_0|0\rangle + c_1|1\rangle$  և  $|\psi'\rangle = c'_0|0\rangle + c'_1|1\rangle$  ընդհանուր տեսքերով, ապա գեյթի ազդեցությունը կներկայանա բազիսային վիճակների գործակիցների զույգի փոփոխության միջոցով: Վերջիններս ներկայացնելով մատրիցական տեսքերով՝ սյունակներով, միաքյուրբիթային գեյթը կներկայանա  $2 \times 2$  մատրիցայի տեսքով.

$$\begin{pmatrix} c'_1 \\ c'_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{10} \\ M_{01} & M_{00} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_0 \end{pmatrix}, \quad (11.1)$$

որտեղից

$$\begin{aligned} c'_1 &= M_{11} c_1 + M_{10} c_0, \\ c'_0 &= M_{01} c_1 + M_{00} c_0: \end{aligned} \quad (11.2)$$

Ալիքային ֆունկցիաների  $|c_0|^2 + |c_1|^2 = |c'_0|^2 + |c'_1|^2 = 1$  նորմավորման պայմանը  $\mathbf{M}$  մատրիցայի վրա դնում է ունիտարության ընդհանրական պահանջ. այն է՝

$$\begin{pmatrix} M_{11} & M_{10} \\ M_{01} & M_{00} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{11}^* & M_{01}^* \\ M_{10}^* & M_{00}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

կամ կրճատ տեսքով՝

$$\mathbf{M} \mathbf{M}^\dagger = \mathbf{I}:$$

Ներկայացնենք երեք առավել կարևոր միաքյուրբիթ գեյթերը:

NOT գեյթը, որը նշանակվում է « $X$ » սիմվոլով, համընկնում է Պաուլիի  $\sigma_x$  մատրիցայի հետ.

$$X \cdot q = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix}: \quad (11.3)$$

Այն փոխանակում է բազիսային վիճակների հավանականային ամպլիտուդները, կամ որ նույնն է՝ հանդիպելով  $|0\rangle$  վիճակին՝ մերժում է այն և դարձնում այն  $|1\rangle$ , իսկ հանդիպելով և մերժելով  $|1\rangle$ -ին՝ դարձնում է այն  $|0\rangle$ : Պրոյեկտման օպերատորների պատկերացմամբ այն գրվում է

$$X = |0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0|: \quad (11.4)$$

Հաջորդը  $Z$  գեյթն է: Մատրիցական տեսքը Պաուլիի  $\sigma_z$  մատրիցան է՝

$$Z \cdot q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ -c_0 \end{pmatrix}, \quad (11.5)$$

իսկ օպերատորական տեսքը՝

$$Z = |1\rangle\langle 1| - |0\rangle\langle 0|: \quad (11.6)$$

Վերջինը ներկայացնենք Հադամարդի գեյթը՝ սիմվոլը՝  $\hat{H}$ , հավասար  $(X + Z)/\sqrt{2}$ -ի: Մատրիցական ներկայացմամբ գործառույթը կլինի՝

$$\hat{H} \cdot q = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (c_1 + c_0)/\sqrt{2} \\ (c_1 - c_0)/\sqrt{2} \end{pmatrix}: \quad (11.7)$$

Այստեղ հատկանշականն այն է, որ առանձին բազիսային վիճակից ձևավորվում է (հավասար ստատիստիկական կշիռներով) սուպերպոզիցիոն վիճակ: Օրինակ,  $|0\rangle$ -ն անցնում է  $(|1\rangle - |0\rangle)/\sqrt{2}$ -ի: Գեյթը տալիս է նաև հակառակ արդյունքի հնարավորություն: Օրինակ՝

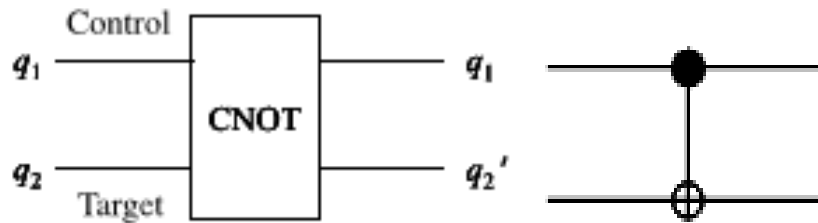
$$\hat{H} \cdot \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}:$$

Բոլոր այս ձևափոխությունների պատկերումը Բլոխի սֆերայի վրա թողնում ենք ընթերցողին կատարելու ինքնուրույն:

Ինչպես նախկինում նշել ենք, երկմակարդակ ատոմների վրա միաքյուբիթ գեյթերի իրականացման համար հարկ է ճառագայթել նրանց ատոմական անցման հաճախության համապատասխան փուլ և էներգիա ունեցող կարճ լազերային իմպուլսներով: Այս տեխնիկան շատ լավ մշակված է և հայտնի 1970-ական թվականներից: Հետազոտություններ ընթանում են նաև տեխնոլոգիական այլ ուղղություններով:

*Երկքյուբիթ տրամաբանական գեյթեր:* Երկքյուբիթ գեյթերից հատկապես կարևոր են վերահսկվող գեյթերը: Դրանք ունեն երկու մուտքային քյուբիթեր, որոնք կոչվում են համապատասխանաբար *վերահսկող* (control) և *թիրախ* (target): Գեյթը որևէ ազդեցություն չի ունենում վերահսկող քյուբիթի վրա, սակայն կատարում է որոշակի ունիտար գործողություն թիրախ քյուբիթի վրա՝ պայմանավորված վերահսկող քյուբիթի վիճակով:

Առավել կարևորն այստեղ CNOT (Controlled NOT) գեյթն է, որն իրականացնում է  $|q_1\rangle|q_2\rangle \rightarrow |q_1\rangle|q_1 \oplus q_2\rangle$  գործառույթ, որտեղ  $\oplus$ -ը modulo-2 գործողությունն է:  $q_1, q_2$ -ը զրո են կամ մեկ:  $q_1$ -ը վերահսկող մուտքային քյուբիթն է,  $q_2$ -ը՝ թիրախ մուտքային քյուբիթը, ինչպես պատկերված է Նկ. 11.2-ում: Այստեղ վերահսկվող ունիտար գործողությունը, ինչպես երևում է անվանումից, NOT գեյթն է: Վերահսկումը նրանում է, որ թիրախ քյուբիթի նկատմամբ NOT օպերացիան կատարվում է, եթե  $q_1 = |1\rangle$ :



Նկ. 11.2. Վերահսկվող-NOT (CNOT) գեյթի սխեման և պայմանական նշանը (Տե՛ս Fox M., *Quantum Optics: An Introduction, Oxford, University Press, 2006, Fig. 13.7*):

Գրենք գեյթը բացահայտ օպերատորական և մատրիցական տեսքերով՝

$$\hat{U}_{CNOT} = |0\rangle\langle 0| \otimes \hat{I} + |1\rangle\langle 1| \otimes \hat{U}_{NOT} = \frac{1}{2}(1 + \sigma_z) \otimes 1 + \frac{1}{2}(1 - \sigma_z) \otimes \sigma_x,$$

որտեղ  $\otimes$ -արտադրյալ օպերատորներում աջակողմյան անդամը գործում է թիրախ քյուբիթի վրա, իսկ ձախակողմյան անդամը՝ վերահսկող քյուբիթի:

Գեյթը՝ բազիսային վիճակների վրա ունեցած ազդեցությանը, բերենք աղյուսակի տեսքով՝

Մուտքային քյուբիթեր		Ելքային քյուբիթեր	
Վերահսկող	Թիրախ	Վերահսկող	Թիրախ
$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$
$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$
$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$
$ 1\rangle$	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$

Երկքյուբիթ համակարգի ալիքային ֆունկցիայի սյունակային նշանակումը կլինի քառաէլեմենտ, իսկ ձևափոխության մատրիցան գրվում է  $4 \times 4$  չափի մատրիցայով՝

$$\hat{U}_{CNOT} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} : \quad (11.8)$$

Ազդեցությունը կամայական երկքյուբիթ վիճակի վրա կլինի՝

$$\hat{U}_{CNOT} \cdot |\psi\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{11} \\ c_{01} \\ c_{12} \\ c_{02} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} \\ c_{01} \\ c_{02} \\ c_{12} \end{pmatrix},$$

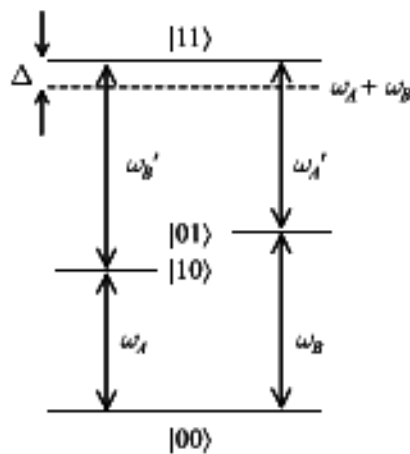
ինչը ևս ցույց է տալիս, որ վերին (վերահսկող) քյուբիթի հավանականային ամպլիտուդները մնում են անփոփոխ, իսկ ներքևի (թիրախ) քյուբիթինը փոխում են իրենց տեղերը:

Նկատենք, որ եթե մուտքային քյուբիթները գտնվում են բազիսային վիճակներում, ապա ելքում ունենում ենք քյուբիթերի ոչ խճճված վիճակ: Խճճվածություն ստացվում է միայն եթե մուտքային քյուբիթերից գոնե մեկը գտնվում է սուպերպոզիցիոն վիճակում:

$$\begin{aligned}
& \hat{U}_{CNOT} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_c + |1\rangle_c) \otimes |0\rangle_t \\
&= \left[ |0\rangle_c \langle 0| \otimes \hat{I}_t + |1\rangle_c \langle 1| \otimes (|0\rangle_t \langle 1| + |1\rangle_t \langle 0|) \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_c + |1\rangle_c) \otimes |0\rangle_t : \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_c |0\rangle_t + |1\rangle_c |1\rangle_t)
\end{aligned}$$

Արդյունքը Բեյլի խճճված վիճակ է:

CNOT գեյթի իրականացման առանցքային բարդությունը նրանում է, որ թիրախ քյուբիթի բովանդակությունը պետք է շուտ տալ՝ կախված վերահսկող քյուբիթի վիճակից: Ենթադրենք քյուբիթներն իրականացվում են ատոմների միջոցով: Գեյթի իրականացման համար ընտրվող էներգետիկ մակարդակների սխեման պատկերված է Նկ. 11.3-ում, որում երկու ատոմները դիտվում են որպես միասնական համակարգ:



Նկ. 11.3. CNOT քվանտային գեյթն իրականացնելու էներգետիկ մակարդակների հնարավոր սխեմա: Առաջին և երկրորդ քյուբիթներն իրականացվում են հիմնական մակարդակից համապատասխանաբար  $\omega_A$  և  $\omega_B$  հաճախություններով անցումների շնորհիվ (Տե՛ս Fox M., *Quantum Optics: An Introduction, Oxford, University Press, 2006, Fig. 13.10a*):

Երկու քյուբիթերը (ատոմները) փոխազդում են իրար հետ այնպես, որ եթե երկուսն էլ գտնվում են  $|1\rangle$  վիճակում, ապա համակարգում օպտիկական անցման հաճախությունը հիմնական  $|00\rangle$  վիճակից գրգռված  $|11\rangle$  վիճակ հավասար է լինում ոչ թե  $\omega_A + \omega_B$ -ի, այլ դրանից շեղված որոշ  $\Delta$  չափով՝

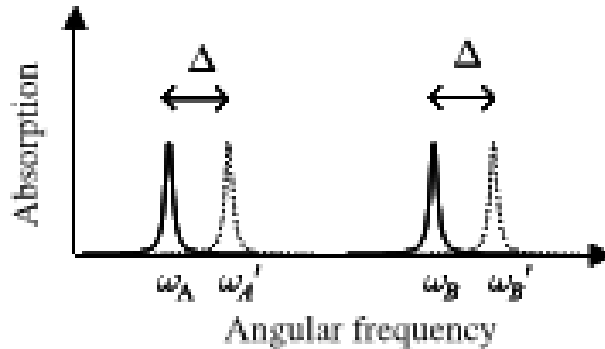
$$\omega_{AB} = \omega_A + \omega_B + \Delta :$$

Շեղման  $\Delta$  մեծությունը կարող է լինել ինչպես դրական, այնպես էլ բացասական՝ կախված նրանից, թե գրգռված քյուբիթերի միջև փոխազդեցությունը ձգողական է թե վանողական: Փոխազդեցության անդամն ունի այն ազդեցությունը, որ յուրաքանչյուր քյուբիթի ռեզոնանսային հաճախությունը կախված է մյուսի վիճակից: Եթե  $q_1 = |0\rangle$ , մենք կարող ենք NOT գործառույթն իրականացնել  $q_2$  քյուբիթի վրա  $\pi$ -իմպուլսի կիրառմամբ  $\omega_B$  հաճախության վրա: Սակայն եթե  $q_1 = |1\rangle$ , ապա  $\pi$ -իմպուլսի հաճախությունը պետք է լինի շեղված՝  $\omega_B' = \omega_B + \Delta$ : Նման ձևով  $q_1$ -ը կարող է կառավարվել  $\omega_A$  հաճախությամբ լազերային իմպուլսով, եթե  $q_2 = |0\rangle$ , բայց



հաճախությունը պետք է լինի  $\omega_A' = \omega_A + \Delta$ , եթե  $q_2 = |1\rangle$ : Այն լուսաբանված է Նկ. 11.4-ում: Հոծ գծերով (ընդհատ գծերով) ներկայացված է կլանման գործակիցը  $q_1$  և  $q_2$  քյուբիթերից յուրաքանչյուրում մյուսի ոչ գրգռված (գրգռված) լինելու դեպքում:

Նկ. 11.3-ում պատկերված են CNOT քվանտային գեյթի իրականացման քայլերը՝ վերնի աղյուսակում բերված բազիսային վիճակների ձևափոխությունները:



Նկ. 11.4. Երկքյուբիթ համակարգում CNOT քվանտային գեյթն իրականացնելու էներգետիկ մակարդակներին համապատասխանող կլանման սպեկտրը: Համակարգն արձագանքում է միայն  $\omega_B' (= \omega_B + \Delta)$  հաճախության վրա  $q_1 = |1\rangle$  վիճակին: Նմանապես,  $q_1$ -ի ղեկավարման հաճախությունը շեղվում է դեպի  $\omega_A'$ , եթե  $q_2 = |1\rangle$  (St' u Fox M., Quantum Optics: An Introduction, Oxford, University Press, 2006, Fig. 13.10b):

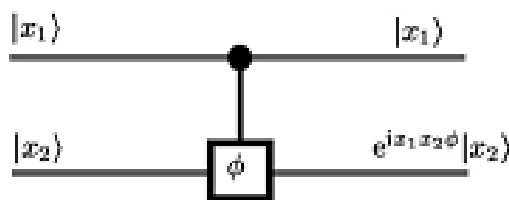
1.  $|00\rangle \rightarrow |00\rangle$ ՝ սա ինքնաբերաբար իրականանում է ոչինչ չանելով:

2.  $|01\rangle \rightarrow |01\rangle$ ՝ նախ կիրառում ենք  $\omega_B$  հաճախության  $\pi$ -իմպուլս  $|00\rangle$ -ից  $|01\rangle$ -ի անցում կատարելու համար:  $|01\rangle$ -ի պահպանման համար դրան կարող է հետևել  $\omega_B'$  հաճախության  $\pi$ -իմպուլս, որը որևէ գործառույթ չի իրականացնի, որովհետև դրան արձագանք կլինեն, եթե լինեն  $q_1 = |1\rangle$ :

3.  $|10\rangle \rightarrow |11\rangle$ ՝ նախ կիրառում ենք  $\omega_A$  հաճախության  $\pi$ -իմպուլս և անցնում  $|00\rangle$ -ից  $|10\rangle$ : Դրան հետևող  $\omega_B'$  հաճախության  $\pi$ -իմպուլսն իրականացնում է անցում պահանջվող  $|11\rangle$ :

4.  $|11\rangle \rightarrow |10\rangle$ ՝ գործառույթն սկսվում է՝  $|11\rangle$  վիճակը նախորդ ենթակետում բերված քայլերով նախապատրաստելով: Ապա կիրառվում է  $\omega_B'$  հաճախության  $\pi$ -իմպուլս, որը, ինչպես և պահանջվում է, շրջում է  $q_2$  քյուբիթը:

Ի տարբերություն CNOT գեյթի՝ գոյություն ունեն երկքյուբիթ գեյթեր, որոնք չունեն դասական անալոգիա: Այդպիսի օրինակ է վերահսկվող փուլ կամ CPHASE գեյթը



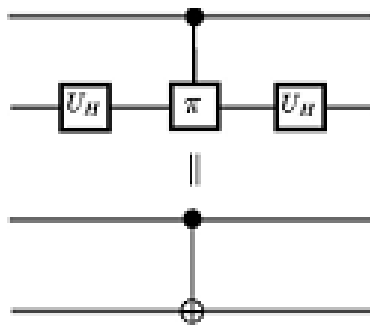
(St' u A. Galindo and M. A. Martin-Delgado, Rev. Mod. Phys., 74, 347 (2002)):

սխեմատիկ և

$$\hat{U}_{CPH(\phi)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i\phi} \end{pmatrix} \quad (11.9)$$

մատրիցական տեսքերով: Գեյթը թիրախ քյուբիթի վրա իրականացնում է պայմանական  $e^{i\phi}$  փուլային շեղում:

CNOT գեյթը կարող է իրականացվել  $\phi = \pi$  արժեքով CPASE և Հադամարդի երկու  $U_H$  ձևափոխությունների համադրումով, ինչպես ներկայացված է ներքևի պատկերում:



(St' u A. Galindo and M. A. Martin-Delgado, Rev. Mod. Phys., 74, 347 (2002), Fig. 25):

Հետաքրքրություն ներկայացնող մեկ այլ գեյթ է փոխանակային՝ SWAP գեյթը՝



(St' u A. Galindo and M. A. Martin-Delgado, Rev. Mod. Phys., 74, 347 (2002), Fig. 24b):

պայմանական պատկերով ու

$$\hat{U}_{SWAP} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (11.10)$$

մատրիցական տեսքով:

*Գրովերի ալգորիթմը:* Հաշվարկների սխեման՝ ալգորիթմը, կազմված է քվանտային տրամաբանական գեյթերի որոշակի հաջորդականությունից: Հաշվումները սովորաբար ավարտվում են չափումով՝ քվանտային օրինաչափությունների աշխարհից դասական օրինաչափությունների աշխարհի վերադառնալու համար: Սա սկզբունքային կարևորության էտապ է քվանտային համակարգչի աշխատանքում, քանի որ չափման արդյունքը լինում է դրան նախորդած էտապում ձևավորված սուպերպոզիցիայում ներգրավված բոլոր ոչ խճճված, արտադրյալ

վիճակները միայն մեկը: Այստեղից նախ բխում է, որ քվանտային համակարգչի պատասխանն իր բնույթով հավանականային է և լրացուցիչ խնդիր է պարունակում չափման պրոցեսը կազմակերպելու այնպես, որ հավանականությունը կոնցենտրացված լինի «ճիշտ» արժեքի շուրջ, և նույնական սկզբնական պայմանների համար կատարված փոքր թվով չափումները բավարար լինեն խնդրի լուծման համար:

Ինքնահամաձայնեցված գաղափարներով հարուստ քվանտային ալգորիթմների դաշտից մենք կճանոթանանք մեկ քվանտային ալգորիթմի հետ, որն առաջարկվել է 1996 թվականին Լ. Գրովերի կողմից:



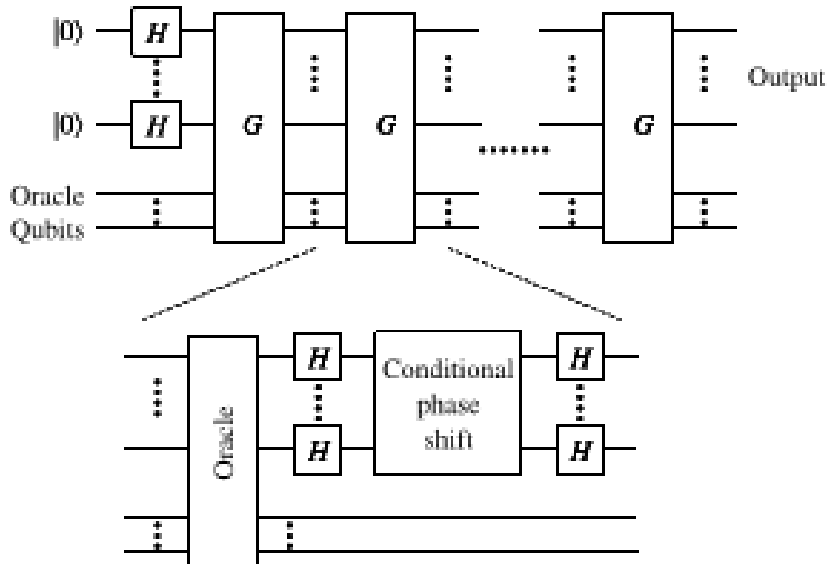
Լույ Կումար Գրովեր

Այն իրագործվել է 2017 թվականին թերբիումի (Tb) իոնների միջուկների սպինների համակարգի վրա փորձարարական բավականին բարդ պայմաններում՝ ինֆորմացիայի ղեկավարման համար օգտագործելով միայն էլեկտրական դաշտ:

Գրովերի ալգորիթմի նպատակն է  $N = 2^n$  թվով չկարգավորված էլեմենտներից առանձնացնել որոշակի պայմանների բավարարող միակ էլեմենտը: Այն դեպքում, երբ խնդրի դասական համակարգչով լուծման համար հարկ կլինեն կատարել  $N$ -ի կարգի օպերացիաներ, ապա Գրովերսի ալգորիթմում այդ թիվը  $\sqrt{N}$ -ի կարգի է և համարվում է օպտիմալ կերպով ձևակերպված:

Ալգորիթմը ենթադրում է քվանտային ռեգիստր՝ բաղկացած  $n$  քյուբիթերից, որոնք բոլորը նախապատրաստված են  $|0\rangle$  վիճակում՝

$$|\psi_0\rangle = |0\rangle^{\otimes n} \equiv |0\rangle: \quad (11.11)$$



Նկ. 11.5. Գրովերի ալգորիթմի սխեմատիկ պատկերն առանձին  $G$  իտերացիոն տարրի մեկնաբանմամբ (Sté u Fox M., *Quantum Optics. An Introduction*, Oxford, University Press, 2006, Fig. 13.12):

Ամբողջ գործառույթը սխեմատիկորեն պատկերված է Նկ. 11.5-ի վերին տողում: Առաջին քայլում համակարգը դրվում է քյուբիթերից յուրաքանչյուրի համար հավասար սուպերպոզիցիոն վիճակում: Դրա համար Հադամարդի գեյթը կիրառվում է յուրաքանչյուր քյուբիթի նկատմամբ, ինչի արդյունքում ստացվում է

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^n}} (|0\rangle_1 + |1\rangle_1) (|0\rangle_2 + |1\rangle_2) \cdots (|0\rangle_n + |1\rangle_n) \equiv \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x=0}^{2^n-1} |x\rangle \quad (11.12)$$

վիճակը, ինչը կարելի է ընդունել որպես  $n$  թվով երկվիճակ ալիքային ֆունկցիաների արտադրյալ կամ  $2^n$  թվով  $n$ -մասնիկանի արտադրյալ վիճակների սուպերպոզիցիա, ընդ որում՝ վերջին տեսքում բոլոր գումարելիների հավանականային ավալիտուդները նույնն են՝  $1/\sqrt{2^n}$ , ուրեմն նաև փուլերը:

Ալգորիթմի հաջորդող քայլի նպատակը (12.12) սուպերպոզիցիան բերելն է լուծումը ներկայացնող վիճակի: Դա կատարվում է Գրովերի իտերացիաներ կոչվող  $G$  գեյթի շարունակական կրկնմամբ (մոտավորապես  $\pi\sqrt{2^n}/4$  անգամ), մինչև որ համակարգի ալիքային ֆունկցիան ձեռք բերի

$$|\psi_2\rangle = (0, 0, 0, 1, 0, \dots, 0) \quad (11.13)$$

տեսքը, որտեղ 1-ը կանգնում է լուծումը ներկայացնող քյուբիթի տեղում: Դրանից հետո լուծումը հեշտորեն գրանցվում է՝ կարդալով ելքում քյուբիթերի վիճակը:

Յուրաքանչյուր  $G$ -ի բովանդակությունը բացված է Նկ. 11.5-ի ներքևի տողում: Այն բաղկացած է չորս քայլերից.

- (1) oracle (օրաքլ, կանխագուշակում) օպերատորի կիրառում,
- (2) Հադամարդի գեյթի՝ ռեգիստրի յուրաքանչյուր քյուբիթի նկատմամբ կիրառում,
- (3) պայմանական փուլային շեղման կիրառում,
- (4) Հադամարդի գեյթի՝ ռեգիստրի յուրաքանչյուր քյուբիթի նկատմամբ կիրառում:

Համաձայն Գրովերի հաշվարկների՝ որպեսզի հասնել օպտիմալ հավանականությանը, հարկ է ալիքային ֆունկցիայի փուլում ունենալ  $\pi/4$  ռադիան փոփոխություն:

Օրաքլն ունիտար օպերատոր է, որն օգտագործում է որոշ թվով օժանդակ՝ օրաքլ քյուբիթներ: Օրաքլը կարող է մեկնաբանվել որպես «սև արկղ», որն ունակ է ճանաչելու փնտրվող խնդրի լուծումը: Այսպիսով, այն քվանտային համարժեքն է տվյալների բազայում ստուգմանը, թե արդյոք ստացվածը ցանկալի լուծումն է: Եթե օրաքլը գտնում է լուծում, ապա այն նշում է կատարելով

$$|x\rangle \rightarrow (-1)^{f(x)}|x\rangle$$

օպերացիան, որտեղ  $f(x) = 1$ , եթե  $x$ -ը լուծում է, և  $f(x) = 0$ , եթե ոչ: Այն ցույց է տալիս, որ լուծման նշումը կատարվում է միևնույն նշանի առաջացման միջոցով: Հարկ է այստեղ նկատել, որ այդ նշումը դեռ փնտրվող տարրի հայտնաբերում չէ դասական իմաստով, քանի որ դրա համար հարկավոր կլինեն կատարել չափման գործողություն: Իսկ այս էտապում իրականացնելիս այն հավասար հավանականությամբ կտա էլքերից մեկը, և ոչ պարտադիր նշանը փոխած անդամը: Օպերատորի մնացած երեք քայլերը միասին կատարում են ամփոփիչ, «ինվերսիա միջինի շուրջ» օպերացիա:

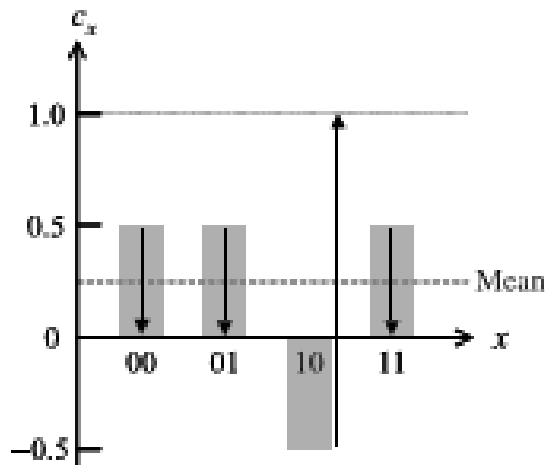
Տեսնելու համար ընդհանուր գծերով՝ ինչպես է ալգորիթմն աշխատում, քննարկենք  $n_{data} = 4$  տվյալների բազայի դեպքը: Այն ռեգիստրում պահանջում է  $n = 2$  թվով քյուբիթներ: Խնդիրն այս դեպքում կարող է լուծվել  $G$  օպերատորի միայն մեկ անգամ կիրառմամբ: Երկու քյուբիթները նախապատրաստվում են  $|0\rangle$  վիճակում, իսկ Հադամարդի գեթը՝ որպես առաջին քայլ, նրանցից յուրաքանչյուրը բերում է սուպերպոզիցիոն՝

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^2}}(|0\rangle_1 + |1\rangle_1)(|0\rangle_2 + |1\rangle_2) = \frac{1}{2}(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \quad (11.14)$$

վիճակի: Այս էտապում ալիքային ֆունկցիան բոլոր հնարավոր  $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$  երկուական կոմբինացիաները պարունակում են հավասար ամպլիտուդներով և փուլերով: Ենթադրենք, որ փնտրվողը  $|10\rangle$ -ն է: Անցնում ենք Գրովերի օպերատորի բոլոր չորս քայլերի վրայով: Օրաքլ օպերացիայի արդյունքում մեծ հավանականությամբ փոխվում է միայն այն անդամի նշանը, որը համընկնում է փնտրվող վիճակի հետ, այսինքն՝ ալիքային ֆունկցիան դառնում է

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle + |01\rangle - |10\rangle + |11\rangle) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right): \quad (11.15)$$

Հետագա (2)-(4) քայլերի կիրառմամբ հավանականային ամպլիտուդները շրջվում են նրանց միջին արժեքի նկատմամբ, ինչպես մեկնաբանված է Նկ. 11.6-ում:



Նկ. 11.6. (11.15) ալիքային ֆունկցիայի ամպլիտուդների՝ միջին արժեքի նկատմամբ շրջման սխեմատիկ մեկնաբանությունը (St u Fox M., Quantum Optics. An Introduction, Oxford, University Press, 2006, Fig. 13.13):

Մինչ շրջումը ալիքային ֆունկցիայի ամպլիտուդների միջինը  $(1/2 + 1/2 - 1/2 + 1/2)/4 = 1/4$  է: Այդ արժեքի՝ որպես պտտման առանցքի շուրջ պտտման շնորհիվ  $+1/2$  թվերը դառնում են զրո, իսկ միակ  $-1/2$  ամպլիտուդը դառնում է  $+1$ : Ելքային ալիքային ֆունկցիան, հետևաբար, դառնում է

$$|\psi_2\rangle = (0, 0, 1, 0): \quad (11.16)$$

Ուրեմն, ելքային քյուբիթների վրա կատարված չափումը սովյալների բազայում որպես լուծում կճանաչի, այս դեպքում վստահաբար, երրորդ դիրքը: Ընդհանուր,  $n > 2$  քյուբիթների դեպքում, սակայն, ռեգիստրի ելքային վիճակը սուպերպոզիցիոն է՝ պարունակելով փոքր հավանականություններով այլ պատասխաններ նույնպես:

*Քվանտային համակարգիչ:* Գործում է քյուբիթների և քվանտային չափումների հիման վրա:  $n$  քյուբիթներից բաղկացած քվանտային համակարգիչը կարող է գործել մինչև  $2^n$  թվով տարբեր վիճակների սուպերպոզիցիայի միջոցով՝ օգտագործելով համապատասխան ալգորիթմ սովյալ խնդրի լուծման համար: Նշենք միայն, որ օգտագործվող քվանտային ալգորիթմների թիվն առայժմ խիստ սահմանափակ է:

Քվանտային համակարգիչների, ավելի ճիշտ՝ պրոցեսորների նկատմամբ հիմնական պահանջները հետևյալներն են.

- քյուբիթների համակարգը պետք է նախապատրաստվի հստակ որոշված քվանտային վիճակում,
- բավարար գործողություններ պետք է հասանելի և դեկավարելի լինեն՝ սկզբնական վիճակը կամայական խճճված վիճակի բերելու համար, մասնավորապես՝ համակարգի կոհերենտության ժամանակը պետք է բավարար չափով երկար լինի գործողության ժամանակից,
- ամեն առանձին քյուբիթ պետք է կարողանա չափվել. քյուբիթների չափումը պետք է իրականացվի բարձր քվանտային էֆեկտիվությամբ:

Առաջին երկու պահանջների իրականացման համար քյուբիթերը պետք է լավ մեկուսացված լինեն արտաքին միջավայրից՝ ապահովելու մաքուր սկզբնական վիճակ ստեղծելու և հե-

տագա սուպերպոզիցիոն վիճակները պահպանելու հնարավորություն: Միաժամանակ քյուբիթերը պետք է միմյանց հետ փոխազդեն բավականին ուժեղ՝ խճճված վիճակների ձևավորման և դրանց էֆեկտիվ ղեկավարման համար: Վերջին պահանջը ենթադրում է անհրաժեշտության դեպքում հնարավորինս ուժեղ փոխազդեցության միացում և անջատում շրջակա միջավայրի հետ:

Այսպիսի խիստ սարքավորումային պահանջները շատ ֆիզիկական համակարգեր դուրս են թողնում քննարկումից: Քվանտային պրոցեսորների առավել ընկալելի խոստումներ մոտակա մեկ-երկու տասնամյակների համար գալիս են ատոմային, մոլեկուլային ֆիզիկաներից և օպտիկայից: Հեռանկարային են համարվում արդեն զարգացման երկար ճանապարհ անցած պինդ մարմնային կառույցները, սակայն շրջակայքից մեկուսացման հարցն այստեղ մնում է պրոբլեմային:

*Գերված ատոմական իոններ:* Առանձին ատոմական իոններ կարող են գերվել էլեկտրամագնիսական դաշտերի կողմից մոտավորապես անշարժ վիճակներում՝ առաջացնելով իրարից կուլոնյան վանողականությամբ հեռացված իոնների լավ որոշված պարբերականություն: Ինֆորմացիոն գործառույթների համար իոնի ներքին էներգետիկ մակարդակներից միայն երկուսը կարող են ընտրվել: Մնացած մակարդակները պետք է մնան չբնակեցված, սակայն վիճակների ինտերֆերենցիայի պատճառով դա միշտ չէ, որ հնարավոր է ապահովել: Աշխատանքային երկու մակարդակներն ընտրվում են հիմնական էներգետիկ մակարդակի երկու մագնիսական ենթամակարդակները կամ արգելված դիպոլային անցմամբ երկու տարբեր էներգետիկ մակարդակներ, որոնց կոհերենտության ժամանակը կարող է հասնել մինչև մի քանի վայրկյանի:

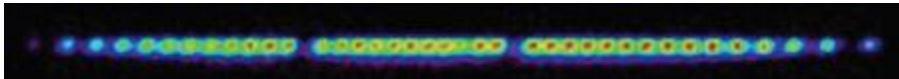
Մեկուսացվածությունը, ուժեղ կապված շարժումների հետ միասին, համակարգը դարձնում են քվանտային ռեգիստրի լավ թեկնածու: Գերված իոնների վիճակների խճճվածությունը ստեղծելու սխեմաները ելնում են լազերային ճառագայթների կողմից նրանց վրա ունեցած տարբերակված ազդեցությամբ:



Ի հավելումն, քվանտային չափումները ևս կարող են իրականացվել կատարյալին մոտ՝ մինչև 99,99% էֆեկտիվությամբ: Քվանտային ինֆորմացիայի փոխանցումը իոններից ֆոտոնների և հակառակը տեղի է ունենում ռեզոնատորային քվանտային էլեկտրադինամիկայի տեխնոլոգիաներով:

Քվանտային ինֆորմացիոն գործառույթների համարյա բոլոր տարբերը ներկայումս ցուցադրված են փոքրաթիվ գերված ատոմական իոնների համակարգերում: Ռեգիստրում իոնների առավելագույն թիվը, որոնց միջև հնարավոր է լինում ապահովել խճճվածություն, առայժմ

հիսունից մի փոքր ավելին է: Ընդլայնումը ենթադրում է մի քանի հարյուր և հազար ատոմական քյուբիթերի ներառում: Արագորեն դժվարանում է այդպիսի բարդ բյուրեղում շարժումներին հետևելը և դրանց կառավարելը, քանի որ համակարգը մոտենում է շատ մեծ ազատության աստիճաններով ջերմային տատանումների վիճակի: Մեծամասշտաբ քվանտային համակարգիչ ստանալու գաղափարներից մեկն այստեղ կայանում է խճճվածության ստեղծումը փոքրաթիվ իոնների միջև միաժամանակ մի քանի պարզ կառուցվածք ունեցող խմբերով և համակցումը դրանց միջև: Նկարում բերված է գործող այդպիսի մի «համակարգչային ռեզիստրի» ֆիզիկական պատկերը:

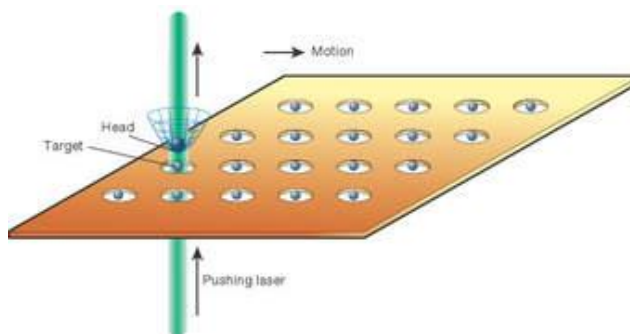


*(Տե՛ս Controlling the quantum world: The science of atoms, molecules, and photons, The national academies press, Washington D.C., 2010, Fig. 7.7):*

Մոդուլներն իրար կապելու և ինֆորմացիոն գործառույթներ իրականացնելու համար իոնները պարբերաբար տեղափոխվում են մի մոդուլից մյուսը:

*Չեզոք ատոմներ և մոլեկուլներ:* Քվանտային հաշվարկներ կարելի է կատարել՝ օգտագործելով ատոմների և մոլեկուլների երկար ապրող ներքին վիճակները: Ատոմների լազերային սառեցման շնորհիվ հնարավոր է լինում ստեղծել շատ բարձր որակի քվանտային ռեզիստրներ: Չեզոք ատոմներով քվանտային հաշվարկումը հենվում է օպտիկական ցանցերի տեխնոլոգիայի վրա, երբ լազերային կանգուն ալիքի ստեղծած պարբերական պոտենցիալի մինիմումներում գերվում են մեկական ատոմներ: Փորձական լազերային ճառագայթի օգնությամբ կարելի է լինում հեշտորեն դիմելու և ղեկավարելու առանձին ատոմների քվանտային վիճակները, ինչպես սխեմատիկորեն պատկերված է ներքևի նկարում: Նույն կերպ կատարվում է նաև մեկից ավելի ատոմների զուգահեռ կառավարումը:

Համակարգում խճճվածությունը կարող է գեներացվել երկու մեթոդներով:



*(Տե՛ս Controlling the quantum world: The science of atoms, molecules, and photons, The national academies press, Washington D.C., 2010, Fig. 7.7):*

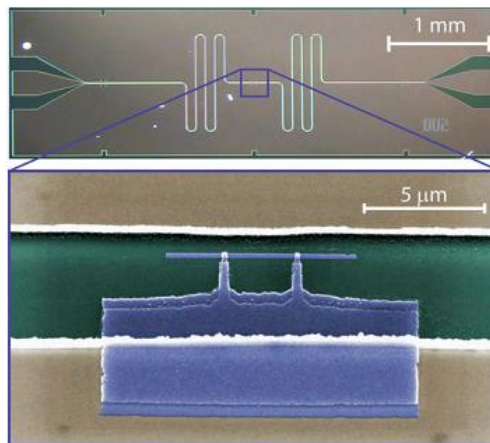
- Երկու ատոմների անմիջական բախում կարճ ազդեցության կամ երկար ազդեցության ուժերի շնորհիվ, ինչպիսիք են դիպոլային ուժերը՝ դրանով իսկ ապահովելով խճճվածության առաջացման համար դետերմինիստական բնույթ:



- Ֆոտոնների փոխանակում, ինչը խճճվածություն ստեղծում է արդեն ինչ-որ հավանականությամբ:

Տեխնոլոգիան ներկայումս ընդլայնվում է դեպի ատոմական չիփեր, Բոզե-Էյնշտեյնյան կոնդենսատ և գերված մոլեկուլներ:

*Քվանտային գերհաղորդիչ սխեմա:* Ներկայումս գոյություն ունեն մի քանի պինդմարմնային համակարգեր, որոնք հաջողությամբ վերարտադրում են քվանտային օրինաչափությունները: Դրանցից է գերհաղորդիչ շղթան, որում քվանտացված են մագնիսական հոսքը կամ էլեկտրական լիցքը:



*(Տե՛ս Controlling the quantum world: The science of atoms, molecules, and photons, The national academies press, Washington D.C., 2010, Fig. 7.9):*

Նկարում բերված է հաշվողական գործառույթներում օգտագործվող գերհաղորդիչ շղթայի մի օրինակ: Քվանտային բիթը բաղկացած է երկու գերհաղորդիչների կտորներից, որոնք իրար են միացված մի զույգ ջոզեֆսոնյան տարրերով (կցորդումներով) և ձևավորում են փոքրիկ փակ շղթա: Քյուբիթի քվանտային վիճակի կառավարումը տեղի է ունենում ջոզեֆսոնյան կցորդումների միջով էլեկտրական դաշտի ազդեցության տակ առանձին կուպերյան զույգերի անցման միջոցով կամ շղթայի մակերեսով անցնող մագնիսական հոսքի միջոցով:

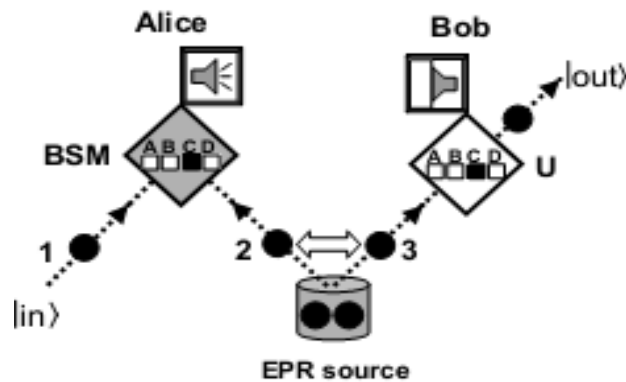
Այսպիսի քյուբիթերը կարող են նաև ինտեգրվել միկրոալիքային անցման գծի ռեզոնատորի հետ (նկարի վերին պատկերը)՝ իրականացնելու քվանտային օպտիկայի փորձարկման ստեղծ կամ քվանտային էլեկտրադինամիկայի շղթա, որտեղ առանձին միկրոալիքային ֆոտոնները կարող են կոհերենտ փոխազդել քյուբիթի հետ: Այս և մյուս պինդմարմնային տեխնոլոգիաների պոտենցիալը ինֆորմացիոն գործառույթների համար շատ բարձր է գնահատվում:

## § 12. Քվանտային տեղեպորտացիա և քվանտային կրիպտոգրաֆիա

*Քվանտային տեղեպորտացիան* խճճվածության երևույթի կարևոր և ինչ-որ տեղ զարմանալի կիրառություններից է և ներկայացնում է որևէ քվանտային ֆիզիկական համակարգի վիճակի ուղարկման պրոցես մի տեղից մյուսը, առանց ինքը՝ համակարգը ուղարկելու: Հարկ է ի սկզբանե հստակեցնել, որ խոսքը չի վիրաբերում մատերիական միջնորդների կողմից ինֆորմա-

ցիայի փոխանցմանը, ինչպիսիք են՝ ատոմները, մոլեկուլները, էլեկտրամագնիսական ալիքները և այլն: Այստեղ մենք գործ ունենք քվանտային ինֆորմացիայի՝ քվանտային վիճակի փոխանցման երևույթի հետ և ոչ այն ֆիզիկական օբյեկտի փոխանցման, որում գրանցված է եղել այդ քյուբիթային ինֆորմացիան: Ֆիզիկական օբյեկտը, չնայած որ չի տեղափոխվում, գործառույթի արդյունքում նրա վիճակը անվերահսկելի փոխվում է, ինչը համահունչ է ոչ քլոնավորման թեորեմին:

Վիճակն ուղարկողը, որին ընդունված է անվանել Ալիս, ցանկանում է որևէ  $|\psi\rangle_1 = \alpha|0\rangle_1 + \beta|1\rangle_1$  քվանտային վիճակ ուղարկել ստացողին, որին ընդունված է անվանել Բոբ: Նրանք տարածապես բաժանված են իրարից:



Նկ. 12.1. Քվանտային տեղեկորտացիայի իրականացման սկզբունքային սխեման: Ալիսը տիրապետում է 1 քյուբիթին, ինչը նա գործառույթի արդյունքում ուղարկում է Բոբին (Տե՛ս A. Miranowicz and K. Tamaki. arXiv:quant-ph/0302114 (2003)):

Բացի դա, Ալիսը և Բոբը համատեղ տիրապետում են խճճված վիճակում ԷՊՌ աղբյուրի (EPR source՝ Նկ. 12.1-ում) կողմից գեներացված երկու մասնիկների միջանկյալ բնույթ ունեցող երկու քյուբիթային մասնիկների համակարգի, այն է՝ 2 համարով մասնիկը, պատկանում է Ալիսի համակարգին, իսկ 3 համարովը՝ Բոբի համակարգին, ինչպես պատկերված է նկարում: Մասնիկների քվանտային խճճվածությունը պահպանվում է անկախ այն բանից՝ արդեն նրանք պատկանում են համապատասխանաբար Ալիսի և Բոբի համակարգերին, թե ոչ:

Երկքյուբիթ քվանտային համակարգն ունի չորս բազիսային՝ ԷՊՌ կամ Բեյլի բնույթի վիճակներ, որոնք են՝

$$|Y\rangle_A = (|0\rangle_2|1\rangle_3 - |1\rangle_2|0\rangle_3)/\sqrt{2}, \quad |Y\rangle_B = (|0\rangle_2|1\rangle_3 + |1\rangle_2|0\rangle_3)/\sqrt{2},$$

$$|Y\rangle_C = (|0\rangle_2|0\rangle_3 - |1\rangle_2|1\rangle_3)/\sqrt{2}, \quad |Y\rangle_D = (|0\rangle_2|0\rangle_3 + |1\rangle_2|1\rangle_3)/\sqrt{2}:$$

Ենթադրենք ԷՊՌ աղբյուրը գեներացնում է

$$|Y\rangle_{23} = |Y\rangle_A = \frac{|0\rangle_2|1\rangle_3 - |1\rangle_2|0\rangle_3}{\sqrt{2}} \quad (12.1)$$

անտիսիմետրիկ վիճակը, որտեղ «2» ինդեքսը վերաբերում է Ալիսին, «3»-ը՝ Բոբին: Վիճակի մասին նախնական պայմանավորվածություն է լինում Ալիսի և Բոբի միջև: (12.1) խճճված վիճակում առանձին մասնիկների վիճակների մասին ոչինչ որոշակի ասել չենք կարող: Դրանք առանձին վերցրած մաքուր վիճակներում չեն գտնվում: Վստահորեն կարելի է միայն ասել, որ չափման արդյունքում դրանք լինելու են իրար օրթոգոնալ վիճակներում:

Այսպիսով, Ալիսի մոտ են երկու քյուբիթեր՝  $|Y\rangle_{23}$  քյուբիթը, որին նա Բոբի հետ տիրում է համատեղ, և  $|\psi\rangle_1$  քյուբիթը, որի բավանդակությունը նա նպատակ ունի ուղարկելու Բոբին: Այս վիճակները նախապատրաստվել են իրարից անկախ, այնպես որ համակարգի ալիքային ֆունկցիան կգրվի  $|Y\rangle_1 \otimes |Y\rangle_{23}$  արտադրյալ տեսքով: 1 և 2 մասնիկների առկայությունը Ալիսի մոտ նպատակահարմար է դարձնում այս ալիքային ֆունկցիայում վերադասավորել անդամները և արտահայտությունը վերլուծել ըստ 1–2 երկմասնիկ համակարգի խճճված

$$\begin{aligned} |Y^-\rangle &= (|0\rangle_1|1\rangle_2 - |1\rangle_1|0\rangle_2)/\sqrt{2}, & |Y^+\rangle &= (|0\rangle_1|1\rangle_2 + |1\rangle_1|0\rangle_2)/\sqrt{2}, \\ |f^-\rangle &= (|0\rangle_1|0\rangle_2 - |1\rangle_1|1\rangle_2)/\sqrt{2}, & |f^+\rangle &= (|0\rangle_1|0\rangle_2 + |1\rangle_1|1\rangle_2)/\sqrt{2} \end{aligned} \quad (12.2)$$

բազիսային վիճակների.

$$\begin{aligned} |Y\rangle_1 \otimes |Y\rangle_{23} &= (a|0\rangle_1 + b|1\rangle_1) \otimes (|0\rangle_2|1\rangle_3 - |1\rangle_2|0\rangle_3)/\sqrt{2} = \\ &= (a|0\rangle_1|0\rangle_2|1\rangle_3 - a|0\rangle_1|1\rangle_2|0\rangle_3 + b|1\rangle_1|0\rangle_2|1\rangle_3 - b|1\rangle_1|1\rangle_2|0\rangle_3)/\sqrt{2} = \\ &= \frac{a|1\rangle_3 - b|0\rangle_3}{2} |f^+\rangle + \frac{a|1\rangle_3 + b|0\rangle_3}{2} |f^-\rangle - \frac{a|0\rangle_3 - b|1\rangle_3}{2} |Y^+\rangle - \frac{a|0\rangle_3 + b|1\rangle_3}{2} |Y^-\rangle: \end{aligned} \quad (12.3)$$

Կատարելով քվանտային չափում 1–2 համակարգի վրա ըստ (12.2) չորս բազիսային վիճակներից մեկի՝ Ալիսը հավասար  $(|a|^2 + |b|^2)/4 = 1/4$  հավանականությամբ պրոյեկտում է 3 մասնիկի վիճակը  $|0\rangle_3$  և  $|1\rangle_3$  չորս հնարավոր սուպերպոզիցիոն վիճակներից համապատասխան մեկի վրա: Եթե Ալիսի չափումը գտնում է մասնիկների 1–2 գույզը  $|Y^-\rangle$  վիճակում, ապա Բոբի մոտ գտնվող 3-րդ մասնիկի ալիքային ֆունկցիան կոլապսի է ենթարկվում 1 մասնիկի ունեցած  $a|0\rangle + b|1\rangle$  վիճակի վրա, այսինքն՝ կատարվում է Ալիսի մոտ եղած վիճակի տելեպորտացիա Բոբի մոտ: Լրացուցիչ գործողության կարիք չի լինում այս դեպքում: Եթե Ալիսը գրանցում է  $|Y^+\rangle$  վիճակը, ապա Բոբի մոտի մասնիկի ալիքային ֆունկցիայի կոլապսը տեղի է ունենում  $a|0\rangle - b|1\rangle$  վիճակի վրա, և կարիք է լինում հավելյալ իրականացնելու  $s_z$  օպերացիա՝ գրանցված արդյունքը ցանկալի  $a|0\rangle + b|1\rangle$  վիճակի ձևափոխելու համար: Նման ձևով, եթե Ալիսը ստանում է  $|f^-\rangle$  կամ  $|f^+\rangle$  վիճակները, ապա Բոբի մոտ պետք է իրականացվեն համապատասխանաբար  $s_x$  կամ  $s_z s_x = i s_y$  օպերացիաները:

Այսպիսով, Ալիսի կատարած չափման յուրաքանչյուր արդյունքի համապատասխանում է որոշակի օպերացիա, ինչը թույլ է տալիս Բոբին տեղակայելու 3 մասնիկը տելեպորտացիայի ցանկալի քվանտային վիճակում: Իհարկե, Բոբն ինքնին չէր կարող որոշել՝ օպերացիաներից որն է անհրաժեշտ կիրառել 3-ի նկատմամբ: Որոշակիությունը տալիս են Ալիսի կողմից չափումը կատարելուց հետո Բոբին դասական կանալով ուղարկված երկու դասական բիթերի տեսքով ինֆորմացիան այն մասին, թե ինչ է ստացել չորս հնարավոր ելքերով իր չափման արդյունքում:

Քվանտային տելեպորտացիան ներառում է հաղորդակցման երկու կանալներ՝ քվանտային կապ, ինչն իրականացվում է 2-րդ և 3-րդ քյուբիթերի միջև ոչ լոկալ խճճվածության միջոցով, և դասական կապ, ինչի միջոցով Ալիսը Բոբին է ուղարկում իր չափման արդյունքի մասին ինֆորմացիան:

Ավելորդ չէ բացել փակագծերը նաև այն բանի վերաբերյալ, թե ինչպիսի քայլեր էր պարունակում իր մեջ Ալիսի վերոհիշյալ քվանտային չափումը 1-2 երկմասնիկ համակարգի նկատմամբ, որի 2 -ը խճճված է Բոբի մոտ գտնվող 3 -ի հետ: Չափման առաջին փուլը ենթադրում է երկու օպերացիաներ.

$$\hat{U}_{CNOT} = |0\rangle_1 \langle 0| \hat{A} \hat{I}_2 + |1\rangle_1 \langle 1| \hat{A} \hat{U}_{NOT,2}$$

գեյթը 1-2-ի նկատմամբ և Հադամարդի

$$\hat{H} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_1 \langle 1| + |1\rangle_1 \langle 0| + |1\rangle_1 \langle 1| - |0\rangle_1 \langle 0|)$$

գեյթը 1-ի նկատմամբ: Առաջինում օպերացիան վերահսկվում է 1-ին քյուբիթով, իսկ թիրախ է 2-րդը:

$\hat{U}_{CNOT}$ -ով ազդենք  $|Y\rangle_1 \otimes |Y\rangle_{23}$ -ի վրա: Համաձայն (9.3)-ի՝ այն բերվում է  $|Y^-\rangle$ ,  $|Y^+\rangle$ ,  $|f^-\rangle$  և  $|f^+\rangle$ -ի վրա ունեցած ազդեցության.

$$\hat{U}_{CNOT} |Y^-\rangle = (|0\rangle_1 \langle 0| \hat{A} \hat{I}_2 + |1\rangle_1 \langle 1| \hat{A} \hat{U}_{NOT,2}) (|0\rangle_1 |1\rangle_2 - |1\rangle_1 |0\rangle_2) / \sqrt{2} = |1\rangle_2 (|0\rangle_1 - |1\rangle_1) / \sqrt{2},$$

$$\hat{U}_{CNOT} |Y^+\rangle = (|0\rangle_1 \langle 0| \hat{A} \hat{I}_2 + |1\rangle_1 \langle 1| \hat{A} \hat{U}_{NOT,2}) (|0\rangle_1 |1\rangle_2 + |1\rangle_1 |0\rangle_2) / \sqrt{2} = |1\rangle_2 (|0\rangle_1 + |1\rangle_1) / \sqrt{2},$$

$$\hat{U}_{CNOT} |f^-\rangle = (|0\rangle_1 \langle 0| \hat{A} \hat{I}_2 + |1\rangle_1 \langle 1| \hat{A} \hat{U}_{NOT,2}) (|0\rangle_1 |0\rangle_2 - |1\rangle_1 |1\rangle_2) / \sqrt{2} = |0\rangle_2 (|0\rangle_1 - |1\rangle_1) / \sqrt{2},$$

$$\hat{U}_{CNOT} |f^+\rangle = (|0\rangle_1 \langle 0| \hat{A} \hat{I}_2 + |1\rangle_1 \langle 1| \hat{A} \hat{U}_{NOT,2}) (|0\rangle_1 |0\rangle_2 + |1\rangle_1 |1\rangle_2) / \sqrt{2} = |0\rangle_2 (|0\rangle_1 + |1\rangle_1) / \sqrt{2}:$$

Ինչպես տեսնում ենք, 2-րդ քյուբիթն ազատվում է խճճվածությունից և գտնվում է մաքուր վիճակում, իսկ 1-ինն անցնում է մոդուլով հավասար ամպլիտուդներով սուպերպոզիցիոն վիճակի: Այստեղ ևս հարկ է ունենալ մաքուր վիճակներ, որպեսզի պարզ արտադրյալ վիճակների վրա կատարված պրոյեկտման (չափման) արդյունքում Բոբի 3-րդ քյուբիթը հայտնվի վիճակում, որի նկատմամբ էլ Ալիսից ստացած ինֆորմացիայից հետո կատարված չափումը քյուբիթը ներկայացնի 1-ին քյուբիթի մուտքային վիճակում: Այդպիսի անցում սուպերպոզիցիոնից մաքուր վիճակի ապահովում է Հադամարդի գեյթը: Իսկապես.

$$\hat{H} \cdot (|0\rangle_1 - |1\rangle_1) = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_1 \langle 1| + |1\rangle_1 \langle 0| + |1\rangle_1 \langle 1| - |0\rangle_1 \langle 0|) \cdot (|0\rangle_1 - |1\rangle_1) = -\sqrt{2} |0\rangle_1$$

$$\hat{H} \cdot (|0\rangle_1 + |1\rangle_1) = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_1 \langle 1| + |1\rangle_1 \langle 0| + |1\rangle_1 \langle 1| - |0\rangle_1 \langle 0|) \cdot (|0\rangle_1 + |1\rangle_1) = \sqrt{2} |1\rangle_1:$$

Այսինքն՝

$$\hat{H} \hat{U}_{CNOT} |Y\rangle_1 \otimes |Y\rangle_{23} =$$

$$\frac{a |1\rangle_3 - b |0\rangle_3}{2} |1\rangle_1 |0\rangle_2 - \frac{a |1\rangle_3 + b |0\rangle_3}{2} |0\rangle_1 |0\rangle_2 - \frac{a |0\rangle_3 - b |1\rangle_3}{2} |1\rangle_1 |1\rangle_2 + \frac{a |0\rangle_3 + b |1\rangle_3}{2} |0\rangle_1 |1\rangle_2:$$

Ալիսի իրականացրած չափման գործառույթն ավարտվում է 1- 2-ի նկատմամբ անկյունագծային  $Z$ -  $Z$  օպերացիայով, որի արդյունքում քյուբիթ 3-ը հավասար հավանականությամբ հանգրվանում է վերնի սուպերպոզիցիոն վիճակներից մեկում:

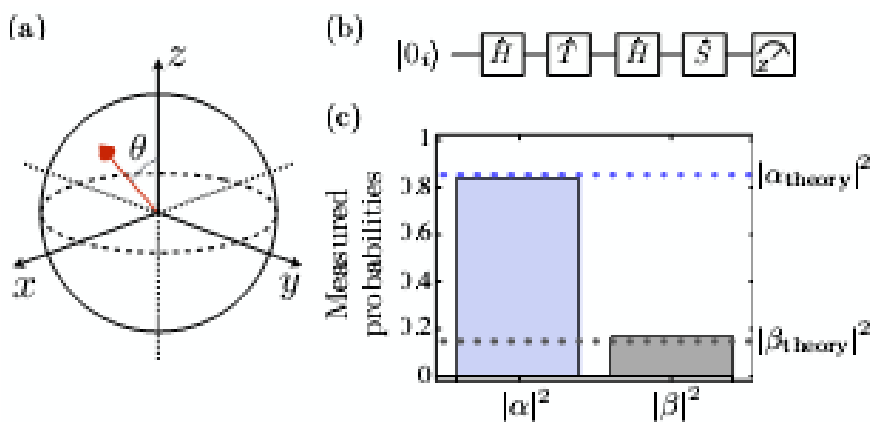
Մեկ անգամ ևս շեշտենք տեղեպորտացիայի որոշ տարօրինակ ասպեկտներ և տարբերությունը դասական ֆաքսի գործողության նկատմամբ:

- Ալիսը և Բոբը փոխանակում են վիճակ, որը նրանցից ոչ մեկը, հնարավոր է, չկարողանա որոշել:
- Տելեպորտացիայի արդյունքում Բոբի քյուբիթը դառնում է  $|y\rangle_3 = a|0\rangle_3 + b|1\rangle_3$ , իսկ Ալիսի քյուբիթը դառնում է մի չորոշված խճճված վիճակի մաս: Տելեպորտացիան չի հանգում քյուբիթի կրկնօրինակի ստացման, հետևաբար չի հակասում «Ոչ քլոնավորման» թեորեմին:
- Մխեմայում ներգրավված չէ մատերիայի կամ էներգիայի տեղափոխում: Ալիսի մասնիկը ֆիզիկական շարժման միջոցով չի տեղափոխվում Բոբի մոտ: Միայն նրա վիճակն է տեղափոխվում: Տելեպորտացիա բառն արտացոլում է նաև քվանտամեխանիկական մասնիկների ոչ տարբերակելիությունը (նույնականությունը):
- Միամասնիկ տելեպորտացիայից հետո Ալիսը և Բոբը որևէ կերպ չեն կարող ստուգել՝ արդյոք գործողությունը հաջողվել է: Նրանք կարող են ստանալ միայն քյուբիթի հաղորդման վստահելիությունը (fidelity)՝ որպես նույն վիճակում նախապատրաստված մեծ թվով մասնիկների նկատմամբ կատարված ստատիստիկական չափումների արդյունք:
- Յուրաքանչյուր քյուբիթի տելեպորտացիայի համար Ալիսը կարիք ունի Բոբին ուղարկելու երկու դասական բիթեր: Այդ բիթերն իրենց մեջ չեն կրում տելեպորտացվող քյուբիթի մասին ամբողջական ինֆորմացիա: Եթե երկու բիթերը բռնվում են որևէ գաղտնալսողի կողմից, նա կարող է իմանալ՝ ինչ պետք է անի Բոբը՝ ցանկալի վիճակն ի հայտ բերելու համար: Այնուամենայնիվ, այդ ինֆորմացիան անօգուտ է, եթե գաղտնալսողը չի առնչվում Բոբի տնօրինած խճճված մասնիկին:  $a$  և  $b$  ամպլիտուդներն անընդհատ փոփոխականներ են, և դրանց ճշգրիտ որոշումը կպահանջեր դասական բիթերի անվերջ քանակ, այն դեպքում, երբ սուպերպոզիցիոն վիճակի փոխանցումը պահանջում է դասական ինֆորմացիայի ընդամենը երկու բիթի փոխանակում: Ի վերջո ավելացնենք, որ տելեպորտացիայի գործողությունն աղավաղում է օրիգինալը: Դա մատնանշում է մեծ վստահելիության անհրաժեշտությունը մինչ գործընթացին ձեռնամուխ լինելը, հատկապես երբ նախնական ինֆորմացիան տրվում է մեկ օրինակով:

Ինչ վերաբերում է տելեպորտացիայի փորձարարական իրականացումներին և կիրառություններին, ապա պետք է ասել հետևյալը: Փորձարարական աշխատանքները քանակային առումով մեծ մասամբ կատարվել են օպտիկական տիրույթում: Այնուամենայնիվ, գործնական տեսանկյունից ֆոտոնային քյուբիթերը հեռու են իդեալական լինելուց ինֆորմացիայի երկարաժամկետ պահպանման համար, քանի որ շատ դժվար է նրանց պահել որոշակի տեղում: Օրինակ, քվանտային ռեզոնատորներից անգամ նրանք աստիճանաբար արտահոսում են: Այսպիսով, քվանտային համակարգիչների գործնական կիրառություններում աճող հետաքրքրություն է ցուցաբերվում միջուկային և ատոմական քյուբիթերի տելեպորտացիայի վրա: Ատոմները (դրանց էլեկտրոնները և միջուկները) իդեալական են քվանտային ինֆորմացիայի երկարաժամկետ պահպանման համար: Ցավոք, նրանք դանդաղ են շարժվում և փոխազդում են շրջակա միջավայրի հետ: Հետևաբար, իդեալական չեն քվանտային ինֆորմացիան երկար տարածությունների վրա տեղափոխման խնդրում: Հակառակը, ֆոտոնային վիճակներն իդեալական են երկար տարածությունների վրա տեղափոխելու համար՝ Ներկայումս աճում է նաև պինդմարմնային, մասնավորապես՝ գերհաղորդչային սխեմաներում իրականացումների դերը:

Ներկայացնենք փորձարարական մի աշխատանքի սեղմ բովանդակությունը, որը կատարվել է IBM-ի «Քվանտային փորձառության ձեռքբերման» ուսանողական լաբորատորիայում: Պրոցեսորում որպես գործող քյուբիթեր ծառայել են լիցքային քյուբիթները, այսինքն՝ քվանտային վիճակները որոշվել են լիցքի քանակությամբ: Իրականացվել են գերհաղորդիչ շղթաներում, որոնցում տեղակայվել են ջոզեֆսոնյան անցումներ, որոնք մի փոքր ավելի մանրամասն ներկայացված են §11-ում: Դրանք ոչ գերհաղորդիչ նյութերի, ասենք՝ կիսահաղորդիչների, բարակ շերտեր են:

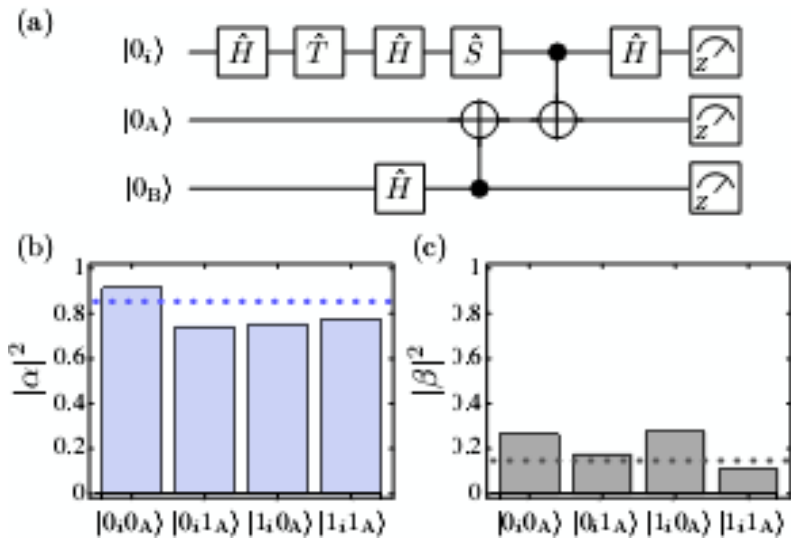
Փորձում կատարվել է  $a = \cos q/2$  և  $b = \sin q/2$ ,  $q = p/4$  հավանականային ամպլիտուդներով վիճակի տելեպորտացիա: Բլոխի սֆերայի վրա այդ վիճակը ներկայացված է Նկ. 12.2 (a)-ում: Վիճակի գեներացման համար օգտագործվում է Նկ. 12.2 (b)-ում պատկերված չորս միաքյուբիթ գեյթերի հաջորդականությունը:



Նկ. 12.2 (a) Տելեպորտացվող վիճակը Բլոխի սֆերայի ներկայացմամբ: (b) Սկզբնական վիճակի գեներացման և չափման սխեման: Ալիս-Բոբ տերմինաբանությամբ այս քյուբիթը Ալիսի թիվ 1 մուտքային քյուբիթն է: (c) Չուզահեռ շերտերը ներկայացնում են ըստ (b) սխեմայի կատարված սկզբնական վիճակի  $|\alpha|^2$  և  $|\beta|^2$  հավանականությունների չափման արդյունքները: Կետագծերն այդ հավանականությունների տեսական արժեքներն են: Արդյունքները միջինացված են ըստ 8192 իրականացումների:  $\hat{T} = \hat{U}_{Cph}(f = p/4)$ ,  $\hat{S} = \hat{U}_{Cph}(f = p/2)$  (Տե՛ս S. Fedortchenko. arXiv: 1607.02398 (2016), Fig. 1):

Սկզբնական վիճակում բազիսային վիճակների հավանականությունները, համապատասխան տեսական արժեքների հետ միասին, բերված են Նկ. 12.2 (c)-ում: Նկատելի է լավ համապատասխանություն տեսական և էքսպերիմենտալ արդյունքների միջև:

Սկզբնական վիճակի նախապատրաստումից հետո նրա տելեպորտացիան իրականացվում է՝ օգտագործելով Նկ. 12.3 (a) սխեման: Նկ. 12.3. (b)-ն և (c)-ն ցույց են տալիս Բոբի համակարգում ամփոփիչ չափումներից ստացված  $|\alpha|^2$  և  $|\beta|^2$  հավանականությունները՝ որպես Ալիսի կատարած չափումներում ստացվող արդյունքների ֆունկցիա: Տվյալներն ավելի են սփռված տեսական արժեքների շուրջ, քան Նկ. 12.2. (c)-ում էր մուտքային 1-ին քյուբիթի համար, սակայն մնում են խելամտության սահմաններում:

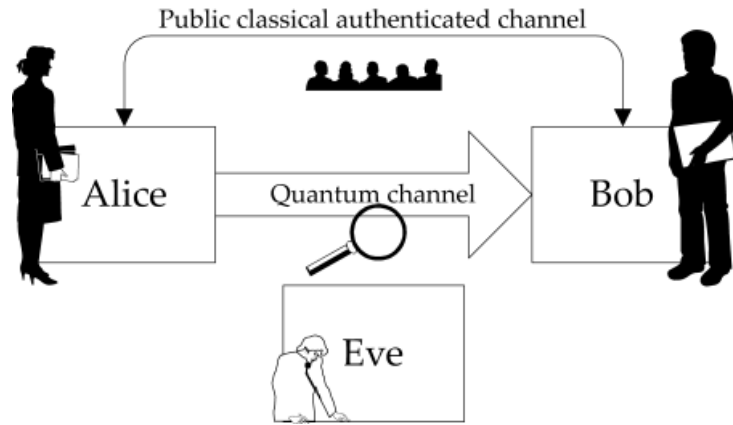


Նկ. 12.3. (a) Քվանտային տելեպորտացիայի իրականացման սխեման: Մուտքային  $|0_C\rangle$ ,  $|0_A\rangle$  և  $|0_B\rangle$  քյուբիթերը տեքստում համապատասխանաբար 1, 2 և 3 ինդեքսներով նշանակված քյուբիթերն են: Երկու քյուբիթային զծերը միացնող գործառույթները երկքյուբիթ CNOT զեյթեր են: (b)-(c)-ն փորձնական արդյունքներն են:

Քվանտային կրիպտոգրաֆիայի (ծածկագրության) նպատակը հաղորդակցող կողմերից մեկին՝ Ալիսին, հնարավորություն տալն է հաղորդագրություն ուղարկելու կողմերից մյուսին՝ Բոբին, հանրային կանալի միջոցով այնպես, որ մի երրորդ կողմ, անվանենք Իվ (eavesdropper-գաղտնալսող բառից), ի վիճակի չլինի ստանալու որևէ ինֆորմացիա հաղորդագրության բովանդակության վերաբերյալ կանալի կալնման (գաղտնալսման կամ ճյուղավորման) ճանապարհով: Դա կատարելու համար դասական կրիպտոգրաֆիան օգտագործում է բարդեցված մեթոդներ, որոնք չեն կարող բացահայտվել խելամիտ ժամանակամիջոցներում՝ օգտագործելով ժամանակակից համակարգիչների հնարավորությունները: Քվանտային կրիպտոգրաֆիան ելնում է ուրիշ դիրքերից՝ օգտագործելով քվանտային տեսության՝ դասականից սկզբունքորեն տարբերվող օրինաչափությունները: Եթե Ալիսը և Բոբը օգտագործում են համատեղ քյուբիթեր, նրանք կարող են ստեղծել համատեղ բանալի՝ համոզված լինելով նրա՝ միայն իրենց իմացության մեջ: Այդ դեպքում նրանք ունենում են վստահաբար անվտանգ ծածկագրման համակարգ՝ շնորհիվ քվանտային չափման անշրջելիության հատկության: Իվը միայն քվանտային չափման միջոցով է, որ կարող է քննել ուղարկվող քյուբիթերի բովանդակությունը: Իվը չի կարող կատարել քննումը՝ առանց դրա մասին հետք թողնելու: Տեսնենք՝ ինչպես է քվանտային կրիպտոգրաֆիան օգտվում քվանտային խճճվածության հրապուրիչ հատկությունից՝ ապահովելու համար բանալու անվտանգությունը:

Քվանտային կրիպտոգրաֆիան գործում է, իհարկե, ի հավելումն քվանտային տելեպորտացիայի, ստուգելու համար՝ արդյոք ուղարկված ինֆորմացիայի գաղտնալսում տեղի է ունեցել, թե ոչ:

Համաձայն Նկ. 12.4-ում բերված սխեմայի՝ քվանտային կրիպտոգրաֆիան կարիք ունի երկու՝ քվանտային և հանրային կապի կանալների: Հանրային կանալում Իվը կարող է լսել կամ գրանցել Ալիսի և Բոբի միջև փոխանցված ինֆորմացիան, սակայն դա անբավարար է լինում քվանտային կանալով փոխանցված ինֆորմացիան վերծանելու համար:



Նկ. 12.4. Քվանտային կրիպտոգրաֆիայի սկզբունքային սխեման

Նախ վերհիշենք, որ եթե օգտագործվեն միայն ոչ խճճված, այսինքն՝ դասական անալոգիա ունեցող  $|0\rangle$  և  $|1\rangle$  մաքուր բազիսային վիճակները, ապա քվանտային կանալով փոխանցված ինֆորմացիայի գաղտնիությունն ապահովել հնարավոր չէ: Եթե Ալիսը Բոբին ուղարկում է  $|0\rangle$  և  $|1\rangle$ -երի որևէ հաջորդականություն, ապա Բոբը, իմանալով, որ բոլոր քյուբիթերը լինելու են սովյալ բազիսում, կարող է չափել դրանք՝ առանց անշրջելություն մտցնելու: Եթե հաշվի չառնվի սարքավորման ոչ կատարելիությունը, ապա Բոբը ստանում է կատարյալ արդյունք, և ինքն ու Ալիսն ունենում են վիճակների միևնույն հաջորդականությունը, ինչը նրանք հետագայում կարող են օգտագործել որպես բանալի: «Անհանգստությունն» այստեղ նրանում է, որ նույն կերպ կարող է վարվել նաև Իվը: Քվանտային կանալի աշխատանքի բնույթը համարժեք է լինում դասական կանալի աշխատանքի բնույթի, և Իվը կարող է գաղտնալսել՝ առանց իրեն ի հայտ բերելու:

Գաղտնալսումը բացառող բանալի ստեղծելու համար Բոբը և Ալիսը կարող են ձևափոխել  $-1$ -ը և  $+1$  արժեքների համապատասխան քյուբիթերը մաքուր վիճակներից սուպերպոզիցիոն վիճակների:

Ենթադրենք Բոբը և Ալիսը ստանում են EPR ազբյուրից (Նկ. 12.4) մասնիկների զույգ, որոնք գտնվում են խճճված վիճակում: Ալիսը և Բոբը նախապես համաձայնում են չափումները կատարելու որևէ բազիսի վերաբերյալ, որին անվանենք  $|0\rangle/|1\rangle$ :  $|1\rangle$  վիճակում չափման հնարավոր արդյունքը  $+1$ -ն է (Պլանկի հաստատունի միավորներով) ֆոտոնի բևեռացման դեպքում և  $+1/2$ -ն է էլեկտրոնի սպինի պրոյեկցիայի դեպքում:  $|0\rangle$  վիճակում չափման արդյունքներն են համապատասխանաբար  $-1$ -ը և  $-1/2$ -ը: ԷՊՌ ազբյուրից եկող մասնիկների՝ Ալիսի և Բոբի կողմից կատարված չափումների արդյունքները կլինեն մաքսիմալ կորելացված, եթե մասնիկների զույգը լինի Բելի

$$|f^-\rangle_{23} = (|0\rangle_2|0\rangle_3 - |1\rangle_2|1\rangle_3)/\sqrt{2} \text{ և } |f^+\rangle_{23} = (|0\rangle_2|0\rangle_3 + |1\rangle_2|1\rangle_3)/\sqrt{2}$$

վիճակներից մեկում: Դա նշանակում է, որ երբ չափման արդյունքում Ալիսը ստանա, ասենք՝  $+1$  արժեք, նա վստահաբար կիմանա, որ Բոբը ևս ստացել է  $+1$  արժեք:

Զույգի ԷՊՌ

$$|Y^-\rangle = (|0\rangle_1|1\rangle_2 - |1\rangle_1|0\rangle_2)/\sqrt{2}, \quad |Y^+\rangle = (|0\rangle_1|1\rangle_2 + |1\rangle_1|0\rangle_2)/\sqrt{2}$$



վիճակներում չափումները կլինեն մաքսիմալ անտիկորելացված, այսինքն՝ երբ Ալիսը ստանա + 1 արժեք, ապա վատահաբար կիմանա, որ Բոբի ստացածը - 1 արժեքն է:

Եթե քվանտային կանալում ինֆորմացիայի փոխանցման հետ կարիք է լինում հավաստիանալու գաղտնալսման բացակայության կամ առկայության մասին, ապա կողմերը վարվում են, օրինակ, հետևյալ կերպ: Ալիսն ուղարկում է Բոբին բևեռացված բիթ-մասնիկների հաջորդականություն՝ յուրաքանչյուրը կողավորելով

$$\begin{array}{ccc} 0 \text{ (} \otimes \text{)} |-\rangle & & 0 \text{ (} \otimes \text{)} | \square \rangle \\ 1 \text{ (} \otimes \text{)} | \otimes \rangle & \text{կամ} & 1 \text{ (} \otimes \text{)} | \square \rangle \end{array}$$

երկու բազիսներից պատահականորեն ընտրված մեկի վրա: Բոբը չափում է ստացված մասնիկների վիճակները բազիսների նորից պատահական ընտրությամբ: Բիթերի ամբողջական փաթեթ ուղարկելուց հետո Բոբը և Ալիսը դասական բաց կանալով հաղորդակցվում են՝ ասելով, թե բազիսների ինչ հերթականություն են ընտրել: Այս ինֆորմացիայի միջոցով երկուսն էլ կարող են որոշել հաղորդման և ընդունման որ բազիսներն են համընկնում և դրանով իսկ, թե որ բիթերն են հաղորդագրությունում կոռեկտ: Այս բիթերի հաջորդականությունը ընտրվում է որպես բանալի, և մյուսները դեն են նետվում: Կարևոր է, որ Ալիսի և Բոբի մոտ համընկնումների թիվը պետք է կազմի 50% :

Ենթադրենք Ալիսի և Բոբի հաղորդակցման հանրային (դասական) և քվանտային կանալները կարող են գաղտնալսվել Իվի կողմից, ով չափում է Ալիսի կողմից ուղարկված յուրաքանչյուր մասնիկի վիճակը որևէ ընտրված բազիսում, և ապա նույն վիճակում գտնվող մասնիկ ուղարկում Բոբին: Այս պրոցեսում նա մոտ 50% -ի դեպքերում օգտագործվող բազիսը կհամընկնի Ալիսի օգտագործած բազիսի հետ, և ուրեմն այդ մասով Բոբին կփոխանցվի ինֆորմացիան՝ առանց աղավաղումների: Սյուս 50% -ի դեպքերում Իվի օգտագործվող բազիսը չի համընկնի Ալիսի օգտագործած բազիսի հետ՝ պատված լինելով նրա նկատմամբ  $45^\circ$  -ով: Գրանցման արդյունքում դրանց կեսը կդառնա Ալիսի ընտրածի նկատմամբ ճիշտ բազիս, մյուս կեսը՝ սխալ: Արդյունքում կստացվի, որ բիթերը Բոբին են փոխանցվում բազիսների ընտրության 25% սխալով: Հետևաբար, բաց կանալով բազիսների համեմատման ժամանակ համընկնումների թիվը շեղված կլինի 50% -ից:

Իհարկե, գոյություն ունեն ինֆորմացիայի գաղտնալսման ավելի նրբանկատ հնարավորություններ: Բարեբախտաբար, հնարավոր է եղել ընդհանուր թեորեմ ապացուցել քվանտային ծածկագրության հնարավորության մասին:

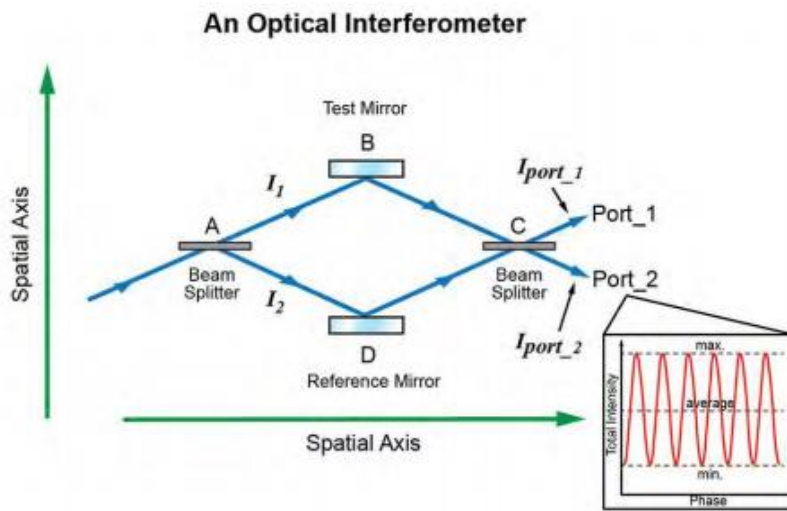
Հաջորդ կարևոր պահն այն է, որ քվանտային բանալին բացարձակ վատահեղիությամբ կարելի է օգտագործել միայն մեկ անգամ:

### § 13. Ատոմական ինտերֆերոմետր

Ինտերֆերոմետրերը բարձր զգայնության չափիչ սարքեր են, որոնք օգտագործվում են գիտության և արտադրության ամենատարբեր ոլորտներում: Ինտերֆերոմետրում աղբյուրից եկող ճառագայթը, ասենք՝ լուսային, ճեղքվում է երկու ճառագայթների, որոնք շարժվում են

տարբեր հետազոծերով (բազուկներով), ապա անդրադառնալով միավորվում են և առաջացնում ինտերֆերենցիոն պատկեր (Նկ. 13.1):

Վերադրման արդյունքն իր մեջ ինֆորմացիա է պարունակում ճառագայթների օպտիկական երկարությունների տարբերության մասին, ինչը և օգտագործվում է փնտրվող մեծությունները որոշելու համար: Աստղաֆիզիկական կիրառություններում բազուկները երկու կամ ավելի դիտակներ են, որոնք միավորում են իրենց ազդանշանները՝ առաջարկելով զգայնություն, որը համարժեք է մի դիտակի զգայնության, որի տրամագիծը հավասար է ամենաշատ տարանջատված էլեմենտների միջև հեռավորությանը: Վերջին խոշորամասշտաբ ձեռքբերումն այստեղ 2015-ին գրավիտացիոն ալիքների գրանցումն էր:



Նկ. 13.1. Օպտիկական ինտերֆերոմետրի սկզբունքային սխեման (Տե՛ս Saif B.N., Hogan J., Kasevich M., Atom Interferometry for Detection of Gravitational Waves, NIAC Phase 1 Final Report (2013, Fig. A1):

Ատոմական ինտերֆերոմետրում վերադրվում են ոչ թե լուսային, այլ ատոմների համընթաց շարժումների ալիքային ֆունկցիաները, որոնց կարճ անվանում ենք ատոմական, երբեմն՝ մատերիայի կամ Դե Բրոյլի, ալիքներ: Մինչ ատոմական ինտերֆերոմետրերի ստեղծումը (1991 թ.)՝ արդեն իսկ կային նույն սկզբունքով գործող էլեկտրոնային և նեյտրոնային ինտերֆերոմետրերը: Դրանք ներկայումս ևս պահպանում են իրենց կիրառական արժեքը, սակայն ատոմական ինտերֆերոմետրերն ունեն կիրառությունների որակապես ուրիշ տիրույթներ և զգայնության բարձրացման լավ հեռանկարներ:

Ատոմական ալիքների ճեղքման և վերամիավորման համար գոյություն ունեն փոխազդեցության մի քանի մեթոդներ (կյուբական պարբերական ցանց, մագնիսական և մագնիսաօպտիկական ուժեր), սակայն մենք կանգ կառնենք լուսախմբուլային ատոմական ինտերֆերոմետրի վրա, որում ատոմական ալիքի դեկավարման գործընթացները կատարվում են լուսային իմպուլսների միջոցով, ռեզոնանսային փոխազդեցության օրինաչափությունների հիման վրա:

Հիմնարար պրոցեսը այստեղ ատոմի համընթաց շարժման վիճակի փոփոխությունն է ֆոտոնի կլանման և ճառագայթման հետևանքով: Դրա համար ատոմի համիլտոնյանում հարկ է

պահպանել ատոմի համընթաց շարժման  $\hat{p}^2/2M$  կինետիկ էներգիայի օպերատորը և դաշտի տարածական փուլը ներկայացնող  $e^{ikr}$  և  $e^{-ikr}$  գործակիցները՝

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2M} + \hbar\omega_0 |e\rangle\langle e| + \hbar\Omega e^{i(kr-\omega t)} |e\rangle\langle g| + \hbar\Omega^* e^{-i(kr-\omega t)} |g\rangle\langle e|, \quad (13.1)$$

որտեղ անկյունաձև փակագծերով ներկայացված են ատոմի ներքին վիճակների պրոյեկտման օպերատորները:  $\Omega$ -ն ռեզոնանսային անցման Ռաբիի հաճախությունն է, ինչն իր մեջ պարունակում է ֆազային անդամ: Մեկ լուսային իմպուլսի հետ փոխազդելու դեպքում այն կարևոր չի լինում, սակայն մեկից ավելի լուսային իմպուլսների հետ փոխազդելու դեպքում այն էական ներդրում է ունենում չափվող ազդանշանում:

Դաշտի հետ փոխազդեցությունն ատոմին տանում է մի էներգետիկ մակարդակից մյուսը, ինչն ուղեկցվում է ֆոտոնի  $\hbar k$  իմպուլսի չափով ատոմի իմպուլսի փոփոխությամբ՝ գումարմամբ, երբ ֆոտոնը կլանվում է, և հանմամբ, երբ ֆոտոնը ճառագայթվում է:

Ձևակերպումների փոքր ինչ պարզեցման համար հարմար է կատարել  $|e\rangle \rightarrow |e\rangle e^{i\omega_0 t}$  փոխարինումը: Ատոմի (13.1) համիլտոնյանն այս պատկերացմամբ ստանում է

$$\hat{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{\hat{p}^2}{2M} + \hbar\Omega e^{i(kr-\Delta t)} |e\rangle\langle g| + \hbar\Omega^* e^{-i(kr-\Delta t)} |g\rangle\langle e| \quad (13.2)$$

տեսքը, որտեղ  $\Delta = \omega - \omega_0$ -ն ռեզոնանսի ապալարքն է (Տե՛ս նաև (8.5)-ը), իսկ

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = c_{g,p}(t) |g, \mathbf{p}\rangle \exp\left(-i \frac{\mathbf{p}^2}{2M\hbar} t\right) + c_{e,p+\hbar k}(t) |e, \mathbf{p} + \hbar k\rangle \exp\left(-i \frac{(\mathbf{p} + \hbar k)^2}{2M\hbar} t\right), \quad (13.3)$$

որտեղ հիմնական վիճակի ատոմն ունի  $\mathbf{p}$  իմպուլս և  $|g, \mathbf{p}\rangle$  սեփական ֆունկցիա, իսկ գրգռված վիճակինը՝  $\mathbf{p} + \hbar k$  իմպուլս և  $|e, \mathbf{p} + \hbar k\rangle$  ֆունկցիա: Համապատասխանաբար տարբեր են նաև հիմնական և գրգռված վիճակների համընթաց շարժմանը վերաբերող ժամանակային էվոլյուցիան ներկայացնող էքսպոնենցիալ անդամները:

(13.2) և (16.3)-ը, տեղադրելով Շրեդինգերի

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \hat{H}(\mathbf{r}, t) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

հավասարման մեջ, փնտրվող  $c_{g,p}(t)$  և  $c_{e,p+\hbar k}(t)$  հավանականային ամպլիտուդների համար (ինչպես և § 8-ում) ստանում ենք ժամանակային ներդաշնակ տատանումներ: Մասնավորապես, ճշգրիտ ռեզոնանսի դեպքում

$$|c_{e,p+\hbar k}(t)|^2 = \frac{1}{2} (1 - \cos|\Omega|\tau),$$

որտեղ  $\tau$ -ն լուսաիմպուլսի տևողությունն է: Ուժը պահպանում է  $\pi$ -իմպուլսների թեորեմը և Ռաբիի տատանումները  $|g\rangle$  և  $|e\rangle$  վիճակների միջև, որոնք այս դեպքում ուղեկցվում են ատոմի իմպուլսի նույնպիսի պարբերական տատանումներով:

Ինտերֆերոմետրի համար կարևոր են հետևյալ երկու ռեժիմները՝

i.  $\pi/2$ -իմպուլսի, երբ  $|\Omega|\tau = \pi/2$  և համապատասխանաբար

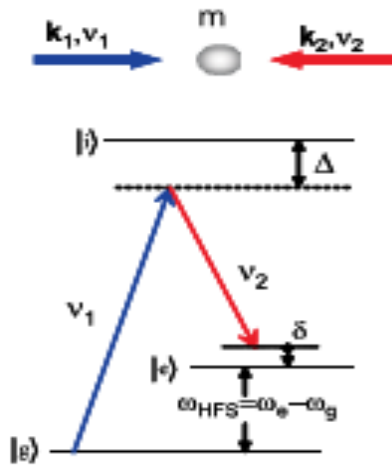
$$\Psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ |g, \mathbf{p}\rangle - i |e, \mathbf{p} + \hbar k\rangle e^{-i\Delta t} \right], \quad (13.4)$$

ii.  $\pi$ -իմպուլսի, երբ  $|\Omega|\tau = \pi$  և համապատասխանաբար

$$\Psi(t) = -i|e, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}\rangle: \quad (13.5)$$

$\pi/2$  լուսաիմպուլսն ատոմը տանում է երկու էներգետիկ մակարդակների հավասար ստատիստիկական կշիռներով սուպերպոզիցիոն վիճակ: Ատոմի սկզբնական ալիքային փաթեթը ճեղքվում է երկու ալիքային փաթեթների, որոնք իրարից հեռանում են  $\mathbf{v}_{recoil} = \hbar\mathbf{k}/M$  հետհարվածային կոչվող արագությամբ:  $\pi/2$  լուսաիմպուլսը նմանակում է օպտիկական ինտերֆերոմետրի 50-50 ճեղքիչի: Նույն կերպ, երբ  $|\Omega|\tau = \pi$ , ատոմը հիմնական մակարդակից վստահաբար անցնում է վերին էներգետիկ մակարդակ՝  $\hbar\mathbf{k}$ -ով փոխելով համընթաց շարժման իմպուլսը: Եթե ատոմը նախապես վերին մակարդակում էր, ապա վստահաբար կիջնի հիմնական մակարդակ, և իմպուլսը կփոխի  $-\hbar\mathbf{k}$ -ով: Լուսաիմպուլսը նմանակում է հայելու:

Նկատենք, որ քննարկման ընթացքում արհամարհված է սպոնտան ճառագայումը, ինչի գոյությունը կքայքայեր փոխազդեցության կոհերենտությունը և ուրեմն նաև ինտերֆերոմետրի աշխատանքը: Այդպիսի արհամարհումն օրինաչափ է, եթե  $|e\rangle$  գրգռված վիճակի մարումն ինտերֆերոմետրի աշխատանքի լուսաիմպուլսների հաջորդականության համար ևս լինի արհամարհելի: Այդպիսի սխեմա իրականացվում է ատոմի հիմնական վիճակի ենթամակարդակների միջև անցումների միջոցով, օրինակ՝  $|F=1, m_F=0\rangle \rightarrow |F=2, m_F=0\rangle$  անցումը  $^{87}\text{Rb}$ -ում: Այս ենթամակարդակները չունեն առաջին կարգի զեմանյան շեղումներ մագնիսական դաշտում, այնպես որ այս հենքի վրա գործող ինտերֆերոմետրերը զգայուն չեն շրջապատում առկա մնացորդային մագնիսական դաշտերի նկատմամբ:

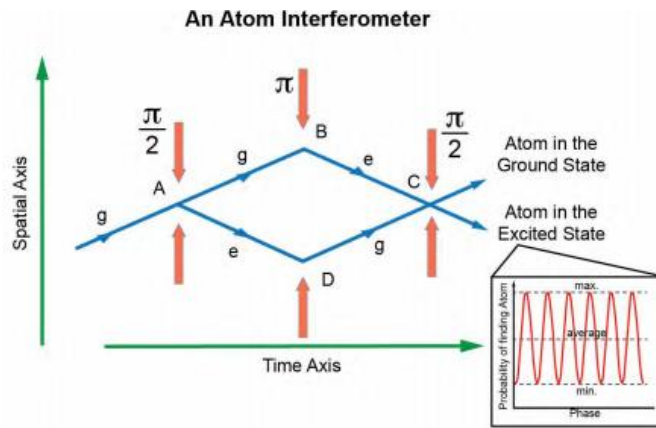


Նկ. 13.2. Ռամանյան անցման էներգետիկ մակարդակները և լազերային հաճախությունները (St' u M. Cadoret, E. De Mirandes, et al. Eur. Phys. J. Special Topics, 172, 121 (2009), Fig. 1):

Սակայն ենթամակարդակները կապող միաֆոտոն անցումները նպատակահարմար չեն ինտերֆերոմետր պատրաստելու համար, քանի որ համապատասխան հաճախություններն ընկած են միկրոալիքային տիրույթում, որտեղ ֆոտոնի կլանման/ճառագայթման պրոցեսում ռուբիդիումի ատոմին հաղորդած հետհարվածի արագությունը մոտ 0.1 մկմ/վ է՝ խիստ անբավարար ինտերֆերոմետրի զգայնություն ապահովելու համար: Այս թերությունը հաղթահարվում է ենթամակարդակների միջև երկֆոտոն ռամանյան անցման օգտագործմամբ՝

ներառելով երկու հանդիպակաց ալիքներ և հավելյալ մի երրորդ էներգետիկ մակարդակ (Նկ. 13.2):

$|g\rangle$  և  $|e\rangle$  ենթամակարդակները  $|i\rangle$  միջանկյալ վիճակի հետ կապվում են  $\omega_1$  և  $\omega_2$  անկյունային հաճախություններով և  $k_1$  և  $k_2$  ալիքային վեկտորներով ալիքներով: Փոխազդեցության հաստատունները համապատասխանաբար Ռաբիի  $\Omega_1$  և  $\Omega_2$  հաստատուններն են: Լազերային հաճախությունները բավականին հեռու են  $|g\rangle \rightarrow |i\rangle$  և  $|e\rangle \rightarrow |i\rangle$  միաֆոտոն անցումների հաճախություններից ( $\Delta \ll 1/\tau_i$ , որտեղ  $\tau_i$ -ն  $|i\rangle$  մակարդակի սպոնտան կյանքի տևողությունն է), այնպես որ միջանկյալ  $|i\rangle$  վիճակի բնակեցումը փոքր է լինում, և եռամակարդակ համակարգը դիտվում է որպես երկմակարդակ՝  $|g\rangle$ -ի և  $|e\rangle$ -ի միջև անմիջական անցումների Ռաբիի  $\Omega_{eff} = \Omega_1 \Omega_2 / 2$  հաճախությամբ: Ֆոտոնի կլանման և հանդիպակաց ալիքում վերաճառագայթման արդյունքում ատոմի ստացած  $(\hbar k_1 - \hbar k_2) / M \approx 2\hbar k_1 / M$  հետհարվածի արագությունը ռուբիդիումի ատոմի համար մոտ 6 մմ/վ է՝ հինգ կարգով մեծ միաֆոտոն անցման համար վերևում բերված արժեքից:



Նկ. 13.3. Երկմակարդակային ռամանյան ատոմական ինտերֆերոմետր (Séa Saif B.N., Hogan J., Kasevich M., Atom interferometry for detection of gravitational waves, NIAC Phase 1 final report, (2013), Fig. A.2):

Առավել լայն տարածում ատոմական ինտերֆերոմետրի սխեմայում օգտագործվում է հանդիպակաց ալիքների ռամանյան երեք պրոցեսների հաջորդականություն, ինչպես պատկերված է Նկ. 13.3-ում: Այն առաջինն օգտագործվել է Երկրի գրավիտացիայի ազատ անկման արագացումը չափելու համար:

Ատոմի ընթացքն ինտերֆերոմետրում սկսվում է  $|g\rangle$  հիմնական վիճակում: Առաջինն ատոմի վրա ազդում է  $\pi/2$  ռամանյան իմպուլսը, որը ատոմը տեղափոխում է  $|g\rangle$ -ի և  $|e\rangle$ -ի՝ տարբեր իմպուլսներով սուպերպոզիցիոն վիճակի:  $T$  ժամանակ՝ մինչև երկրորդ իմպուլսի ազդումը, ատոմական ալիքը տարածվում է ազատ: Այդ ընթացքում ատոմի երկու վիճակները տարածապես հեռանում են իրարից: Ինտերֆերենցիոն պատկերի ստեղծման համար անհրաժեշտ է վերուղղել այդ ընթացքներն այնպես, որ դրանք տարածապես վերաձայնակվեն: Կիրառված  $\pi$  ռամանյան իմպուլսը սուպերպոզիցիոն վիճակի յուրաքանչյուր բաղադրիչ հայելային անդրադարձնում է՝ միաժամանակ փոխելով ներքին վիճակները՝ հիմնական

ենթամակարդակը դարձնելով գրգռված և գրգռվածը՝ հիմնական: Դրանից  $T$  ժամանակ անց վիճակները տարածապես կվերածածկվեն, սակայն ինտերֆերենցիայի երևույթ նրանց միջև տեղի չի ունենա, քանի որ  $|g\rangle$ -ն և  $|e\rangle$ -ն իրար օրթոգոնալ վիճակներ են: Բնտերֆերենցիայի երևույթ ներառելու համար կիրառվում է երրորդ՝ ռամանյան  $\pi/2$  իմպուլսը, որը վիճակներից յուրաքանչյուրը ձեռքում է հավասար սուպերպոզիցիոն վիճակների՝ տվյալ իրավիճակի համար ստեղծելով ինտերֆերենցիոն պատկերի մոդուլյացիայի խորության համար հնարավոր առավելագույն արժեքը:

Ատոմի վիճակի արդյունարար ալիքային ֆունկցիան տրվում է

$$|\psi\rangle = -(\cos \phi |g, \hbar k\rangle + \sin \phi |e, -\hbar k\rangle)$$

բանաձևով, որտեղ  $\phi$ -ն ռամանյան իմպուլսների փոկերի ընդհանուր տարբերությունն է: Այն ցույց է տալիս, որ ատոմը  $|g\rangle$  հիմնական վիճակում երևան է գալիս ելքային պորտերից մեկում,  $|e\rangle$  գրգռված վիճակը՝ մյուսում, իսկ հարաբերական ամպլիտուդը որոշվում է  $\phi$ -ի արժեքով: Բնտերֆերենցիոն պատկերը, որպես կանոն, կառուցվում է պորտերից մեկում ատոմի հայտնաբերման հավանականության համար՝ որպես ֆունկցիա երկրորդ կամ երրորդ ռամանյան իմպուլսի ունեցած փուլի: Նկ. 13.3-ում այն բերված է ներդիրի ձևով:

Ատոմական ինտերֆերոմետրերն առաջին հերթին չափիչ սարքեր են, որոնք իրական հավակնություն ունեն լինելու ամենազգայունը գիտական մի շարք ուղղություններում: Նշենք դրանցից հիմնականները՝

- գրավիտացիոն  $G$  հաստատունի և նրա գրադիենտի չափում,
- էլեկտրամագնիսական փոխազդեցության (նուրբ կառուցվածքի)  $\alpha$  հաստատունի չափում,
- կիլոգրամի նոր սահմանում,
- համարժեքության սկզբունքի ստուգում,
- գրավիտացիոն կարմիր շեղման չափում,
- քվանտային գրավիտացիայի ստուգում,
- կարճ ազդեցության ուժերի չափում,
- էլեկտրոնի և պրոտոնի լիցքերի հնարավոր ոչ հավասարության փնտրում,
- տեղափոխման ունակ (պայուսակային և արբանյակային կապի) ինտերֆերոմետրերի ստեղծում,
- գրավիտացիոն ալիքների նոր դետեկտորների ստեղծում:

## § 14. Միաֆոտոն ճառագայթման աղբյուրներ

Նախքան ֆոտոնային աղբյուրների քննարկումը՝ հակիրճ ծանոթանանք ինչ ասել է ֆոտոն, և ինչպիսին է մաթեմատիկական հենքը, որի միջոցով այն ներառված է քվանտային տեսության մեջ: Ֆոտոնի հասկացությունը ներմուծել է Էյնշտեյնը՝ սահմանելով այն որպես էներգիայի քվանտ՝ ճառագայթվելիս օժտված տեղափոխման որոշակի ուղղությամբ:

Ֆոտոնն օժտված չէ հանգստի զանգվածով, ինչի հետևանքով կարող է հեշտորեն կլանվել և ճառագայթվել նյութական տարրերի հետ փոխազդեցության ընթացքում: Այդ պրոցեսները

նկարագրելու համար մտցված են համապատասխան օպերատորներ՝ ոչնչացման  $\hat{a}_k$  և ծնման  $\hat{a}_k^+$ , որտեղ  $k$ -ն ֆոտոնի ալիքային վեկտորն է՝ կապված  $p$  իմպուլսի հետ

$$p = \hbar k$$

առնչությամբ:

Եթե  $k$  իմպուլսով ֆոտոնների թիվը համակարգում նշանակենք  $n_k$ , իսկ վիճակի, որը կոչվում է Ֆոկի վիճակ, ալիքային ֆունկցիան՝  $|n_k\rangle$ , ապա վերջինիս վրա  $\hat{a}_k, \hat{a}_k^+$  ֆոտոնային օպերատորների ազդեցությունը տրվում է



Վլադիմիր Ֆոկը և Լուի դե Բրոյլը զրուցելիս (1956թ.)

$$\hat{a}_k |n_k\rangle = \sqrt{n_k} |n_k - 1\rangle, \quad (14.1a)$$

$$\hat{a}_k^+ |n_k\rangle = \sqrt{n_k + 1} |n_k + 1\rangle \quad (14.1բ)$$

առնչություններով: Դրանք համապատասխանում են անվանումներին՝  $\hat{a}_k$ -ի ազդեցությամբ ֆոտոնների թիվը մեկով նվազում է,  $\hat{a}_k^+$ -ի ազդեցությամբ՝ մեկով ավելանում: Աջ մասի գործակիցները գալիս են  $n_k$  թվով նույնական մասնիկների ալիքային ֆունկցիայի նորմավորված լինելու պահանջից:

(14.1) հավասարություններից նաև հետևում է

$$\hat{a}_k^+ \hat{a}_k |n_k\rangle = n_k |n_k\rangle,$$

ինչը՝ որպես սեփական արժեքների և սեփական ֆունկցիաների պրոբլեմ, ցույց է տալիս, որ ձախակողմյան  $\hat{a}_k^+ \hat{a}_k$  օպերատորը ներկայացնում է հենց ֆոտոնների թվի օպերատոր՝

$$\hat{n}_k = \hat{a}_k^+ \hat{a}_k: \quad (14.2)$$

Ֆոտոնային դաշտի համիլտոնյանը լինում է՝

$$\hat{H}_k = \hbar \omega \hat{n}_k = \hbar \omega \hat{a}_k^+ \hat{a}_k: \quad (14.3)$$

Քվանտային տեսությունը ի տարբերություն դասական պատկերացումների, թույլ է տալիս, որ մասնիկների, տվյալ դեպքում՝ ֆոտոնների, թիվը լինի ոչ որոշակի, ինչպիսին է Ֆոկի վիճակի դեպքում՝ ունենալով ֆոտոնների թվի որոշակի բաշխում: Բերենք դրանցից երկու առավել կարևորները:

Կոհերենտ վիճակներ: Սահմանվում է որպես ֆոտոնի  $\hat{a}$  ոչնչացման օպերատորի սեփական ֆունկցիա և նշանակվում է  $|\alpha\rangle$ ,

$$\hat{a} |\alpha\rangle = \alpha |\alpha\rangle, \quad (14.4)$$

որտեղ բնութագրական  $\alpha$  թիվն ընդհանուր դեպքում կոմպլեքս է:

Կոհերենտ վիճակները կարող են վերլուծվել ըստ Ֆոկի բազիսի.

$$|\alpha\rangle = \exp(-|\alpha|^2/2) \sum_n \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle:$$

Կոհերենտ վիճակների կարևոր հատկությունն այն է, որ ֆոտոնների թիվը նրանում բաշխված է Պուասոնի՝ որոշակի միջին արժեքի շուրջ ոչ կորելացված պատահարների օրենքով.

$$P(n) = |\langle n|\alpha\rangle|^2 = \exp(-|\alpha|^2) \frac{|\alpha|^{2n}}{n!}:$$



Միմենո Պուասոն

Կոհերենտ վիճակները օրթոգոնալ չեն՝  $\langle \alpha|\beta\rangle = \exp\left(-\frac{1}{2}(|\alpha|^2 + |\beta|^2 + 2\alpha^*\beta)\right)$ , և նաև գերլրիվ են, այսինքն՝  $\hat{P}_\alpha = |\alpha\rangle\langle\alpha|$  պրոյեկտման օպերատորների հանրախմբի ազդեցությունը կամայական վիճակի վրա գերազանցում է միավոր օպերատորինը՝  $\iint |\alpha\rangle\langle\alpha| d^2\alpha = \pi \hat{I} > \hat{I}$ : Վիճակում ֆոտոնների միջին թիվը՝

$$\langle n\rangle = \langle \alpha|\hat{a}^+ \hat{a}|\alpha\rangle = |\alpha|^2:$$

Կոհերենտ վիճակները քվանտային օպտիկայի ոլորտ ներմուծվել են Գլաուբերի կողմից և հատկապես լավ են նկարագրում լազերի ճառագայթման դաշտը գեներացման շեմից վերև աշխատանքի պայմաններում:



Դոնալդ Հուգսը, Ռոյ Գլաուբերը և Էնրիկո Ֆերմին կոնֆերանսի ընմիջմանը զրուցելիս (1954թ.)

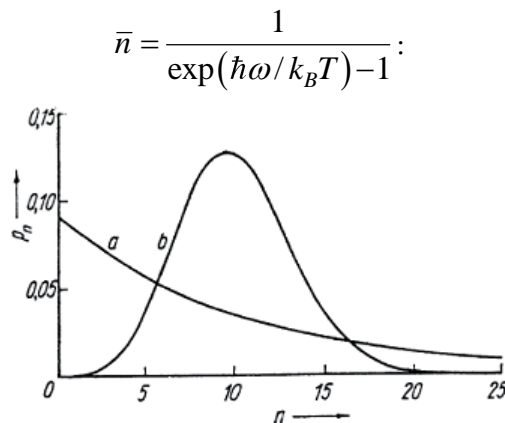


Կոհերենտ վիճակներում որևէ օպերատորի շարժման ժամանակային հավասարում համընկնում է համապատասխան դասական մեծության դասական հավասարմանը: Կոհերենտ վիճակները, այսպիսով, օպտիկայում «դասական» վիճակներ են:

*Ջերմային վիճակներ:* Լույսի քվանտային վիճակների այս կարևոր դասը հայտնի նաև որպես սև մարմնի ճառագայթում: Դրանք առաջանում են լույսի ջերմային աղբյուրներից՝ շիկացման լամպեր, էլեկտրական աղեղներ, աստղեր և այլն, իսկ ֆոտոնների թվի բաշխումը տրվում է

$$p(n) = \frac{1}{\bar{n}} \left( \frac{\bar{n}}{1 + \bar{n}} \right)^n$$

արտահայտությամբ, որտեղ ֆոտոնների  $\bar{n}$  միջին թիվը հավասարակշիռ վիճակում տրվում է Պլանկի բանաձևով՝ վիճակների համար: Նկատելի է, որ ջերմային վիճակն ունի ֆոտոնների թվի ավելի լայն բաշխում:



Նկ. 14.1. Ֆոտոնների թվի բաշխումը (a) ջերմային և (b) կոհերենտ վիճակների համար,  $\bar{n} = 10$  (*Physics of Single Quantum Emitters, Fig. 153*):

Էլեկտրամագնիսական դաշտի ստատիստիկական հատկությունների նկարագրության կարևոր հասկացություն, ինչպես դասական, այնպես էլ քվանտային պատկերացումներում, հանդիսանում է տարբեր կարգերի կոհերենտության (կորելացման) ֆունկցիաների հանրախումբը: Ամենացածր՝ առաջին կարգի կոհերենտության ֆունկցիան սահմանվում է

$$G^{(1)}(x_1, x_2) = \langle E^{(-)}(x_1) E^{(+)}(x_2) \rangle \quad (14.5)$$

արտահայտության համաձայն, որտեղ  $E^{(+)}$  և  $E^{(-)}$ -ը դաշտի էլեկտրական բաղադրիչի համապատասխանաբար դրական-հաճախային և բացասական-հաճախային մասերն են, իսկ  $x_1, x_2$ -ը, կախված խնդրից, նկարագրում են խնդրի տարածական կամ ժամանակային կոորդինատները: Դրանով իսկ տարբերակվում են տարածական և ժամանակային կոհերենտություններ: Տարածական կոհերենտությունը դիտվում է, օրինակ, Յունգի երկձեղք փորձի կամ դիֆրակցիոն ցանցից ստացվող ինտերֆերենցիոն պատկերներում:



Թոմաս Յունգ

Ստացիոնար պայմաններում առաջնային կարևորություն ունենում է ժամանակային կոհերենտությունը, և հետագայում կսահմանափակվենք միայն դրանով: Միջինացման  $\langle \dots \rangle$  սիմվոլն այս դեպքում նշանակում է ստատիստիկական միջինացում կամ էրգոտիկության թեորեմի համաձայն դրան համարժեք ժամանակային միջինացում՝ ըստ  $T$  բավականաչափ երկար ժամանակահատվածի.

$$\langle E^{(-)}(x_1)E^{(+)}(x_2) \rangle = \langle E_0^*(t)E_0(t+\tau) \rangle = \frac{1}{T} \int_T E_0^*(t)E_0(t+\tau) dt \quad (14.6)$$

Կոհերենտությունն ավելի խնամքով սրվում է նորմավորումից հետո՝

$$g^{(1)}(\tau) = \frac{G^{(1)}(t, t+\tau)}{G^{(1)}(t, t)} = \frac{\langle E_0^*(t)E_0(t+\tau) \rangle}{\langle |E_0(t)|^2 \rangle}, \quad (14.7)$$

առաջին կարգի կորելյացիոն ֆունկցիայի միջոցով:

Ենթադրենք ունենք քվազիմոնոքրոմատիկ դաշտ՝  $\omega$  կրող հաճախությամբ, որի դրական-հաճախային մասը՝

$$E_0(t) = E_0 e^{-i\omega t} e^{i\phi(t)},$$

որտեղ  $\phi(t)$ -ն արագ պատահական փոխվող ֆունկցիա է: Կորելյացիոն ֆունկցիան, համաձայն (14.7)-ի, կներկայացվի

$$g^{(1)}(\tau) = e^{-i\omega\tau} \langle e^{i(\phi(t+\tau)-\phi(t))} \rangle \quad (14.8)$$

տեսքով: Սա նշանակում է, որ  $g^{(1)}(\tau)$ -ի իրական մասը  $\tau$ -ի օսցիլացվող ֆունկցիա է՝  $\omega$  անկյունային հաճախությամբ: Այն ինտերֆերենցիոն պատկերի համար ձևավորում է շերտավոր կառուցվածք: Իսկ լույսի կոհերենտության մասին ինֆորմացիան պարունակվում է (14.8)-ի երկրորդ արտադրիչում, այսինքն՝ կորելյացիոն ֆունկցիայի մոդուլում:

(14.8)-ից պարզ երևում է, որ  $|g^{(1)}(0)| = 1$  բոլոր դեպքերում: Այն մոտավորապես պահպանվում է նաև  $\tau \sim \tau_c$  ժամանակների համար, որտեղ  $\tau_c$ -ն լույսի կոհերենտության ժամանակն է: Հետագայում  $|g^{(1)}(\tau)|$ -ն նվազում է և  $\tau > \tau_c$  ասիմպտոտում ձգտում զրոյի:

$g^{(1)}(\tau)$ -ի կոնկրետ տեսքը մասնակի կոհերենտ լույսի համար կախված է  $\phi(t)$ -ի արագ պատահական փոփոխության բնույթից, ինչը համարժեք է դաշտի սպեկտրալ լայնության առաջացմանը: Առավել հաճախ վերջինս ներկայացվում է լորենցյանով՝

$$f(\omega') = \frac{1}{\pi\gamma} \frac{\gamma^2}{(\omega' - \omega)^2 + \gamma^2},$$

որտեղ  $\gamma$ -ն բաշխման լայնությունն է: Այս պատկերացմամբ (14.8)-ը գրվում է

$$g^{(1)}(\tau) = e^{-i\omega\tau} \frac{1}{\pi\gamma} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\gamma^2}{(\omega' - \omega)^2 + \gamma^2} e^{i(\omega' - \omega)\tau} d\omega':$$

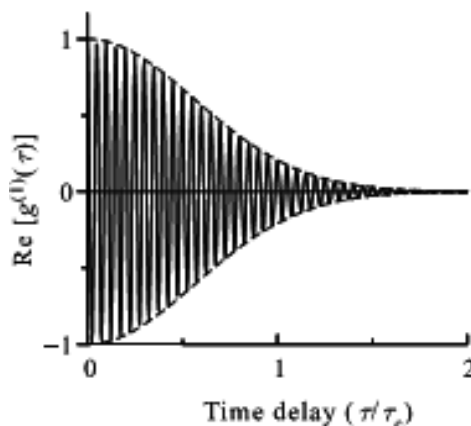


Ալբերտ Էյնշտեյնը և Հենրիկ Լորենցը

տեսքով: Այն անալիտիկ հաշվվում է, և կորելյացիոն ֆունկցիայի համար ստանում ենք

$$g^{(1)}(\tau) = e^{-i\omega\tau} \exp(-\gamma\tau) \quad (14.9)$$

արտահայտությունը: Ինչպես տեսնում ենք, սպեկտրալ գծի լայնացած լինելը ֆազային դիֆուզիայի հաշվին սահմանափակում է լուսային ակտի կոհերենտության ժամանակը էքսպոնենցիալ օրենքով: Բնութագրական ժամանակը՝  $\tau_c = 1/\gamma$ , հակադարձ համեմատական է սպեկտրալ գծի լայնացմանը:  $g^{(1)}(\tau)$ -ի իրական մասը ներկայացված է Նկ. 14.2-ում:



Նկ. 17.2. Կորելյացիոն ֆունկցիայի ժամանակային վարքը,  $\omega\tau_c / 2\pi = 20$  (Տե՛ս Fox M., *Quantum Optics. An Introduction*, Oxford, University Press, 2006, Fig. 2.5):

Լույսի ներհատուկ, ներառյալ քվանտային, հատկությունների նկարագրության համար հատկապես կարևոր է *երկրորդ կարգի կորելյացիոն ֆունկցիան*.

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle E_0^*(t)E_0^*(t+\tau)E_0(t)E_0(t+\tau) \rangle}{\langle |E_0(t)|^2 \rangle \langle |E_0(t+\tau)|^2 \rangle} = \frac{\langle I(t)I(t+\tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle \langle I(t+\tau) \rangle}, \quad (14.10)$$

որտեղ  $I(t)$ -ն լուսային դաշտի ինտենսիվությունն է ժամանակի  $t$  պահին:

Այստեղ ևս պետք է սպասել, որ կոհերենտության ժամանակը գերազանցելիս կորելյացիոն ֆունկցիան ձգտում է զրոյի: Ինչ վերաբերում է  $\tau = 0$  պահին, ապա

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle I(t)^2 \rangle}{\langle I(t) \rangle^2}: \quad (14.11)$$

Քանի որ  $I(t)$ -ն պատահական մեծություն է, ապա հավանականությունների տեսությու-  
նից հայտնի է, որ քառակուսու միջինը մեծ է միջինի քառակուսուց: Համոզվենք դրանում՝  
 $I(t) = I_0(1 + A \sin \Omega t)$ ,  $A < 1$  օրինակի վրա միջինացումները կատարելով ըստ ժամանակի:  
Նկատի ունենալով, որ  $\overline{\sin \Omega t} = 0$ , նախ կունենանք  $\langle I(t) \rangle = I_0$ ,

$$g^{(2)}(0) = \langle (1 + A \sin \Omega t)^2 \rangle:$$

Եվ ապա, քանի որ  $\overline{(\sin \Omega t)^2} = 1/2$ , ապա

$$g^{(2)}(0) = 1 + \frac{A^2}{2}:$$

Այնպես որ դաշտի դասական նկարագրության դեպքում

$$g^{(2)}(0) \geq 1:$$

Հավասարության նշանը վերաբերում է բացառապես մոնոքրոմատիկ կոհերենտ ալիքին:

Անցումը քվանտացված էլեկտրամագնիսական ֆոտոնային դաշտին կատարվում է ֆոտոնների ծնման և ոչնչացման օպերատորների ներգրավմամբ: Քվանտային օպտիկայի ստանդարտ դասընթացներում մոնոքրոմատիկ (միամոդ) դաշտի էլեկտրական բաղադրիչի  $\hat{E}$  օպերատորի և  $\hat{a}_k$ ,  $\hat{a}_k^+$  օպերատորների միջև սահմանվում է հետևյալ առնչությունը՝

$$\hat{E} \equiv \hat{E}^{(+)} + \hat{E}^{(-)} = \sqrt{\frac{\hbar \omega_k}{2\epsilon_0 V}} \left( \hat{a}_k e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)} + \hat{a}_k^+ e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)} \right): \quad (14.12)$$

Երկրորդ կարգի կորելյացիոն ֆունկցիան, էլնելով (14.10)-ից, ընդունում է

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{G^{(2)}(\tau)}{G^{(2)}(0)} = \frac{\langle \hat{a}_k^+ \hat{a}_k^+(\tau) \hat{a}_k(\tau) \hat{a}_k \rangle}{\langle \hat{a}_k^+ \hat{a}_k \rangle^2} \quad (14.13)$$

տեսքը, որտեղ  $\hat{a}_k(\tau) \equiv \hat{a}_k e^{-i\omega\tau}$ , իսկ միջինացումը տարվում է ըստ քվանտային ստատիստի-  
կական բաշխման:

(14.12) միամոդ դեպքում, ինչպես և դաշտի դասական ներկայացման դեպքում, կորելյա-  
ցիոն ֆունկցիան կախված չէ ժամանակից: Քվանտային պատկերացումները, սակայն, ենթա-  
դրում են ստատիստիկական բաշխումներ անգամ այս միամոդ դեպքում, ինչը բերում է  
տարբերությունների դասական մոնոքրոմատիկ դեպքի  $g^{(2)}_{classic} = 1$  արժեքի նկատմամբ:

Կոհերենտ ֆոտոնային դաշտի համար

$$g^{(2)}(\tau) = 1:$$

Սա չի նշանակում դասական բնույթ ուղղակի իմաստով, այլ խոսում է պատահարների միջև հիշողության բացակայության մասին: Կոհերենտ վիճակում ֆոտոնների բոզոնային բնույթն իրեն ի հայտ չի բերում գրանցման պրոցեսում: Միամող ջերմային վիճակի համար

$$g^{(2)}(\tau) = 2,$$

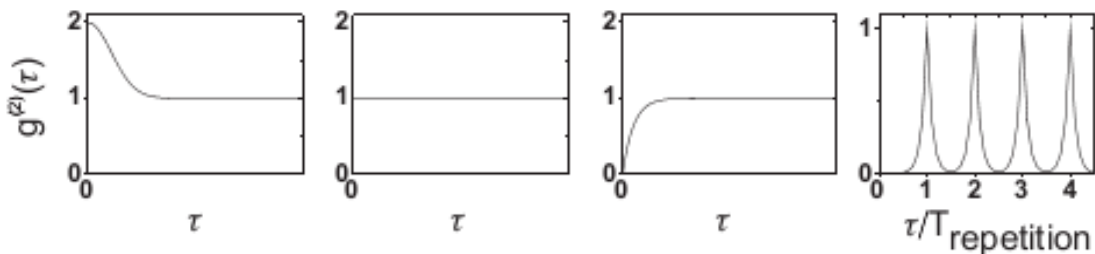
ինչը մատնանշում է երկու ֆոտոնների միաժամանակ գրանցման ավելի մեծ հավանականություն երկու ֆոտոնների առանձին-առանձին գրանցման նկատմամբ: Այս երևույթը քվանտային օպտիկայում հայտնի է որպես ֆոտոնների խմբավորում (bunching, группировка): Այն կարող է վերաբերել նաև ճառագայթման աղբյուրներին:

Ֆոկի (մասնիկների որոշակի թվով) վիճակում տեղի ունի հակառակ օրինաչափությունը՝

$$g^{(2)}(\tau) = 1 - \frac{1}{n},$$

որը կոչվում է անտիխմբավորում: Այն բացատրվում է ֆոտոնների ալիքային ֆունկցիաների փուլային լրիվ անորոշությամբ, ինչի արդյունքում ինտերֆերենցիայի երևույթը ճնշում է երկու ֆոտոնների միաժամանակ գրանցման (կամ ճառագայթման) հնարավորությունը: Միաֆոտոն վիճակում ( $n = 1$ ) երկու ֆոտոնների հայտնաբերումը, իհարկե, հնարավոր չէ՝  $g^{(2)} = 0$ :

Բազմամող ֆոտոնային դաշտի դեպքում (14.12)-ի աջ մասը գումարվում է ըստ ալիքային վեկտորների դիսկրետ կամ անընդհատ սպեկտրի: Այս պարագայում (14.10) կորեյացիոն ֆունկցիան դառնում է ժամանակից կախված՝ տարբեր տարբեր քվանտային ստատիստիկական բաշխումների դեպքում: Նկ. 14.3-ը մեկնաբանում է ասվածը համապատասխանաբար ջերմային, կոհերենտ, միաֆոտոն անընդհատ և իմպուլսային աղբյուրների դեպքերում:



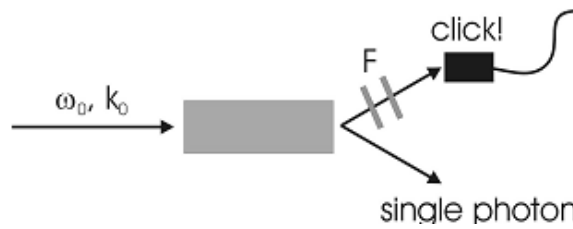
Նկ. 14.3. Ֆոտոնային տարբեր վիճակների համար երկրորդ կարգի կոհերենտության ժամանակային կախվածության օրինակներ (*Physics of Single Quantum Emitters, Fig. 15*):

Քանի որ միաֆոտոն վիճակներում է կոհերենտության ֆունկցիան մեկից փոքր, ապա այդտեղ է առավել լրիվությամբ ի հայտ գալիս լույսի քվանտային բնույթը:

Միաֆոտոն վիճակների գեներացման համար գոյություն ունեն տարբեր միջոցներ: Առավել պարզը, իհարկե, կլինե՞ր լազերային փնջի դիմաց համապատասխան կլանիչների օգտագործումը: Հաշվարկները, սակայն, ցույց են տալիս, որ դա հնարավոր է ֆոտոնների միջին թվի մեկից շատ փոքր լինելու պայմաններում, ինչը մեթոդը դարձնում է ոչ էֆեկտիվ: Ընդ որում, հնարավոր չի լինում արհամարհել մեկից ավելի թվով ֆոտոնային վիճակները:

Լայնորեն օգտագործվող ալտերնատիվ է հաճախությունների պարամետրիկ կիսման պրոցեսը (parametric down-conversion), որտեղ ոչ գծային բյուրեղը մղվում է ուժեղ լազերային

դաշտի կողմից (Նկ. 14.4) և որոշակի փոքր հավանականությամբ լազերային յուրաքանչյուր ֆոտոն տրոհում կես հաճախություններով երկու ֆոտոնների:

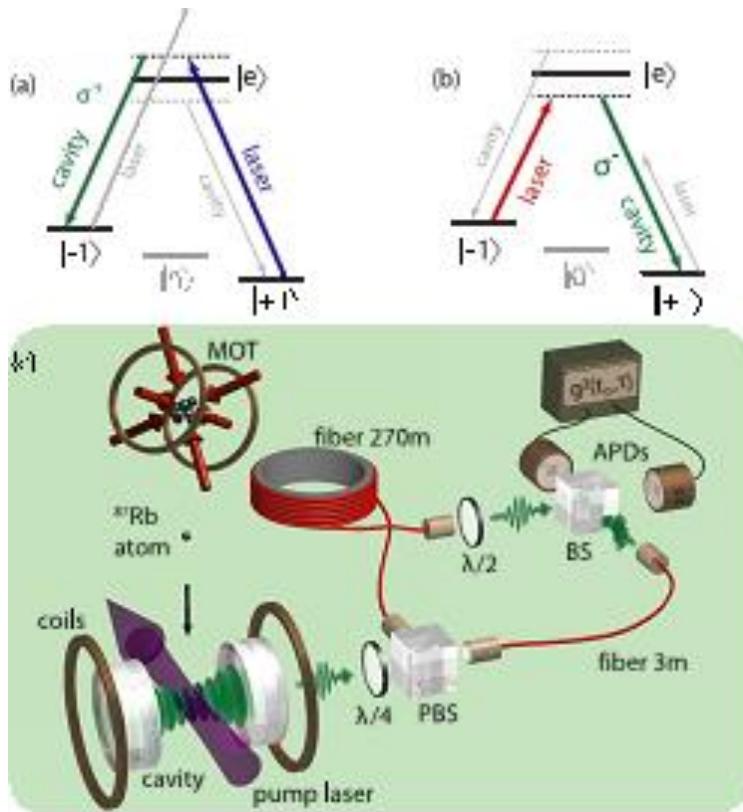


Նկ. 14.4. Միաֆոտոն (ոչ դետերմինիստիկ) գեներացման սխեմա (Physics of Single Quantum Emitters, Fig. 158):

Առաջին ֆոտոնի գրանցումն ազդարարում է երկրորդ ֆոտոնի առաջացումը: Քանի որ սա պատահական պրոցես է, ապա ֆոտոնի առաջացում չի կարող ապահովվել ժամանակի պահանջված պահին:

Քվանտային ճառագայթման աղբյուր ասելով՝ սովորաբար հասկանում ենք քվանտային համակարգ, որում ֆոտոնի ճառագայթումը տեղի է ունենում էներգետիկ մակարդակների միջև օպտիկական անցումների շնորհիվ, ներառյալ՝ սպոնտան ճառագայթումը: Ծանոթանանք դրանցից մի քանիսի հետ:

*Ատոմներ և իոններ:* Ատոմները միաֆոտոն ճառագայթման առավել ակնհայտ համակարգերն են: Այդ նպատակով առանձին ատոմներ կամ իոններ տեղադրվում են բարձր բարորակության քվանտային ռեզոնատորների մեջ՝ ճառագայթման ժամանակը և մոդը վերահսկելու համար: Առանձնացված մեկ ատոմի ճառագայթումը բնութագրվում է մոդի բարձր մաքրությամբ, ինչը կարևոր է երկֆոտոն ինտերֆերենցիայի վրա հենված փորձերի համար: Նկ. 14.5-ում բերված է այդպիսի մի աղբյուրի աշխատանքային սխեման, որում ֆոտոնը ճառագայթվում է ռամանյան ցրման արդյունքում՝ համաձայն Նկ. 14.5(a) կամ (b) կոմբինացիոն սխեմաների: Հիմնական էներգետիկ մակարդակը մագնիսական դաշտի շնորհիվ ձեղքված է երեք մագնիսական ենթամակարդակների: Ռեզոնատորի հաճախությունն ընտրվում է հավասար  $|0\rangle \rightarrow |e\rangle$  անցման (միջին) հաճախությանը հավասար և աշխատանքի ընթացքում չի փոխվում:



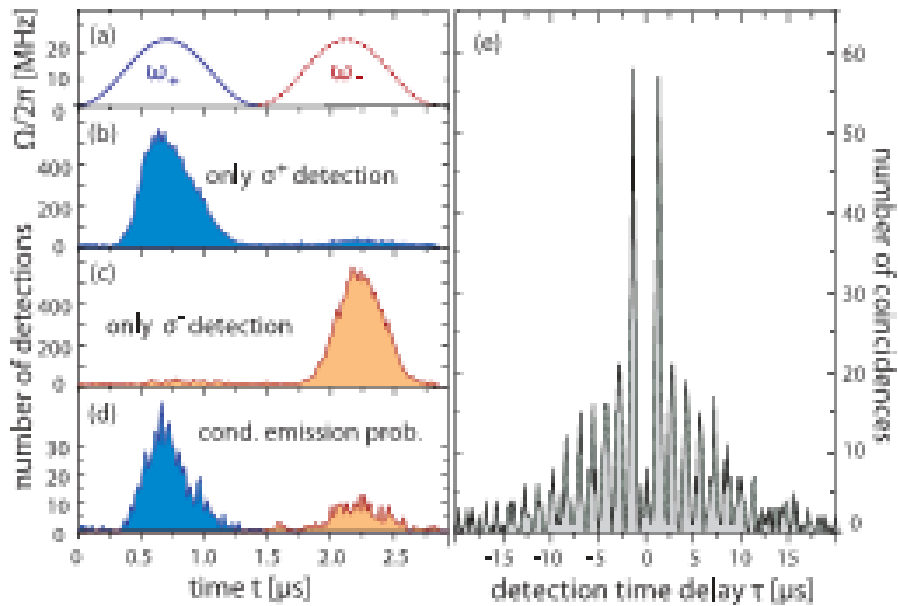
Նկ. 14.5. Միաֆոտոն ճառագայթման փոխազդեցության ռամանյան սխեմաները և արքի բովանդակային կառուցվածքը (St´u T. Wilk, S.C. Webster, et al. Phys. Rev. Lett. 98, 063601 (2007), Fig. 1):

Ենթադրենք ատոմը, որը ռեզոնատորում հայտնվում է՝ ազատվելով մագնիսաօպտիկական թակարդից (MOT, Նկ. 14.5(c)), նախապես գտնվում է  $|+1\rangle$ ՝ ամենափոքր էներգիայով վիճակում: Եթե գրգռող լազերային դաշտի հաճախությունն ընտրված է ինչպես ցույց է տրված Նկ. 14.5(a)-ում, ապա ռամանյան պրոցեսի արդյունքում ռեզոնատորում կհայտնվի  $\sigma^+$  բևեռացմամբ ֆոտոն, որի հաճախությունը հավասար կլինի ռեզոնատորի համալարման հաճախությանը: Ֆոտոնը ռեզոնատորի բարորակությամբ որոշվող ժամանակ հետո դուրս կգա ռեզոնատորից, իսկ ատոմը կմնա  $|−1\rangle$  մակարդակում: Նոր ռեզոնանսային պրոցես տեղի ունենալ չի կարող, ինչն էլ կապահովի միայն մեկ ֆոտոնի գեներացումը: Ռեզոնատորից մեկ այլ ֆոտոն առաջացնելու համար լազերի հաճախությունը բերվում է նոր արժեքի այնպես, որ պրոցեսն ընթանա  $|−1\rangle$ -ից  $|+1\rangle$  անցման շնորհիվ՝ հաղորդելով ծնվող ֆոտոնին  $\sigma^-$  բևեռացում: Քանի որ այդ երկու հաջորդական ֆոտոններն ունեն որոշակի և իրարից տարբեր բևեռացումներ, ապա բևեռային փնջային ճեղքիչի (PBS) օգնությամբ դրանք տարբերակվում և ուղղորդվում են տարածվելու երկու միամող, բևեռացումը պահպանող օպտիկական մանրաթելերով: Մանրաթելերի երկարությունների տարբերության շնորհիվ մանրաթելերով տարածվող միաֆոտոն լուսային իմպուլսները միաժամանակ են հասնում մանրաթելերի հանդիպման հանգույցում տեղադրված ոչ բևեռային փնջային ճեղքիչին: Դրանից հետո ֆոտոնները գրանցվում են հեղեղային ֆոտոդիոդներով, որոնց էլքային ազդանշանների համադրումը թույլ է տալիս ստանալ համընկնումների օրինաչափությունները, ներառյալ՝ երկրորդ կարգի կորելյացիոն ֆունկցիայի արժեքները:

Նկատենք, որ օրթոգոնալ բևեռացումների շնորհիվ առաջին կարգի կորեյացիան բացակայում է, ֆոտոնները «դասական» իմաստով չեն ինտերֆերենցում:

Միևնույն թույլ է տալիս մանրաթելերից մեկը փակելու միջոցով ունենալ նաև միաֆոտոն գրանցումներ: Նկ. 14.6-ում դրանք բերված են (b) և (c) պատկերներով: (a)-ն դրան գրգռող լազերային իմպուլսների տեսքերն են նույն ժամանակային առանցքի վրա:

Աջակողմյան գրաֆիկը ներկայացնում է դետեկտորների գրանցումների համընկնումների թիվը՝ կախված օպտիկական մանրաթելերի երկարությունների տարբերության միջոցով ֆոտոնների միջև ստեղծվող  $\tau$  ուշացման ժամանակից:

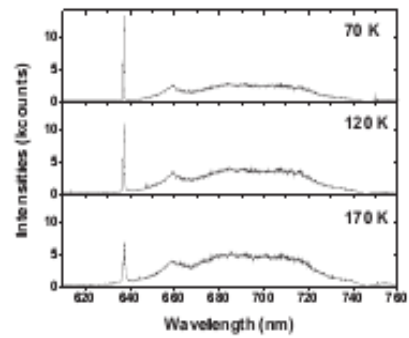
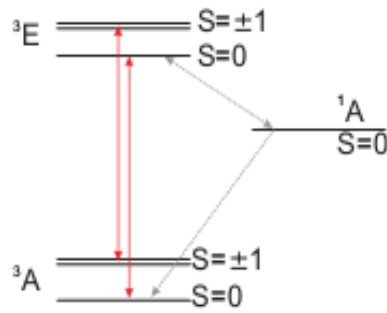


Նկ. 14.6. Ռեզոնատորային միաֆոտոն ճառագայթման աղբյուրի բնութագրիչները (St' u T. Wilk, S.C. Webster, et al. Phys. Rev. Lett. 98, 063601 (2007), Fig. 2):

Գրաֆիկի  $\tau = 0$  միջնակետում պիկի բացակայությունը խոսում է աղբյուրի միաֆոտոն բնույթի մասին: Հիմնական (երկու ֆոտոնների գրանցման) մաքսիմումներից հետո եկող մաքսիմումները պայմանավորված են երեք և ավելի ֆոտոնների գեներացումներով:

*Դեֆեկտներ հոծ կամ նանոբյուրեղային ալմաստում:* Ալմաստի բյուրեղները կարող են պարունակել բազմաթիվ դեֆեկտներ՝ բնական կամ ներմուծված իոնային նստեցման տեխնիկայով: Դեֆեկտի ամենացայտուն օրինակը ազոտ-վականսիա (դատարկություն) կենտրոնն է, որում ածխածնի երկու հարևան ատոմները փոխարինված են մեկ ազոտի ատոմով և մեկ վականսիայով (Նկ. 14.7, ձախ պատկերը): Քվանտային ինֆորմացիոն կիրառությունների համար հատուկ հետաքրքրություն է ներկայացնում լրացուցիչ էլեկտրոն գավթած կենտրոնը: Նրա մակարդակների աշխատանքային սխեման պատկերված է Նկ. 14.7-ի կենտրոնում: Հիմնական մակարդակն ունի տրիպլետ կառուցվածք: Կան երկու գրգռված վիճակներ՝ պայծառ տրիպլետ վիճակ և ավելի ցածր էներգիայով մետաստաբիլ սինգլետ վիճակ:





Նկ. 14.7. Ազոտ-վականսիա դեֆեկտը ալմաստի բյուրեղում, դեֆեկտի էներգետիկ մակարդակների սխեման և ֆլուրեսցենցիայի պատկերը  
(Physics of single quantum emitters, Fig. 170):

Հիմնական մակարդակից անցումը գրգռված մակարդակի ունի տեսանելի սպեկտրի 637 նանոմետր ալիքի երկարություն: Ֆոնոնային անցումների մեծ լայնական կտրվածք ունենալու հետևանքով անցումը կարող է մղվել կանաչ (532 նանոմետր) լույսի միջոցով: Այս դեպքում ճառագայթման սպեկտրում լինում է նաև կարմիր գույների լայն շերտ, ինչպես պատկերված է Նկ. 14.7-ի աջակողմյան գրաֆիկներում: Հոծ ալմաստում գրգռված վիճակի կյանքի տևողությունը 12.9 նանովայրկյան է:

Ազոտ-վականսիաները միաֆոտոն ճառագայթման հարմար աղբյուրներ են՝ ունեն դեկավարելի մագնիսական ենթամակարդակներ, կարող են աճեցվել արհեստականորեն և աշխատել սենյակային ջերմաստիճաններում:

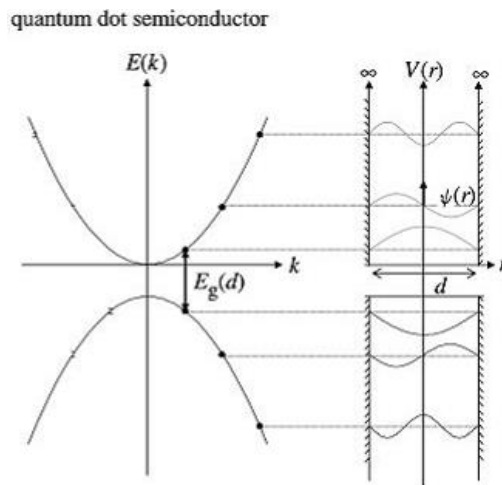
## § 15. Քվանտային կետ

Երբ ֆիզիկական համակարգն իր հոսանքակիրներով և գրգռումներով երեք ուղղություններով էլ մեծապես սահմանափակված է, ապա համակարգը կոչվում է «քվանտային կետ»: Այս բաժանումը փոքր-ինչ կամայականություն է պարունակում, քանի որ, օրինակ, մի քանի ատոմից կազմված կլաստերն անհրաժեշտորեն չի դիտվում որպես քվանտային կետ: Թեպետ այդպիսի կլաստերների չափերը պակաս են հոսանքակիրների դե Բրոյլի ալիքի երկարությունից, դրանց հատկությունները խստորեն կախված են ատոմների ճշգրիտ քանակից: Ավելի մեծ կլաստերներն ունենում են հստակ որոշակի բյուրեղացանց, և դրանց հատկությունները այլևս կախված չեն ատոմների ճշգրիտ քանակից: «Քվանտային կետ» անվանում ենք նման համակարգերը (տրամագծերը՝ 2-10 նմ):

Նրանց վարքը նման է ատոմների վարքին որոշ առումներով (օրինակ՝ դիսկրետ էներգետիկ կառուցվածքը), բայց տարբերվում է մյուսներում (թույլատրվում է տարբեր տեսակի անցումներ, իհիստ կապված է միջավայրի հետ և այլն): Այս պատճառով քվանտային կետերը նաև կոչվում են «արհեստական ատոմներ»:

Քանի որ շատ քվանտային երևույթներ ավելի ցայտուն են կիսահաղորդիչներում, քան մետաղներում, մենք կկենտրոնանանք կիսահաղորդչային նյութի վրա: Կիսահաղորդիչներում, ինչպես դա ներկայացվել է §5-ում, հոսանքակիրներ են էլեկտրոնները և խոռոչները՝ էլեկտրոնների «դատարկ» վիճակները վալենտական գոտում, երբ այդտեղից էլեկտրոններն անցնում են

հաղորդական գոտի: Վալենտական և հաղորդական գոտիները բաժանված են արգելված էներգիաների գոտիով: Վիճակի հիմնական բնութագրիչ քվազիիմպուլս (ալիքային թիվ) – էներգիա դիսպերսիոն կորերը (գրգռված հաղորդական գոտու հատակին մոտ վիճակներում էլեկտրոնների համար և վալենտական գոտու տանիքին մոտ վիճակներում խոռոչների համար) բավականին լավ նկարագրվում են պարաբոլական կախվածություններով (Տե՛ս օրինակ 4.4ա նկարը): Դրան հարկ է հավելել քվանտային կետի փոքր չափերի արդյունքում քվազիիմպուլսի (ալիքային թվի) հնարավոր արժեքների դիսկրետությունը: Այն սխեմատիկորեն մեկնաբանված է Նկ. 15.1-ում, որտեղ կիսահաղորդչային քվանտային կետի պոտենցիալը ներկայացված է որպես նրա  $d$  տրամագծին հավասար լայնության անվերջ խորը պոտենցիալային հոր:



Նկ. 15.1. (Տե՛ս Parak W.J., *Nanotechnology: Principles and Fundamentals*, WILEY-VCH Verlag, (2008), Fig. 4.8):

Վերին պարաբոլը վերաբերում է հաղորդական գոտուն, նրանում գտնվող էլեկտրոններին, իսկ ներքինը՝ վալենտական գոտուն, նրանում գտնվող խոռոչներին: Պարզության համար էլեկտրոնների և խոռոչների զանգվածները ենթադրված են հավասար:

Պարաբոլների վրա խոշորացված կետերով առանձնացված են ալիքային թվի պոտենցիալային հորի դիսկրետ էներգետիկ մակարդակների հետ, որոնք որոշվում են պոտենցիալի պատերի վրա ալիքային ֆունկցիայի զրո դառնալու պայմանից: Ինչպես տեսնում ենք, արգելված գոտու  $E_g(d)$  լայնությունը, հաշված էլեկտրոնի և խոռոչի ամենափոքր հնարավոր էներգիաների միջև, պոտենցիալային հորում լիցքակիրների զրոյական էներգիաների գումարի չափով ավելին է, քան հոծ անընդհատ նյութի դեպքում պարաբոլների գագաթների միջև  $E_g(bulk)$  հեռավորությունը:

Այժմ ծանոթանանք քվանտային կետի տեսության տարրերին: Էլեկտրոն-խոռոչ համակարգի համիլտոնյանը հոծ անընդհատ կիսահաղորդչում կլինեք

$$H = -\frac{\hbar^2}{2M_h} \nabla_h^2 - \frac{\hbar^2}{2M_e} \nabla_e^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon|\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h|}, \quad (15.1)$$

որտեղ առաջին երկու անդամը ներկայացնում են խոռոչի և էլեկտրոնի կինետիկ էներգիաները, երրորդ անդամը՝ նրանց միջև կուլոնյան ձգողությունը:  $\epsilon$  -ը կիսահաղորդչային միջավայրի

դիէլեկտրիկ թափանցելիությունն է: Փոքր, սահմանափակ չափերով քվանտային կետի դեպքում հարկ է հաշվի առնել, որ այն գործում է որպես պոտենցիալային հոր և գրել

$$H = -\frac{\hbar^2}{2M_h} \nabla_h^2 - \frac{\hbar^2}{2M_e} \nabla_e^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon|\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h|} + V_h + V_e, \quad (15.2)$$

որտեղ  $V_e$ -ն ու  $V_h$ -ը գրո են քվանտային կետի ներսում և որոշ հաստատուն  $V_0$  կախված քվանտային կետի և շրջապատող միջավայրերից:

Քվանտային մեխանիկայի դասընթացից լավ հայտնի է, որ  $d$  չափերով անվերջ խորը պոտենցիալային հորում մասնիկի էներգիաները տրվում են  $2\pi^2\hbar^2n^2/Md^2$  բանաձևով ( $n=1,2,\dots$  էներգետիկ մակարդակի համարն է՝ հաշված հատակից), իսկ էլեկտրաստատիկ փոխազդեցության էներգիան  $e^2/\pi\epsilon_0\epsilon d$  կարգի է: Հակադարձ քառակուսային կախվածությունը  $d$  չափերից մասնիկի գերման էներգիայում, ի համեմատ հակադարձ գծային կախվածության, էլեկտրաստատիկ էներգիայում նշանակում է, որ փոքր չափերի սահմանում գերման անդամը գերակշռում է: Այնպես որ, նախ կհաշվենք կապի էներգիան և ալիքային ֆունկցիան քվանտային կետի պոտենցիալային հորում և ապա կուլոնյան էներգիան կոնիտարկենք որպես խոտորում նրա նկատմամբ: Հաշվարկները կկատարենք գնդաձև հորի առաջին էներգետիկ վիճակի համար, որը սֆերիկ սիմետրիկ է և չունի անկյունային մոմենտ: Այս մոտարկմամբ էլեկտրոնը և խոռոչը հորում գործում են իրարից անկախ և յուրաքանչյուրի համար համիլտոնյանը տրվում է

$$H = -\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 + V(r) \quad (15.3)$$

արտահայտությամբ, որի համապատասխան Շրեդինգերի հավասարումն է՝

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi(r)}{\partial r} \right) + V(r)\psi(r) = E\psi(r), \quad (15.4)$$

կամ, փոքր ձևափոխություններից հետո՝

$$\frac{\partial^2 \psi(r)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \psi(r)}{\partial r} + \frac{2M(E - V(r))}{\hbar^2} \psi(r) = 0: \quad (15.5)$$

Պարզության համար հետագայում կնշանակենք՝

$$k_{out} = \sqrt{\frac{2M(V_0 - E)}{\hbar^2}}, \quad k_{in} = \sqrt{\frac{2M^*E}{\hbar^2}}, \quad (15.6)$$

որտեղ  $M^*$ -ը հոսանքակրի էֆեկտիվ զանգվածն է: (15.5)-ի լուծումները Բեսելի ֆունկցիաներն են: Ընդունելով գնդի կենտրոնում ալիքային ֆունկցիան վերջավոր՝ ստանում ենք

$$\psi_{in}(r) = A \frac{\sin k_{in}r}{k_{in}r}, \quad r < d/2: \quad (15.7)$$

Գնդից դուրս ալիքային ֆունկցիան ձգտում է զրոյի, և ունենում ենք

$$\psi_{out}(r) = B \frac{\exp k_{out}r}{k_{out}r}, \quad r > d/2: \quad (15.8)$$

Գնդային  $R = d/2$  մակերևույթի վրա ալիքային ֆունկցիայի և նրա ածանցյալի անընդհատությունն ընդունված է փոխարինել լոգարիթմական ածանցյալի անընդհատությամբ, նորմավորված հորի ներսում և դրսում լիցքակրի  $M^*$  և  $M$  զանգվածներով:

$$\frac{1}{M^* \psi_{in}(R)} \frac{d\psi_{in}(R)}{dr} = \frac{1}{M \psi_{out}(R)} \frac{d\psi_{out}(R)}{dr} \quad (15.9)$$

Ալիքային ֆունկցիաների (15.7) և (15.8) տեսքերի տեղադրումն անմիջականորեն տալիս է՝

$$\frac{1}{M^*} \left( -\frac{1}{R} + k_{in} \operatorname{ctg}(k_{in}R) \right) = -\frac{1}{M} \frac{1+k_{out}R}{R} \quad (15.10)$$

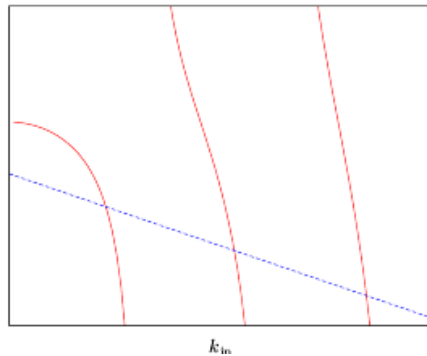
Այստեղ հարկ է օգտագործել (15.6) սահմանումները,  $k_{out}$ -ն արտահայտել  $k_{in}$ -ի միջոցով.

$$k_{out} = \sqrt{\frac{M}{M^*}} \sqrt{\frac{2M^*V_0}{\hbar^2} - k_{in}^2}, \quad (15.11)$$

և տեղադրել (15.10)-ում: Արդյունքում ստանում ենք

$$k_{in}R \operatorname{ctg}(k_{in}R) = 1 - \frac{M^*}{M} - \sqrt{\frac{M^*}{M} \left( k_{in}^2 + \frac{M^*V_0}{\hbar^2} \right)} R^2 \quad (15.12)$$

հավասարումը: Այն որոշում է (Տե՛ս նկ. 15.2-ի գրաֆիկական մեթոդը) ալիքային թվի և դրանով օրբիտալ շարժման քվանտային թվի գրո արժեքի դեպքում էներգիայի թույլատրելի արժեքները (դիսկրետ էներգետիկ սպեկտրը) և համապատասխան ալիքային ֆունկցիաները:



Նկ. 15.2. (Տե՛ս Vachaspati P., *Quantum Dots: Theory, Application, Synthesis, Chemistry*, (2013), Fig. 2):

Հիշյալ գրոյական էներգիաները խոր հորի մոտավորությամբ որոշվում են

$$E_{well}(d) = \alpha \frac{4\pi^2 \hbar^2}{Md^2} \quad (15.13)$$

բանաձևով, որտեղ  $\alpha = 3/8$ ՝ խորանարդաձև քվանտային կետի համար, և  $\alpha = 1/2$ ՝ գնդաձև քվանտային կետի համար: Վերջինիս ավելի մեծ լինելու պատճառն այն է, որ նույն չափերի գնդի ծավալն ավելի փոքր է, քան խորանարդինը: Քվանտային սահմանափակության արդյունքը բավականին ուժեղ է՝  $E_{well}(d) \propto 1/d^2$ ՝ ցանկալի տեխնոլոգիական կիրառությունների համար:

(15.13) բանաձևը վերաբերում է լիցքակիրներից յուրաքանչյուրին, այնպես որ էլեկտրոն-խոռոչ գույզի համար կարող ենք գրել

$$E_{well} = \alpha \frac{4\pi^2 \hbar^2}{M^* d^2}, \quad (15.14)$$

որտեղ  $1/M^* = 1/M_e + 1/M_h$ , որտեղ  $M_e$ -ն ու  $M_h$ -ը համապատասխանաբար էլեկտրոնի և խոռոչի զանգվածներն են:

Էլեկտրոն-խոռոչ փոխազդեցության էներգիայի հավելումը ներառելու համար, համաձայն քվանտային մեխանիկայի կանոնների, կուլոնյան էներգիայի

$$V_{Coul} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon|\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h|}$$

արտահայտությունը միջինանում է էլեկտրոն-խոռոչ զույգի  $\psi_{pair}(\mathbf{r}) = \psi_e(\mathbf{r}_e)\psi_h(\mathbf{r}_h)$



Շարլ Կուլոն

ալիքային ֆունկցիայով, այսինքն՝

$$E_{Coul} = -\langle \psi_e(\mathbf{r}_e)\psi_h(\mathbf{r}_h) | \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon|\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h|} | \psi_e(\mathbf{r}_e)\psi_h(\mathbf{r}_h) \rangle,$$

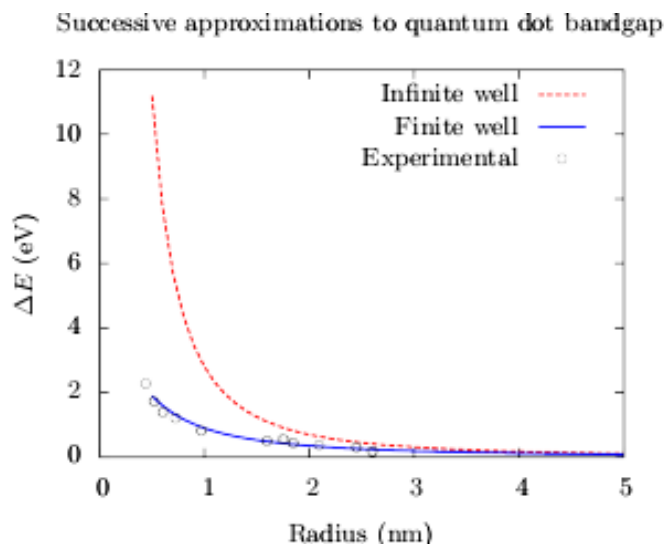
կամ

$$E_{Coul} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int \frac{\psi_e(\mathbf{r}_e)^2 \psi_h(\mathbf{r}_h)^2}{\sqrt{r_e^2 + r_h^2 - 2\mathbf{r}_e \cdot \mathbf{r}_h}} \sin\theta_e \sin\theta_h r_e^2 r_h^2 dr_e d\theta_e dr_h d\theta_h d\varphi:$$

Այս ինտեգրալը չունի պարզ անալիտիկ արտահայտություն և հաշվվում է թվային մեթոդներով: Խոր պոտենցիալային հորի սահմանում

$$E_{Coul} \approx -\frac{1.8e^2}{2\pi\epsilon_0\epsilon d}: \quad (15.15)$$

Պոտենցիալային հորի խորությունը փոքրանալիս կուլոնյան ներդրումը փոքրանում է, քանի որ մեծանում է ալիքային ֆունկցիայի արտահոսքը հորից, և համապատասխանաբար մեծանում են էլեկտրոն-խոռոչ զույգի արդյունաբար չափերը: Կադմիումի սուլֆիդի (CdS) քվանտային կետի համար, օրինակ,  $V_0 = 1.25$  էՎ, և ներդրումն ընդհանուր էներգիայի մեջ կազմում է մոտ տասը տոկոս: Կուլոնյան խտտորման տեսական և փորձարարական տվյալները, կախված CdS գնդաձև քվանտային կետի չափերից, բերված է Նկ. 15.3-ում: Ավելի ուժեղ կապված ինդիում ֆոսֆատի (InP) քվանտային կետի  $V_0 = 1.83$  էՎ, և ներդրումն ընդհանուր էներգիայի մեջ կազմում է արդեն մոտ երեսուն տոկոս:



Նկ. 15.3. (Sk' u Vachaspati P., Quantum Dots: Theory, Application, Synthesis, (2013)):

Ամփոփելով քվանտային կետի արգելված գոտու համար կարող ենք գրել

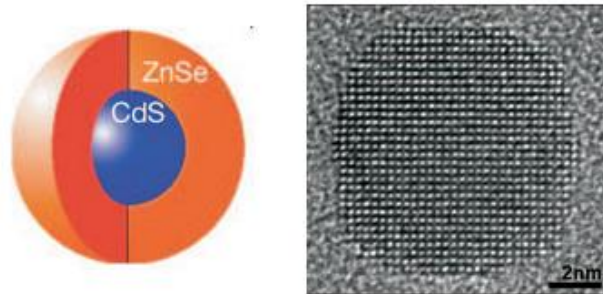
$$E_g(d) = E_g(\text{bulk}) + \alpha \frac{4\pi^2 \hbar^2}{M^* d^2} - \frac{1.8e^2}{2\pi\epsilon_0 \epsilon d} \quad (15.16)$$

Այն, իհարկե, առաջին մոտավորությամբ: Այնպիսի երևույթներ, ինչպիսիք են բյուրեղի անիզոտրոպությունը և սպին-օրբիտալային փոխազդեցությունը, պահանջում են ավելի բարդ հաշվարկներ:

Հիմնական (15.16) արտահայտությունը պարունակում է քվանտային կետի չափերից կախված երկու անդամներ՝ քվանտային սահմանափակության (չափային քվանտացման) էներգիան, որը փոխվում է  $1/d^2$  օրինաչափությամբ, և կուլոնյան ձգողության էներգիան՝ փոփոխման  $1/d$  օրինաչափությամբ: Առաջինը մեծացնում, երկրորդը փոքրացնում է արգելված գոտու լայնությունը հոծ անընդհատ միջավայրի նկատմամբ: Քվանտային կետի փոքր չափերի դեպքում գերակշռում է քվանտային սահմանափակության ազդեցությունը: Չափային կախվածության առկայությունը կարող է օգտագործվել վերահսկվող օպտիկական հատկություններով նյութերի նախագծման համար:

*Կոլոիդային քվանտային կետերը* սֆերիկ տեսքի, միջուկ-պատյան կառուցվածքով նանոմասնիկներ են, որոնք լուծույթում ձևավորում են բյուրեղներ (Նկ. 15.4):

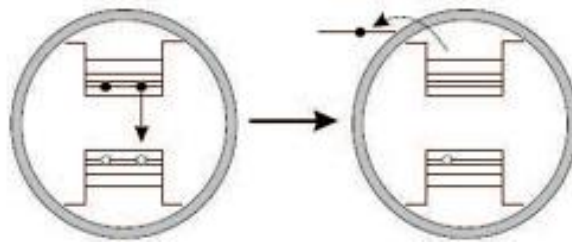
Նանոբյուրեղները կարող են սինթեզվել բարձր համասեռությամբ և չափերի համեմատաբար մեծ տիրույթում, ինչն իր հերթին թույլ է տալիս ստանալ ալիքի երկարությունների լայն տիրույթ: Լուծույթները կարող են լինել ոչ միայն ծավալային, այլ նաև մակերևութային՝ պատելով լավ մաքրված մակերևութային բարակ շերտերով:



Նկ. 15.4. (Physics of single quantum emitters, Fig. 165).

Լինելով հանդերձ կիսահաղորդչային կառույցներ՝ նրանք տարբերվում են իրենց ֆիզիկական հատկություններով էպիտաքսային քվանտային կետերից.

- գերող պոտենցիալի մեծության հետևանքով ճառագայթման հաճախություններն ընկած են սպեկտրի տեսանելի տիրույթում և աշխատում են սենյակային ջերմաստիճաններում,
- քվանտային կետում մեկից ավելի էքսիտոնների առկայության դեպքում ճառագայթման էֆեկտիվությունն ընկնում է ի հաշիվ նրա, որ տեսանելի տիրույթ անցնելիս հետհարվածի էներգիայի մեծացման հետևանքով մեծանում է հավանականությունը, որ էքսիտոններից մեկի ռեկոմբինացիայի պրոցեսը մյուս էքսիտոնին դուրս կնետի քվանտային կետից, ինչպես պատկերված է Նկ. 15.5-ում բիէքսիտոնի դեպքում:

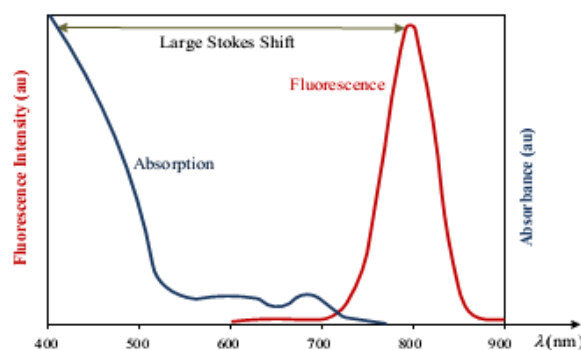


Նկ. 15.5. (Sté u Brokmann et al., *New. J. Phys.* 6, 99 (2004), Fig. 2):

- Կոլոիդային նանոբյուրեղները ենթակա են նաև գունազրկման:

*Օպտիկական հատկությունները:* Քվանտային կետի ճառագայթած ֆոտոնի ալիքի երկարությունը կախված է ոչ թե այն նյութից, որից կետը պատրաստված է, այլ դրա չափերից: Քվանտային կետի չափը վերահսկելու ունակությունը թույլ է տալիս արտադրողին որոշել ճառագայթման ալիքի երկարությունը, որն իր հերթին որոշում է լույսի գույնը, որն անհրաժեշտ է այս կամ այն կիրառության համար: Որքան փոքր է կետը, այնքան գույնն ավելի մոտ է սպեկտրի կապույտ եզրին, և որքան մեծ է կետը, այնքան ավելի մոտ է կարմիրին: Լույսի ուլտրամանուշակագույնից մինչև ինֆրակարմիր տիրույթի (400-4000 նմ) ալիքի երկարությունները կարող են հասանելի լինել ի հաշիվ նանոմասնիկի չափերի և կազմության փոփոխության: Քվանտային կետերի ամենատարածված առանձնահատկություններից մեկը կլանումների նկատմամբ ֆոտոյումինեսցենցիայի կարմիր տեղաշարժն է, որը նաև կոչվում է սթոքսյան տեղաշարժ: Այն քվանտային կետի կլանման և ճառագայթման կորերի զագաթնակետային ալիքների երկարությունների միջև տարբերությունն է (Նկ. 15.6): Ճառագայթման ֆոտոնի էներգիան (ալիքի երկարությունը) սովորաբար ավելի ցածր է (ավելի բարձր է), քան գրգռմանինը:

Գրգռման և ճառագայթման սպեկտրների միջև մեծ բաժանումը մեծացնում է գրանցման զգայնությունը, քանի որ քվանտային կետի ճառագայթման ամբողջ սպեկտրը կարող է գրանցվել առանց կլանումների ներազդեցությունների: Քվանտային կետի շառավղի մեծացմանը զուգընթաց կարմիր շեղումը նվազում է և անհետանում որոշակի շառավղից դուրս տիրույթում:



Նկ. 15.6. (Sté u Brikic S., *Europ. Internat. J. of Science and Technology*, 5, 98 (2016), Fig. 5):

Բացի դա, քվանտային կետերն ունեն շատ լայն կլանման սպեկտրներ ու կարող են գրգռվել ալիքի երկարությունների տեսանելի և հեռու ուլտրամանուշակագույն դիապազոններում:

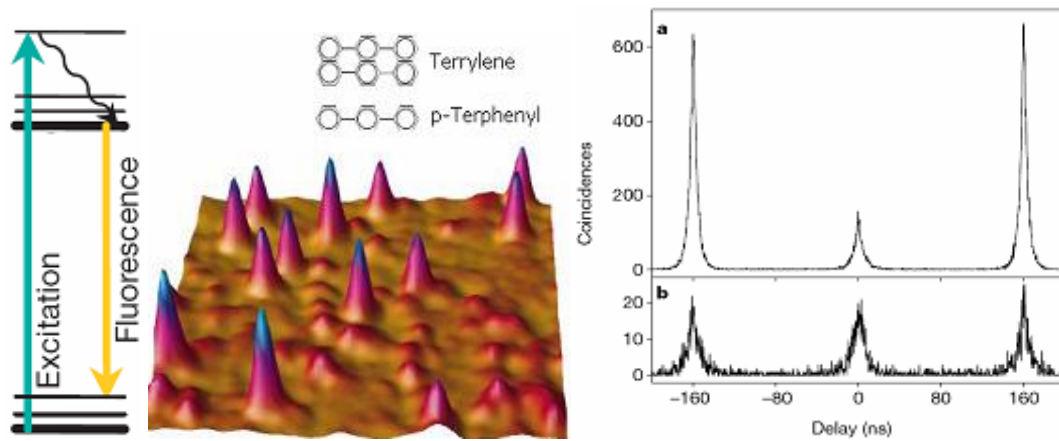
*Արևային էլեմենտներ:* Ավանդական արևային էլեմենտը բաղկացած է մեծ սիլիկոնային p-n միացությունից: Երբ սիլիցիումի արգելված գոտին գերազանցող էներգիայով ֆոտոնը ընկնում է արևային էլեմենտ, այն գրգռում է սիլիցիումի արգելված գոտուն ճիշտ հավասար էներգիայով էլեկտրոն: Արգելված գոտուց փոքր էներգիայով ֆոտոններն անցնում են սիլիցիումով և չեն ներդնում էլեկտրական էներգիայի արտադրության մեջ: Մա հանգեցնում է լարման և հոսանքի միջև արգելված գոտու լայնությունից կախված առնչության: Եթե արգելված գոտու լայնությունը փոքր է, ապա մեծ թվով ընկնող էլեկտրոններ կարող են անցնել հաղորդական գոտի (կիսուն ավելի մեծ հոսանքներ), բայց էլեկտրոնները կունենան փոքր էներգիաներ (կգեներացվեն ավելի ցածր լարումներ): Եթե արգելված գոտու լայնությունը, հակառակը, մեծ է, ապա քիչ թվով ընկնող ֆոտոններ են գրգռում էլեկտրոններ, բայց էլեկտրոններն օժտված են բարձր էներգիաներով:

Արևը կարող է ներկայացվել որպես սև մարմին՝ 6000 K մակերևութային ջերմաստիճանով: Այս պայմաններում արևային էլեմենտի առավելագույն արդյունավետությունը, որն ընդհանուր դեպքում կախված է արգելված գոտու լայնությունից, ունի 33.7% առավելագույն հնարավորություն: Սիլիցիումային արևային էլեմենտները հետազոտական պայմաններում ցուցաբերում են նման արդյունավետություն: Այս սահմանափակումը, սակայն, վերաբերում է միայն մեկ անցումային շերտով և մեկ արգելված գոտով էլեմենտին: Այն հաղթահարելու համար տարբեր չափի քվանտային կետերը կարող են կազմել մեկը մյուսի վրա դասավորված շերտեր, որոնցում առավել լայն արգելված գոտով շերտը վերնում է: Ընկնող ֆոտոնները կանցնեն լայն արգելված գոտիներով քվանտային կետերն այնքան ժամանակ, մինչև կհասնեն իրենց էներգիայից փոքր արգելված գոտով շերտի: Բավարար թվով շերտերի առկայության դեպքում յուրաքանչյուր ֆոտոն կգրգռի իր էներգիային շատ մոտ էներգիայով էլեկտրոն, և պարապուրդը կլինի շատ փոքր: Անվերջ թվով շերտերի տեսական սահմանում արդյունավետությունը մոտենում է 86% թերմոդինամիկական սահմանին:

*Ֆլուորեսցենցող մոլեկուլներ:* Մոլեկուլների օգտագործումը ձգում է նրանով, որ որոշակի ժամանակամիջոցում այն կարող է ճառագայթել միայն մեկ ֆոտոն: Այն պահանջում է գրգռում-ճառագայթում լրիվ ցիկլի իրականացում, նախքան կարող են ճառագայթել երկրորդ ֆոտոնը: Գրգռման համար ընդհանուր դեպքում օգտագործվում են լազերային իմպուլսներ, սակայն ցիկլիկության հետևանքով կարող են օգտագործվել նաև անընդհատ լազերներ:

Ճառագայթված ֆոտոնն ընկնող լազերային ֆոտոններից տարբերակելու համար օգտագործվում է ֆլուորեսցենցիայի քառամակարդակ սխեման (Նկ. 15.7): Մոլեկուլը նախ գրգռվում է առաջին էլեկտրոնային վիճակի տատանողական մակարդակ: Տեղի է ունենում ոչ ճառագայթային անցում ավելի ցածր ընկած մակարդակ, որից անցումը ներքևի էլեկտրոնային վիճակի տատանողական վերին մակարդակ ուղեկցվում է հետաքրքրություն ներկայացնող ֆոտոնի ճառագայթմամբ: Ցիկլը փակվում է ոչ ճառագայթային ռելաքսացիայով հիմնական էներգետիկ մակարդակ: Ֆոտոնի տարանջատման համար բավական է լինում նեղ թողարկման պատուհանով ֆիլտր:





Նկ. 15.7. (Տե՛ս B. Lounis and M. Orrit, *Single-photon sources. Rep. Prog. Phys.* 68, 1129 (2005), (Physics of quantum field emitters, Fig. 159)):

Աղբյուրի ծառայողական ժամկետի համար անհրաժեշտ է, որ մոլեկուլները լինեն ջերմակայուն, քանի որ լազերային իմպուլսի միջոցով մոլեկուլի գրգռումը բերում է նրան շրջապատող միջավայրի խիստ տաքացման, իսկ առանձին մոլեկուլի ընտրությունը և գրգռումը տեղի են ունենում ֆլուրեսցենտային միկրոսկոպի միջոցով: Մակերևույթի մի փոքր տեղամասի այդպիսի պատկեր բերված է Նկ. 15.7-ում:

Աղբյուրի միաֆոտոն բնույթն ապահովելու համար հարկ է ընտրել պարամետրերի այնպիսի արժեքներ, որոնք կբացառեն գրգռման ավելի բարձր էլեկտրոնային վիճակներ՝ միաժամանակ ապահովելով միաֆոտոն գրգռման համարյա 100% հավանականություն: Ստուգելու համար որքանով է այն տեղի ունենում իրական պայմաններում, կառուցվում է նույն մոլեկուլից երկու ֆոտոնների գրանցման հավանականության կախումը դրանց ուղիների միջև ստեղծվող ուշացման ժամանակից (Նկ. 15.7-ի աջից վերին գրաֆիկը): Մեկնաբանության հավաստելիությունը բարձրացնելու նպատակով նույն գրաֆիկը կառուցված է նաև մեծ թվով մոլեկուլներ պարունակող տեղամասից եկող ֆլուրեսցենցիայի համար: Ինչպես տեսնում ենք առաջին գրաֆիկից, մոլեկուլի երկֆոտոն ճառագայթման հավանականությունը միաֆոտոնի նկատմամբ այնքան էլ փոքր չի (միջին պիկի համեմատումը կողային պիկերի հետ):

Սա երկֆոտոն ճառագայթման որոշ չափով թույլ ճնշում է: Էֆեկտիվությունը բարձրացնելու տեսական հնարավորությունները սպառված չեն և համարվում է միաֆոտոն ճառագայթման աղբյուրի ամենախոստումնալից միջոցը: Հիմնական թերի կողմը, այնուամենայնիվ, աղբյուրի ոչ ծավալային՝ մակերևութային ստրուկտուրան է, գոնե առայժմ:

*Քվանտային գեյթեր:* Քվանտային կետերը լավ մոտարկում են երկմակարդակ համակարգը, այնպես որ մենք դրանց կարող ենք օգտագործել որպես քյուբիթներ՝ նույնացնելով գրգռման բացակայությունը ( $|g\rangle$  վիճակը)  $|0\rangle$  քյուբիթի հետ, իսկ բացակայությունը ( $|e\rangle$  վիճակը)՝  $|1\rangle$  քյուբիթի հետ: Էլեկտրադիպոլային փոխազդեցությունը տալիս է դրանց օպտիկական մեթոդներով կառավարման հնարավորություն:

Պրակտիկ հետաքրքրություն ներկայացնելու համար դրանք, այնուամենայնիվ, պետք է բավարարեն որոշ պահանջների.

- լինեն մասշտաբայնացող ֆիզիկական համակարգ՝ հստակ սահմանված քյուբիթներով,
- բերվեն պարզ վստահելի սկզբնական պայմանների, ինչպիսին է  $|000\dots\rangle$ -ն,

- ունենան գործողությունների համար անհրաժեշտից շատ ավելի երկար կոհերենտության ժամանակ,

- ունենան քվանտային գեյթերի (փականների) ունիվերսալ հավաքածու,
- թույլատրեն բարձր քվանտային արդյունավետության չափումներ քյուբիթների վրա:

Քյուբիթային իրականացումներից մեկը  $|g\rangle$  վիճակին համապատասխանության մեջ է դնում էքսիտոնային վակուումային վիճակը (կիսահաղորդչային բյուրեղի հիմնական վիճակը), իսկ  $|e\rangle$  վիճակին՝ էքսիտոնի հիմնական վիճակը: Քյուբիթային մյուս իրականացումը ելնում է լիցքավորված քվանտային կետում գերված էլեկտրոնի սպինի օգտագործումից: Այստեղ սեղմ կներկայացնենք համեմատաբար պարզ՝ էքսիտոնային իրականացման հնարավորությունները:

Առաջին՝ մասշտաբայնացման պահանջը ենթադրում է, որ յուրաքանչյուր քվանտային կետում պետք է գործի միայն մեկ էքսիտոն: Բացի դա, յուրաքանչյուր քվանտային կետ պետք է ունենա մյուսներից որոշ չափով տարբեր օպտիկական անցման հաճախություն, որպեսզի հնարավոր լինի առանձնացնել դիմումները քյուբիթներից յուրաքանչյուրին: Կամ նույն նպատակի համար քյուբիթները պետք է տարածապես լավ տարանջատված լինեն (կամ լինի մեկի և մյուսի կոմբինացիան):

Սկզբնական պայմանի ձևավորման գործը շատ պարզ է: Քանի որ էքսիտոն-վակուումային  $|g\rangle$  վիճակը  $|0\rangle$  վիճակ է, ապա սկզբնական վիճակի իրականացման համար պետք է ընդամենը համակարգը ազատ թողնել, որ բոլոր բնակեցվածությունները մարեն (ջերմային հավասարակշիռ բնակեցումներն անգամ սենյակային ջերմաստիճաններում արհամարհելի փոքր են)՝ բոլոր քյուբիթերը տանելով  $|0\rangle$  վիճակ: Ինքնակազմակերպված քվանտային կետերի համար ճառագայթային մեխանիզմով մարման 1 նանովայրկյանի կարգի ժամանակները կարող են լինել երկար ընթացիկ գործառույթների համար, սակայն ընդունելի՝ սկզբնական վիճակի նախապատրաստման համար:

Էքսիտոններն ունեն վերամիավորման կարճ տևողություն: Լավատեսական գնահատումներով այն մոտ մեկ նանովայրկյան է: Գործողությունների շատ ավելի կարճ տևողություններն, այնուամենայնիվ, թույլ են տալիս տեղավորվել այս սահմաններում: Բլոխի սֆերայի տերմիններով՝  $\hat{z}$  առանցքի շուրջ պտույտը շատ արագ է, 5–6 ֆեմտովայրկյան, սակայն պտույտն ըստ լայնության կազմում է մոտ 10 պիկովայրկյան: Դա նշանակում է, որ կոհերենտության ժամանակում հնարավոր կլինի իրականացնել ընդամենը 100 գործողություն: Կիրառական հեռանկարներն այստեղ կապված են այնպիսի իրավիճակների ստեղծման մեջ, ինչպես, օրինակ, տեղադրումը ոչ ռեզոնանսային միկրոռեզոնատորներում, որոնք կմեծացնեն էքսիտոնի սպոնտան վերամիավորման ժամանակը:

Քվանտային գեյթերի ունիվերսալ հավաքածուի հնարավորություն, ինչպես գիտենք, տալիս է միաքյուբիթ գեյթերի և երկքյուբիթ խճճված վիճակների CNOT գեյթի համակցումը: Քվանտային կետերում կարող են իրականացվել կամայական միաքյուբիթ գործողություններ, սակայն խճճված վիճակների վստահ իրականացումը կարիք ունի կատարելագործման:

Եվ վերջինը, էքսիտոնային մեթոդն առաջարկում է քվանտային չափումների գերազանց արդյունավետություն, քանի որ համակարգը ճառագայթում է ֆոտոն, միայն եթե գտնվում է  $|1\rangle$  վիճակում: Սահմանափակումներն այստեղ զուտ տեխնիկական են և կարող են շրջանցվել խելամիտ ալգորիթմի ընտրությամբ ու փորձի բազմակի կրկնությամբ:

## § 16. Միամասնիկ քվանտային դետեկտոր

Առանձին մասնիկների գրանցումը և դրանից հետևող ուսումնասիրությունները առանցքային կարևորություն են ունեցել և ունեն հիմնարար ֆիզիկայի և տեխնոլոգիաների զարգացման համար՝ սկսած բարձր էներգիաներից մինչև գերսառեցված քվանտային գազերը և քվանտային օպտիկան: Առանձին մասնիկի առաջին գրանցումը կատարել է Վիլսոնը ներկայումս իր անունով կոչվող հագեցած գոլորշիների կամ մառախուղային խցիկում (1912 թ.):



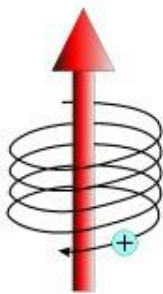
Չարլզ Վիլսոն

Քվանտային ֆիզիկայի հնարավորությունները միամասնիկ մակարդակում որակական նոր տեսք ստացան, երբ փորձարարները գլուխ բերեցին ազատության ներքին և արտաքին ազատության աստիճանների համատեղ ղեկավարումը: Դրանք առաջինն իրականացվել են էլեկտրոնների (1973 թ.) և իոնների (1980 թ.) պոտենցիալային թակարդներում: Ներկայումս տեխնոլոգիան ունի շատ հարուստ ներկայակ: Մենք կքննարկենք միայն գերցածր ջերմաստիճաններում գտնվող ատոմների գրանցման հնարավորությունները (երբ ատոմի համընթաց շարժման քվանտային բնույթը լրիվությամբ ի հայտ է գալիս) և ֆոտոնային դետեկտորները: Ի դեպ, առավել զգայուն ատոմական դետեկտորներում էլ ֆոտոնների գրանցումով է ամփոփվում չափման գործընթացը:

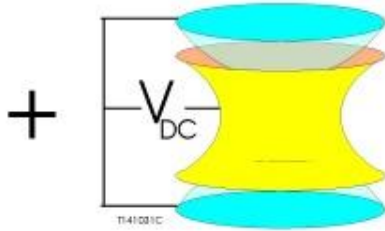


*Գերսառը ատոմական իոնների գերումը* և պահանջվող քվանտային վիճակի նախապատրաստումը կատարվում են Պենինգի կամ Պաուլի թակարդներում: Պենինգի թակարդում (Նկ. 16.1) երկու թասակաձև (պտտման հիպերբոլոիդի) և մեկ օղակաձև էլեկտրոդների միջոցով ստեղծվում է կվադրուպոլային էլեկտրաստատիկ դաշտ: Ստեղծված համապոտենցիալ մակերևույթները թամբաձև են (Նկ. 16.2) և տրվում են Ֆրանս Պենինգ

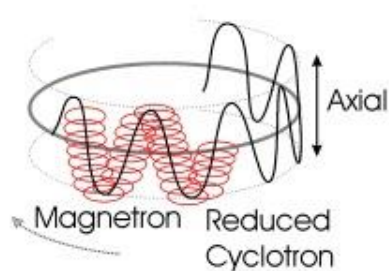
Uniform B-field



Quadrupolar Electrostatic Potential



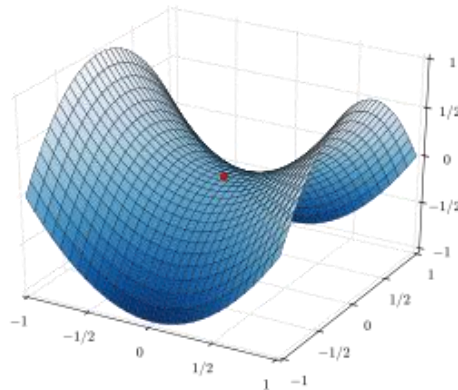
3 Normal Modes



Նկ. 16.1. Պենինգի թակարդը լիցքավորված մասնիկին գերում է մագնիսական և կվադրուպոլ էլեկտրական կոմբինացված դաշտի միջոցով:

$$\Phi(x, y, z) = \frac{U_0}{r_0^2 + 2z_0^2} (x^2 + y^2 - 2z^2) \quad (16.1)$$

բանաձևով, որտեղ  $r_0$ -ն օղակաձև էլեկտրոդի ներքին շառավիղն է,  $z_0$ -ն՝ թասակաձև էլեկտրոդների գագաթների միջև հեռավորության կեսը:



Նկ. 16.2. Հաստուն լարման աղբյուրին միացված պտտման հիպերբոլիդաձև էլեկտրոդների ստեղծած էլեկտրաստատիկ դաշտի թամբաձև համապոտենցիալ մակերևույթներից մեկի պատկերը

Էլեկտրոդների լիցքային նշանների ընտրությունն այնպիսին է, որ կայուն տատանումներ ապահովվում են թակարդի առանցքի ուղղությամբ: Առանցքին ուղղահայաց հարթության մեջ շարժումը դարձվում է սահմանափակ (կայունացվում է) առանցքով ուղղված ուժեղ համասեռ մագնիսական դաշտ կիրառելու միջոցով: Արդյունաբար շարժման եռապարբերական շարժման հետագիծը պատկերված է Նկ. 16.1-ի աջ մասում:

Քանի որ թակարդում օգտագործվում են միայն ստատիկ դաշտեր, ապա այն շատ հարմար է բարձր ճշտություններ պահանջող չափումներ կատարելու համար: Պոտենցիալային հորի խորությունը կազմում է մի քանի վոլտ:

Քվանտային օպտիկայի, բազմամասնիկ ֆիզիկայի և քվանտային ինֆորմացիոն գործառույթների կոնտեքստում ավելի ընդունված է Պաուլի թակարդը: Նրանում շարժման ուղղություններից մեկում անկայունությունը հանելու համար էլեկտրոդներին տրվում է փոփոխական լրացուցիչ լարում՝

$$U_0 \rightarrow U_0 + V_0 \cos \Omega t : \quad (16.2)$$



Վոլֆգանգ Պաուլը Գիտական քաղաքականության կոմիտեի նիստի ժամանակ (1977թ.)

Նկատենք, որ սինուսոիդալ փոփոխվող պոտենցիալի ազդեցության ժամանակային միջինը տարբերվում է զրոյից դաշտի տարածական անհամասեռության շնորհիվ:

Նյուտոնի երկրորդ օրենքը (16.2) փոխարինումով (16.1) պոտենցիալում բերում է սինուսոիդալ գործակցով երկրորդ կարգի (Մաթյեի) հավասարման՝

$$\frac{d^2}{d\tau^2} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + (a + 2b \cos 2\tau) \begin{bmatrix} x \\ y \\ -2z \end{bmatrix} = 0, \quad (16.3)$$

որտեղ

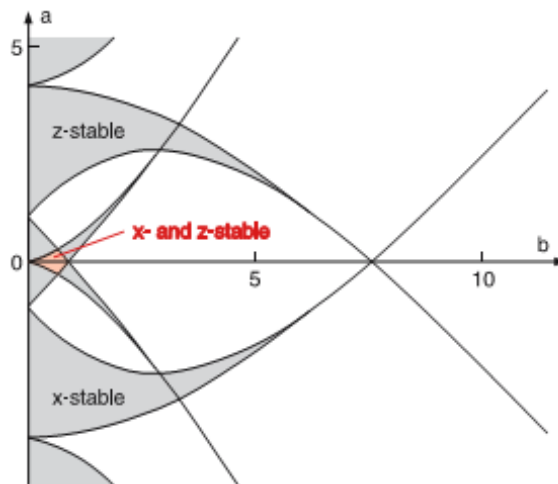
$$a = \frac{8eU_0}{m\Omega^2(r_0^2 + 2z_0^2)} \text{ և } b = \frac{4eV_0}{m\Omega^2(r_0^2 + 2z_0^2)}$$

հաստատունները բնութագրում են փոխազդեցությունը էլեկտրական դաշտի հաստատուն և փոփոխական բաղադրիչների հետ,  $\tau = \Omega t/2$ ,  $e$ -ն մասնիկի լիցքն է, իսկ  $m$ -ը՝ զանգվածը:

Ինչպես տեսնում ենք (16.3)-ից,  $x$  և  $y$  ուղղություններով շարժման հավասարումները նույնն են:  $z$  ուղղության հաստատունները երկու անգամ մեծ են, ու առաջին գործակիցը հակառակ նշանի է (երկրորդ գործակցի նշանը  $\cos 2\tau$ -ի առկայության շնորհիվ կարևորություն չունի):

Մատյեի հավասարումն ունի երկու տիպի լուծումներ:

- Կայուն կամ պարբերական լուծում: Քննարկվող խնդրում դա նշանակում է սահմանափակ ամպլիտուդով տատանողական շարժում: Հաստատունների  $(q, a)$  հարթության վրա կայուն-պարբերական լուծումների տիրույթները նկարում թողնված են սպիտակ, առանց գունավորման և ներկայացնում են միայն  $a > 0$  դեպքը:  $a < 0$ -ի համար պատկերը պետք է անդրադարձնել հորիզոնական անցնող  $q$  առանցքի նկատմամբ:

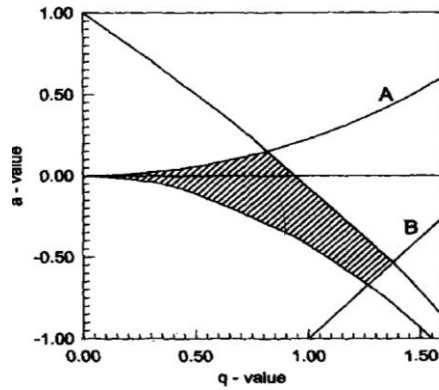


Նկ. 16.3. Մատյեի հավասարման պարբերական լուծումների համապատասխանող արժեքները  $(q, a)$  հարթության վրա (Sté u Detroder W., *Atoms, Molecules and Photons*.

Springer, 2005, Fig. 2.82 a ):

- Անկայուն կամ ոչ պարբերական լուծումներ: Մասնիկն աստիճանաբար հեռանում է թակարդի կենտրոնից: Նկարում դա սպիտակից դուրս, գունավորված տիրույթն է:

Քննարկվող խնդրում  $a$  գործակցի երկու նշաններն էլ իրականանում են, մեկը՝  $x$  և  $y$  ուղղությունների, մյուսը՝  $z$  ուղղության համար: Այնպես որ մասնիկի շարժումը եռաչափ տարածության մեջ կլինի կայուն երկու պատկերների սպիտակ տեղամասերի հատման տիրույթներում միայն: Դրանցից առավել մեծ մակերես ունեցող տիրույթը, որը միաժամանակ ամենափոքր լարումներ (էներգիայի ծախս) պահանջողն է, ընկած է սկզբնակետին մոտ, ինչպես պատկերված է Նկ. 16.4-ում:

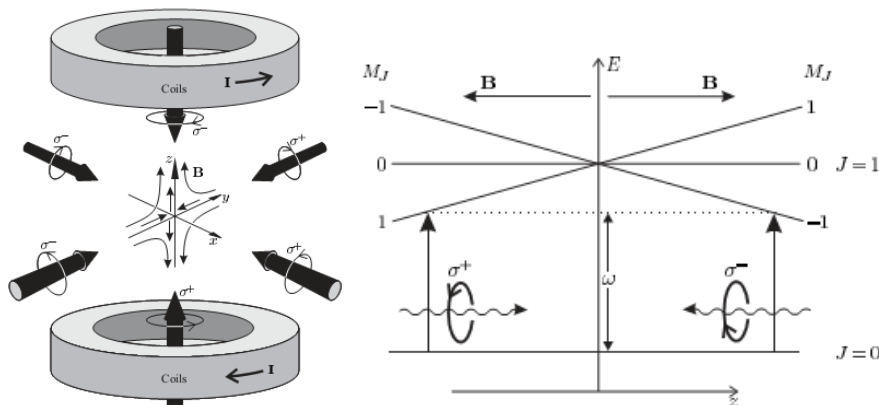


Նկ. 16.4.  $(q, a)$  պարամետրերի տիրույթը, որտեղ մասնիկը Պատվի թակարդում կատարում է ֆինիթ շարժում:

Սարքի կազմությունից մագնիսական դաշտի հանումը թույլ է տալիս էապես փոքրացնել մինչև միլիմետրեր, էլեկտրոդների չափերը և կենտրոնացնել մասնիկի շարժման հետագիծը: Այստեղ, ինչպես և Պենինգի թակարդում, պոտենցիալային հորի խորությունը մի քանի վոլտ է, ինչը թույլ է տալիս մասնիկը գերված վիճակում պահել ամիսներով:

Չեզոք ատոմների գերումն իրականացվում է անհամասեռ մագնիսական և օպտիկական ուժերի վերադրման միջոցով: Առավել հարմարը մագնիսա-օպտիկական թակարդն է, որը կոմ-բինացնում է մագնիսական կվադրուպոլային դաշտը վեց փոխադրահայաց և համապատասխան հաճախություններով ու բևեռացումներով լազերային ճառագայթների հետ: Ի տարբերություն մագնիսական թակարդների՝ այստեղ մագնիսական դաշտը թույլ է և ի վիճակի չէ ինքնուրույն գերելու ատոմներին: Թակարդում (Նկ. 16.5) այն ստեղծում է դիսպլանս հակառակ տարածվող լազերային ճառագայթների օպտիկական ուժերի միջև, ինչն էլ բերում է վերադարձնող ուժի առաջացման ու դրանով ատոմի տարածական շարժման սահմանափակման:

Նկ. 16.5-ի աջակողմյան սխեման պարզաբանում է գերող ուժի առաջացման ֆիզիկական մեխանիզմը  $J = 0$ -ից  $J = 1$  օպտիկական անցման օրինակով: Օղակներով հոսող էլեկտրական հոսանքի ստեղծած մագնիսական դաշտերը կենտրոնական կետում մարում են իրար, իսկ հեռանալով կենտրոնից՝ համագործնաբար աճում է զծային օրենքով:



Նկ. 16.5. Մագնիսա-օպտիկական թակարդի կառուցվածքի և առանցքի ուղղությամբ գերող ուժի առաջացման սխեմաները (K. Kowalski, V. Cao Long, et al. Computational Methods in Science and Technology: Special Issue 2, 115 (2010), Fig. 6, 7):

Ատոմի էներգետիկ մակարդակները Ջեմանի էֆեկտի շնորհիվ տրոհվում են էնթամակարդակների, որոնց շեղումները գրոյական դիրքից որոշվում են

$$E(J_z) = -\mathbf{M} \cdot \mathbf{B} = g_J \mu_B J_z |\mathbf{B}| \quad (16.4)$$



Փիթեր Ջեմանը (աջից) և Էնրիկո Ֆերմին

բանաձևով, որտեղ  $\mathbf{M}$  -ը ատոմի մագնիսական մոմենտն է,  $g_J$  -ն՝ էլեկտրոնի գիրոմագնիսական հաստատունը, և  $\mu_B$  -ն՝ Բորի մագնետոնը,  $-J \leq J_z \leq J$  :  $J = 0$  հիմնական մակարդակը և  $J = 1$  գրգռված մակարդակի  $J_z = 0$  էնթամակարդակը չեն ազդվում մագնիսական դաշտի կողմից, սակայն  $J_z = \pm 1$  էնթամակարդակները շեղվում են՝ կախված թակարդի կենտրոնից ատոմի ունեցած հեռավորությունից:

Ռադիացիոն ուժի դիսբալանսն առաջանում է հետևյալ կերպ: Ենթադրենք ատոմը շեղված է թակարդի

կենտրոնից  $z$  -երի առանցքի ուղղությամբ  $z > 0$  չափով: Համաձայն (16.1)-ի՝ ատոմի  $J_z = -1$  էնթամակարդակն այդ կետում իջած է ներքև, իսկ  $J_z = 1$  էնթամակարդակը բարձրացած է վերև: Եթե նաև լազերային ճառագայթի  $\omega$  հաճախությունը փոքր է ընտրված  $J = 0 \rightarrow J = 1$  օպտիկական անցման  $\omega_0$  հաճախությունից, ապա առանցով տարածվող հանդիպակաց ալիքներից  $\sigma^-$  բևեռացմամբ ալիքի ռեզոնանսի ապալարքը կփոքրանա, իսկ  $\sigma^+$  բևեռացմամբ ալիքի ռեզոնանսի ապալարքը կմեծանա: Հանդիպակաց ալիքների միևնույն ինտենսիվությունների դեպքում, ինչը ենթադրվում է,  $\sigma^-$  բևեռացմամբ ալիքից կլանված և սպոնտան վերաճառագայթված ֆոտոնների թիվն ավելի մեծ կլինի  $\sigma^+$  բևեռացմամբ ալիքից կլանված և սպոնտան վերաճառագայթված ֆոտոնների թվից: Դա նշանակում է, որ հանդիպակաց ալիքների կողմից ազդող արդյունարար ուժն ուղղված կլինի  $\sigma^-$  բևեռացմամբ ալիքի տարածման ուղղությամբ, հակառակ  $\sigma^+$  բևեռացմամբ ալիքի տարածման ուղղությանը և դեպի թակարդի կենտրոնը:  $z < 0$  տիրույթում գտնվող ատոմի վրա ուժը, ուղղված լինելով  $\sigma^+$  բևեռացմամբ ալիքի տարածման ուղղությամբ, նորից ուղղված կլինի դեպի թակարդի կենտրոն: Կվադրուպոլային մագնիսական դաշտի համար նույն օրինաբանությունը պահպանվում է նաև մյուս՝  $x$  և  $y$  առանցքների ուղղություններով: Ուրեմն ատոմների գերման համար հարկ է ընդամենը օղակների ստեղծած կվադրուպոլային դաշտում հակառակ շրջանազծային բևեռացումներ ունեցող և հանդիպակաց տարածվող լազերային ճառագայթների համար ապահովել ռեզոնանսի  $\omega < \omega_0$  «կարմիր» շեղման պայմանը:

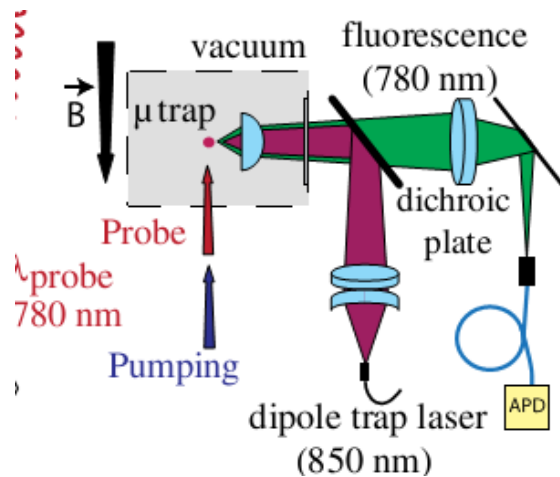
Չեզոք ատոմների գերման պոտենցիալային հորերի խորություններն էապես՝ առնվազն հինգ կարգով, զիջում են լիցքավորված մասնիկները գերող պոտենցիալային հորերի խորությանը: Դա պահանջում է չեզոք ատոմների նախնական ստեղծում լազերային և հարակից մեթոդներով:

*Առանձին ատոմների գրանցման մեթոդները*, որպես կանոն, խիստ բարդ են և բաժանվում են երկու դասի՝ դեստրուկտիվ (ոչնչացնող) և ոչ դեստրուկտիվ:

Դեստրուկտիվ միջոցները ելնում են իոնիզացված մասնիկները մեծ չափով արագացնելուց հետո էլեկտրոնային բազմապատկիչների միջոցով գրանցման լավ մշակված տեխնիկայի օգտագործումից: Իոնների դեպքում դրանք, ազատվելով գերող պոտենցիալից, արագացվում են էլեկտրական դաշտերի միջոցով: Չեզոք ատոմների դեպքում դրանք նախապես իոնացվում են, ասենք, տաք մետաղական լարերին հպվելու կամ լազերային զրգման մեթոդներով: Մաքավականին զգայուն մեթոդ է, բայց քանի որ գրանցվող մասնիկն անվերադարձ կորսվում է քննարկվող ծավալից, ապա ամեն անգամ հարկ է լինում վերալցնել թակարդը նոր մասնիկով:

Ոչ դեստրուկտիվ տեխնիկաներից առավել զգայունը մասնիկից լազերային ֆլուորեսցենցիայի գրանցումն է: Ատոմը կամ իոնը ռեզոնանսային հաճախության վրա վարկյանում կարող է կլանել և վերաճառագայթել մինչև մի քանի միլիոն ֆոտոններ:  $4\pi$  մարմնային անկյան 1% ի և դետեկտորի քվանտային էֆեկտիվության 10% -ի պայմաններում դա նշանակում է ավելի քան 10 000 ֆոտոնների հաշվարկ մեկ վայրկյանում: Այդպիսի պայծառություն կարելի է տեսնել նաև անզեն աչքով:

Իրականացումներից մեկի սխեման ներկայացված է Նկ. 16.6-ում: Առանձին ատոմը լազերային սառեցված է և գերման 850 նանոմետր ալիքի երկարությամբ լազերային ճառագայթի կոշտ ֆոկուսացման արդյունքում ստեղծված ատոմական պինցետի ծայրում: Ատոմը գերվում է մագնիսաօպտիկական թակարդի ատոմական ամպից, և պինցետի ծայրի փոքր ծավալի պատճառով ժամանակի յուրաքանչյուր պահի այնտեղ լինում է միայն մեկ ատոմ: Գրգռումը և ֆլուորեսցենցիան ինդուկցվում են նույն՝ 850 նանոմետր լազերային ճառագայթով: Ֆոտոնները հավաքվում են միամող լուսատարում և գրանցվում հեղեղային ֆոտոդիոդի կողմից:



Նկ. 16.6. Ատոմական պինցետի ծայրում գերված ատոմի գրանցման սխեման ռեզոնանսային ֆլուորեսցենցիային ֆոտոնների գրանցման եղանակով (St´u A. Fuhrmanek, R. Bourgain, et al. Phys. Rev. Lett. 106, 133003 (2011), Fig. 1):

Չափման ամեն ցիկլից հետո ատոմի առկայությունը պինցետի ծայրի ծավալում ստուգվում է թակարդում ատոմների սառեցման համար օգտագործվող ճառագայթների ստեղծած ֆլուորեսցենցիան գրանցելու միջոցով:

Փոքր թվով, մասնավորապես՝ առանձին ֆոտոնների գրանցումը, բացի ուղղակի իմաստից, հիմնարարաբար հետաքրքրություն է ներկայացնում ծնվող և ոչնչացող մասնիկների ֆիզիկան



ստատիստիկական-ինտերֆերենցիոն հատկությունների ուսումնասիրման ճանապարհով հասկանալու համար:

Եթե ֆոտոնները ճառագայթվում և համապատասխանաբար կլանվում են դետեկտորում իրարից բացարձակապես անկախ, ապա քննարկվող որևէ ժամանակում  $n$  թվով ֆոտոններ գրանցելու հավանականությունը, եթե նույն ժամանակում գրանցումների միջին թիվը  $\bar{n}$  է, տրվում է Պուասոնի բաշխումով՝

$$P(n, \bar{n}) = \exp(-\bar{n}) \frac{\bar{n}^n}{n!} : \quad (16.5)$$

Եթե  $\bar{n}$ -ի փոխարեն մտցնենք ավելի հարմար՝ միավոր ժամանակում միջինում կատարված գրանցումների թիվ՝  $r$  նշանակումով, ապա  $\bar{n} = rt$  և (16.5) բանաձևը կգրվի

$$P(n, r, t) = \exp(-rt) \frac{(rt)^n}{n!} : \quad (16.6)$$

տեսքով: Վերջինիս օգնությամբ նկարագրենք հաջորդական գրանցվող ֆոտոնների միջև ընկած ժամանակահատվածների բաշխումը, ավելի կոնկրետ՝  $p(t)dt$  հավանականությունը, որ ֆոտոնի պատահական գրանցումը տեղի կունենա ժամանակի  $dt$  ինտերվալում նախորդ գրանցումից  $t$  ժամանակ անց: Ընդհանուր պրոցեսը պատկերացնենք որպես երկու միջակայքերի հաջորդականություն, համապատասխանաբար  $t$  և դրան անմիջապես հետևող  $dt$  ինտերվալներով: Առաջինում որպես պատահար պետք է ընտրել գրանցման բացակայությունը, երկրորդում՝ գրանցման առկայությունը: Համաձայն դրանց պուասոնյան բնույթի մասին ենթադրության՝ դրանք՝ որպես պատահարներ, իրարից անկախ են, հետևաբար պրոցեսի ընդհանուր հավանականությունը կարող է գրվել որպես առանձին հավանականությունների արտադրյալ՝  $p(t)dt = P(0, r, t)P(1, r, dt)$ : Տեղադրելով բացահայտ տեսքերը (16.6)-ից՝ ստանում ենք

$$p(t)dt = \exp(-rt) \cdot \exp(-rdt) rdt \approx r \exp(-rt) dt : \quad (16.7)$$

Գրանցման պատահարների ժամանակային բաշխման համեմատումը (16.7)-ի հետ թույլ է տալիս արագորեն որոշելու սարքի «մեռյալ» ժամանակի տևողությունը (երբ սարքը մի գրանցմանը հետևող որոշ ժամանակ չի կարող արձագանքել նոր ֆոտոնային գրգռման) և ապա դասական պուասոնյան բաշխումից եղած շեղումների բնույթը:

Գոյություն ունի ֆոտոնային դետեկտորների լայն տեսականի՝ կատարելագործվող բնութագրիչներով և ընդլայնվող կիրառություններով: Այստեղ առաջին հերթին պետք է նկատի ունենալ, որ դետեկտորները տարբեր զգայնություն ունեն ավիքի երկարության տարբեր տիրույթներում: Տիրույթն ինքն է թելադրում դետեկտորի ընտրությունը: Ներկայացնենք առավել ճանաչում գտած որոշ դետեկտորներ:

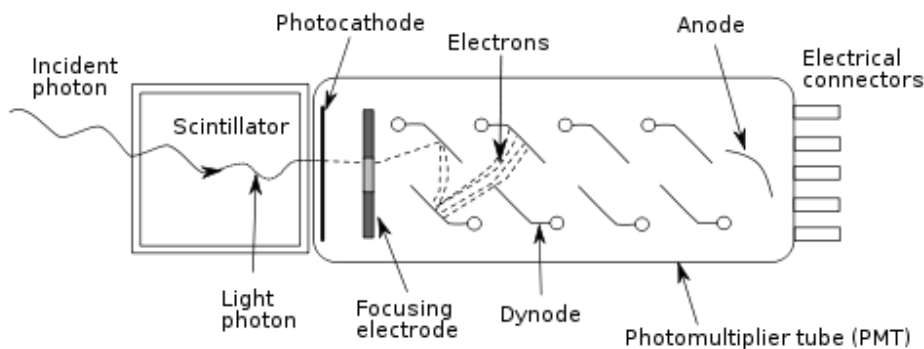
Սցինտիլյատորն ինքնին դեռ դետեկտոր չէ, այլ բնույթով տարբեր շատ դետեկտորների բաղադրիչ մաս, հատկապես բարձր էներգիաների ֆիզիկայում: Սցինտիլյատորը նյութ է, որը կլանում է տվյալ էներգիայի ֆոտոն և ապա ֆլուրեսցենտում է ավելի ցածր էներգիայի ֆոտոն: Դրանով հնարավոր է լինում կլանել ֆոտոններ, որոնք դուրս են դետեկտորի սովորական զգայնության տիրույթից ու վերաճառագայթել այնպիսի ավիքի երկարության ֆոտոններ, որոնք արդեն կարող են գրանցվել դետեկտորում:

*Ֆոտոկաթոդն* առավել պարզ ֆոտոնային դետեկտորներից են՝ հենված միայն ֆոտոէֆեկտի վրա ազդանշան գեներացնելու վրա: Ֆոտոէֆեկտրոնն արագացվում է էլեկտրական

դաշտով և ընկնելով անողի վրա՝ կարդացվում որպես ազդանշան: Ֆոտոկաթոդը փոքր էլքի աշխատանքով մետաղ է և աշխատում է վակուումում՝ օդի և ջրային գոլորշիների ազդեցությունը ճնշելու և էլեկտրոնի ազատ վազքի երկարությունը և դրանով՝ դետեկտման քվանտային էֆեկտիվությունը մեծացնելու համար:

Ֆոտոկաթոդները զգայուն են հիմնականում 180–900 նանոմետր տիրույթում, իսկ որոշ նյութեր թույլ են տալիս հասնելու մոտ ինֆրակարմիր տիրույթի մինչև 1600 նանոմետր ալիքի երկարություն: Արձագանքման ժամանակը կազմում է 1–2 նանովայրկյան: Ջերմային աղմուկների մակարդակը ցածր է, սակայն արագորեն բարձրանում է հատկապես փոքր էլքի աշխատանք ունեցող նյութեր օգտագործելիս:

*Ֆոտոբազմապատկիչ խողովակը* ֆոտոկաթոդի ուղղակի շարունակիչն է մեկ առանցքային տարբերությամբ. մինչ անողին հասնելը էլեկտրոնների թիվը հեղեղանման աճում է դայնոդերի շղթայի օգնությամբ (Նկ. 16.7): Դայնոդում մեկ էլեկտրոնի բախումն առաջ է բերում տասին մոտ թվով նոր էլեկտրոններ: 6–8 դայնոդերի դեպքում մուտքային մեկ ֆոտոնից անողին են հասնում  $10^6 - 10^8$  էլեկտրոններ: Դրանով հաղթահարվում են ֆոտոկաթոդներին ներհատում մի քանի խնդիրներ: Հիմնականը, իհարկե, զգայնության խստագույն աճն է, ինչը թույլ է տալիս վստահորեն գրանցել առանձին ֆոտոններ:

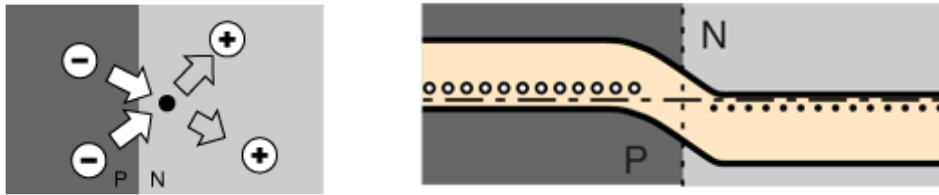


Նկ. 16.7. Ֆոտոբազմապատկիչ խողովակի սխեման (*St'u photomultiplier tube - Wiktionary; en.wiktionary.org/wiki/photomultiplier\_tube*):

Ջերմային աղմուկները գործնականում կախված չեն կիրառվող լարումից: Դրա փոխարեն աճում և հիմնական դեր են կատարում կոտորակային աղմուկները՝ թույլ տալով դետեկտորին հասնելու զգայնության տեսական սահմանին: Ջերմաստիճանի իջեցումը ճնշում է ջերմային աղմուկները, և գործող սարքի քվանտային էֆեկտիվությունը ընդհուպ մոտենում է 100% -ի:

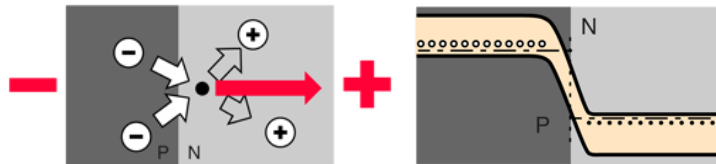
*Ֆոտոդիոդը* պինդմարմնային դետեկտորներից պարզագույնն է և կառուցված է կիսահաղորդչային  $p-n$  անցման հենքի վրա: Ինչպես արդեն քննարկել ենք §5-ում, առանձին  $p-n$  անցումը կազմված է դրական լեգիրացված նյութի և բացասական լեգիրացված նյութի միացումից: Կոնտակտի մոտ էլեկտրոնները տեղափոխվում են դեպի  $p$  տիպի կիսահաղորդիչ, խոռոչները՝ դեպի  $n$  տիպի կիսահաղորդիչ: Ձևավորվում է «ավերման» գոտի՝ իր ներքին էլեկտրական դաշտով, ինչը պոտենցիալային արգելք է առաջացնում կիսահաղորդչային անցման երկայնքով (Նկ. 16.8): Դիոդում թույլ է տրվում միայն մեկ ուղղությամբ հոսանք: Երբ դիոդը միացվում է արտաքին լարման աղբյուրին, որը սովորաբար կոչվում է շեղում, ապա  $p$  և  $n$  տիպի նյութերում էներգիաները շեղվում են իրար նկատմամբ՝ փոխելով պոտենցիալային

արգելքի մեծությունը: Երբ աղբյուրի դրական սեղմակը միացվում է  $p$ -ի կողմից և բացասական սեղմակը՝  $n$ -ի կողմից, ապա  $p$  տիպում խոռոչները և  $n$  տիպում էլեկտրոնները շարժվում են դեպի ավերման գոտի:



Նկ. 16.8. Չեղված կիսահաղորդչային  $p-n$  անցումը: Բոնների կուլոնյան ուժը կանխում է հետագա միգրացիան  $p-n$  հանգույցով: Այն էլեկտրոնները, որոնք գաղթել էին  $n$ -ից դեպի  $p$  շրջան ավերման շերտի ձևավորման ժամանակ, այժմ հասել են հավասարակշռության:  $n$  տիրույթի մյուս էլեկտրոնները չեն կարող տեղափոխվել, քանի որ դրանք վանվում են  $p$  շրջանի բացասական իոններով և ձգվում են  $n$  շրջանի դրական իոններով (Տե՛ս <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Solids/pnjun.html>):

Եթե տեղափոխված լիցքը բավարար է, ապա ավերման գոտին և նրա ստեղծած պոտենցիալային արգելքը վերանում են, և դիոդը թույլ է տալիս հոսանքի անցում: Հակառակ միացման դեպքում (Նկ. 16.9)  $n$  մասի էլեկտրոնները և  $p$  մասի խոռոչները վանվում են միմյանցից՝ լայնացնելով ավերման գոտին և կանխարգելելով էլեկտրական հոսանքը դիոդով:



Նկ. 16.9. Հակառակ շեղված կիսահաղորդչային  $p-n$  անցումը նշված բևեռականությամբ կիրառվող լարումը էլ ավելի է խոչընդոտում էլեկտրոնների հոսքը անցումով: Սարքում էլեկտրահաղորդման համար  $n$  տիրույթի էլեկտրոնները պետք է շարժվեն դեպի անցում և միավորվեն  $P$  տիրույթի խոռոչների հետ: Հակադարձ լարումը հեռացնում է էլեկտրոնները միացումից՝ կանխելով հաղորդունակությունը (Տե՛ս <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Solids/pnjun.html>):

Տոտոդիոդային դետեկտորներում դիոդը մշտապես պահվում է հակառակ շեղման պայմաններում: Երբ էլեկտրամագնիսական ճառագայթումն ընկնում է դիոդի վրա, ապա նրանում առաջանում են էլեկտրոն-խոռոչային զույգեր: Աղբյուրի դաշտում շարժվելով հակառակ ուղղություններով՝ էլեկտրոնները և խոռոչները ստեղծում են գումարային հոսանք, ինչն էլ քանակապես բնութագրում է ընկնող ճառագայթումը:

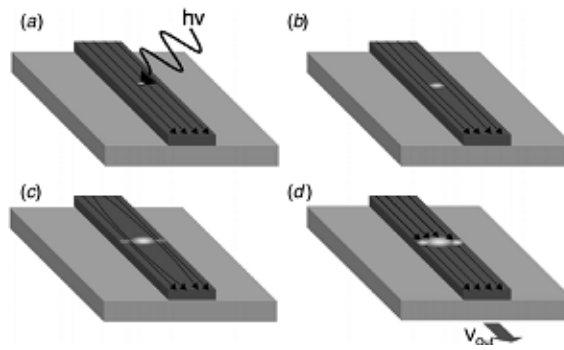
Տոտոդիոդներն ունեն որոշ առավելություններ ֆոտոկաթոդների նկատմամբ: Դրանցից մեկը չափերի փոքրությունն է, ինչը գերազանց է տարբեր չափի և ձևի կառույցների ստեղծման համար: Թերություններից են համեմատաբար երկար՝ միկրովայրկյանների կարգի արձագանքման ժամանակները և աղմուկների բարձր մակարդակը:

*Հեղեղային ֆոտոդիոդներ:* Ֆոտոդիոդային դետեկտորը կարելի է կատարելագործել՝ բերելով զգայնությունը սովորական ֆոտոբազմապատկիչ խողովակի մակարդակին: Դրա համար նախ հարկավոր է հակառակ շեղումը (պատկերված Նկ. 16.9-ում), երբ առանց լույսի առկայության էլեկտրական հոսանքը շղթայում բացակայում է: Մակայն իրականում հոսանքի գոյության փաստը կախված է կիրառված շեղման լարման մեծությունից: Կիրառված լարումներն արագացնում են ազատ էլեկտրոններին և խոռոչներին, որոնք ազատ վազքի երկարությունների վրա բախվում են նյութի կազմության բյուրեղային ցանցի ատոմներին: Հոսանքը բացակայում է, եթե բախումների արդյունքում չեն պոկվում էլեկտրոններ, կամ եթե պոկվում են, չեն բարձրանում մինչև հաղորդական գոտի: Լարման աստիճանաբար մեծացմամբ կարելի է հասնել այնպիսի սահմանային արժեքի, որ բախման արդյունքում ստացվող էլեկտրոնները հայտնվեն հաղորդական գոտում: Այդ դեպքում ոչ միայն իրենք ներդրում կունենան հոսանքի առաջացման մեջ, այլ նաև շարժման ընթացքում բախվելով ցանցի ատոմներին՝ կառաջացնեն նոր էլեկտրոններ հաղորդական գոտում: Հաղորդական էլեկտրոնների թիվն արագորեն կաճի և որոշ ժամանակ անց, կախված ռեկոմբինացիաների արագությունից, կհաստատվի որոշ և մեծ արժեքով էլեկտրոնային հոսանք: Նման գործընթաց ընդհանուր դեպքում տեղի կունենա նաև խոռոչային հոսանքի հետ և դիոդով կհոսի ինքնապահպանվող պարպման կամ հեղեղային հոսանք: Նկատենք, որ պահանջվող լարումներն այստեղ շատ ավելի փոքր են, քան ֆոտոբազմապատկիչ խողովակում է:

Այս հնարավորությունն առանձին ֆոտոնի գրանցման նպատակով օգտագործելու համար արտաքին լարումը տրվում է կրիտիկական արժեքից քիչ ներքև այնպես, որ ֆոտոնի կլանման արդյունքում ծնված էլեկտրոն-խոռոչ գույզի ունեցած կինետիկ էներգիան և ազատ վազքի երկարության վրա ձեռք բերված կինետիկ էներգիաների գումարն արդեն բավարար լինի հաղորդական գոտում հայտնվելու համար: Դրանից հետո տեղի կունենա հոսանքի հեղեղային ուժեղացում և կայունացում՝ ապահովելով պատահարի գրանցումը: Ֆոտոդիոդի զգայնությունը նոր ֆոտոնների կլանման նկատմամբ վերականգնելու համար անհրաժեշտ է իջեցնել արտաքին լարումն այնքան, որ հոսանքը դադարի, ապա բարձրացնել նորից կրիտիկական արժեքից քիչ ցածր մակարդակ: Այս գործընթացը պահանջում է նկատելի ժամանակ, ինչի արդյունքում հեղեղային դիոդի արձագանքման ժամանակը լավագույն դեպքում մի քանի անգամ մեծ է լինում ֆոտոբազմապատկիչ խողովակով դետեկտորի արձագանքման ժամանակից:

*Գերհաղորդիչ նանոլարային դետեկտորը* գործող ամենաարագ սարքն է (գրանցումների սինքրոնացման ժամանակը փոքր է 50 պիկովայրկյանից): Աշխատանքային ցիկլերը մեկնաբանված են Նկ. 16.10-ում: Այստեղ օգտագործվում է գերհաղորդականության տեսությունից հայտնի այն օրինաչափությունը, որ գերհաղորդչային հոսանքի խտությունը չի կարող լինել կամայական չափով մեծ: Որոշակի՝ կրիտիկական կոչվող արժեքից մեծ լինելիս հոսանքակիր գերհաղորդիչն անցնում է նորմալ վիճակի, ձեռք է բերում սովորական դիմադրություն:

Դետեկտորի աշխատանքի նախապատրաստական էտապում գերհաղորդիչ նանոլարով հոսում է կրիտիկականից քիչ փոքր խտությամբ էլեկտրական հոսանք: Ֆոտոնի կլանման արդյունքում նանոլարում առաջանում է լայնական հատույթից քիչ փոքր տաք տեղամաս, որտեղ ձևավորվում է նորմալ վիճակ համապատասխան մեծ էլեկտրական դիմադրությամբ:



Նկ. 16.10. Դիմադրության տաք տեղամասի ձևավորումը բարակ գերհաղորդիչ լարում  
(St' u Buller G.S., Collins R.J.. Meas. Sci. Technol, 21 012002 (2010), Fig. 28):

Քանի որ կողմնային տեղամասերը դեռ գերհաղորդիչ վիճակում են, ապա հոսանքը հիմնականում սկսում է հոսել նորմալ տեղամասի կողքերով՝ շրջանցելով տեղամասը: Հոսանքատար շղթաների տերմինաբանությամբ կարելի է ասել, որ նորմալ և գերհաղորդիչ տեղամասերը միացված են իրար գուգահեռ: Արդյունքում հոսանքի խտությունը կողային տեղամասերում պարամետրերի ընտրությամբ մեծանում է այնքան, որ տեղամասը ևս գերհաղորդիչ վիճակից անցնում է նորմալ վիճակի: Հաղորդալարի մի փոքր տեղամաս ամբողջ լայնական հատույթով մեկ դառնում է նորմալ հաղորդիչ և ընդհանուր շղթայում միացված լինելով հաջորդաբար՝ մեծապես ավելացնում շղթայի դիմադրությունը: Ջոուլյան կորուստների վրա ֆոտոնի հաղորդած էներգիան հեռանում է համակարգից, տեղամասը սառչում է և նորից անցնում գերհաղորդիչ վիճակի: Ընդհանուր դիմադրության մեծամասշտաբ և արագ փոփոխությունը բերում է լարման առաջացման շղթայի ծայրակետերում, ինչն էլ չափվում է որպես ազդանշան ֆոտոնի կլանման վերաբերյալ:

Գերհաղորդական վիճակն ապահովող արգելված գոտու լայնությունը մոտ երեք կարգով փոքր է կիսահաղորդիչներում արգելված գոտու լայնությունից: Դրա համար այս դետեկտորների արձագանքման ունակությունը լավ ընդլայնվում է ինֆրակարմիր սպեկտրալ տիրույթ, մինչև 3 միկրոմետր:

Որպես դժվար հաղթահարվող թուլություն՝ մնում է քվանտային էֆեկտիվությունը: Լավագույն իրականացումներում այն առայժմ չի գերազանցում 70% -ը:

## Հ Ա Վ Ե Լ Վ Ա Ծ Ն Ե Ր

### Հ1. Քառակուսային մատրիցայի ամբողջ աստիճանի հաշվումը

Հաշվման մեթոդը հիմնված է Քելի-Համիլտոնի թեորեմի վրա, համաձայն որի յուրաքանչյուր քառակուսային մատրիցա բավարարում է իր իսկ խարակտերիստիկ հավասարմանը:

Դրա համար նախ գրենք  $\hat{P}$  մատրիցայի սեփական արժեքների և սեփական ֆունկցիաների

$$\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = p \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

հավասարումը և բացենք այն՝

$$(p_{11} - p)\alpha + p_{12}\beta = 0, \quad p_{21}\alpha + (p_{22} - p)\beta = 0:$$

$\alpha$  և  $\beta$  գործակիցների նկատմամբ համասեռ հավասարումների համակարգի նույնաբար գրոյից տարբեր լուծում ունենալու դեպքում հանրաժամանակի գրո լինելու խարակտերիստիկ հավասարումը կլինի

$$\begin{vmatrix} p_{11} - p & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} - p \end{vmatrix} = 0, \text{ կամ } p^2 - p(p_{11} + p_{22}) + (p_{11}p_{22} - p_{12}p_{21}) = 0,$$

ինչը կարելի է գրել

$$p^2 - p \operatorname{Tr}(\hat{P}) + \det(\hat{P}) = 0$$

ընդհանուր տեսքով: Քանի որ  $\det(\hat{P}) = 1$ , ապա խարակտերիստիկ հավասարումը կարելի է

գրել  $p^2 - 2\xi p + 1 = 0$  տեսքով, որտեղ  $\xi \equiv 1/2 \cdot \operatorname{Tr}(\hat{P})$ : Ուրեմն, ըստ Քելի-Համիլտոնի թեորեմի,

$$\hat{P}^2 - 2\xi\hat{P} + 1 = 0:$$

Այն թույլ է տալիս  $\hat{P}$ -ի բարձր աստիճանը գրել  $\hat{P}$ -ի և  $\hat{I}$  միավոր մատրիցայի գծային կոմբինացիայի տեսքով (Տե՛ս (3.11)-ը)

$$\hat{P}^N = U_{N-1}(\xi)\hat{P} - U_{N-2}(\xi)\hat{I}, \quad (Հ1.1)$$

ունենալով գործակից բազմանդամի համար

$$U_0(\xi) = 1, \quad U_1(\xi) = 2\xi \quad (Հ1.2)$$

արտահայտությունները: Այս բազմանդամի համար ռեկուրենտ հավասարում ստանալու նպատակով (Հ1.1)-ը մեկ անգամ բազմապատկում ենք  $\hat{P}$ -ով, մյուս անգամ գրում՝  $N$ -ը փոխարինելով  $N+1$ , և դրանք հավասարեցնում իրար: Ապա ստացված հավասարությունում ազատվում ենք  $\hat{P}^2$  անդամից՝ օգտագործելով (Հ1.1)-ը: Արդյունքում գալիս ենք փնտրվող

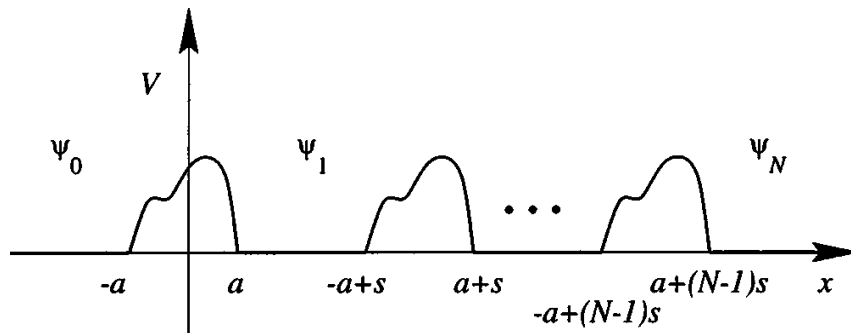
$$U_{N+1}(\xi) - 2\xi U_N(\xi) + U_{N-1}(\xi) = 0 \quad (Հ1.5)$$

առնչությանը: Վերջինիս, եզրային (Հ1.2) պայմանների հետ միասին, բավարարում է երկրորդ սեռի Չեբիշևի բազմանդամը:

## 22. Կրկնվող պոտենցիալային արգելքների քվանտային թունելացումը

Տեխնոլոգիական կիրառություններում հաճախ պոտենցիալային արգելքը կրկնվում է մեծ թվով անգամներ: Այն թույլ է տալիս ամբողջական թունելացում իրականացնել ոչ միայն դիսկրետ՝ ռեզոնանսի պայմանին բավարարող էներգիաներով մասնիկների համար, որոնցից հեռանալիս թունելացման հավանականությունն արագորեն նվազում է (Տե՛ս Նկ. 3.2:), այլև վերջավոր լայնության շերտերի համար: Միաժամանակ հնարավոր է լինում համարյա լրիվությամբ ճնշել թունելացումն այդ շերտերից դուրս էներգիաների արժեքների համար:

Համարենք, որ կրկնվող պոտենցիալային արգելքները որևէ (անընդհատ) տեսքի են և իրարից հավասարահեռ, ինչպես պատկերված է Նկ. 22.1-ում:



Նկ. 22.1. Լոկալ պարբերական պոտենցիալային արգելքները համապատասխան նշանակումներով (Տե՛ս D. J. Griffiths and C. A. Steinke, *Am. J. Phys.*, 69, 137 (2001), Fig. 2):

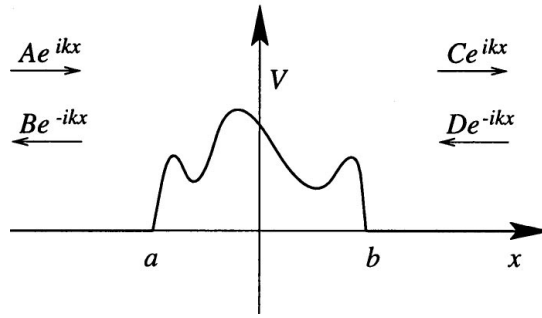
Քվանտային թունելացման օրինաչափությունները դուրս են բերվում Շրեդինգերի

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + V(x) \Psi(x) = E \Psi(x) \quad (22.1)$$

ստացիոնար հավասարումից:

Քննարկենք *մեկ պոտենցիալային արգելքի դեպքը*՝ ներմուծելով նրա համար թրանսֆեր (transfer, փոխանց) մատրիցայի հասկացությունը: Նկ. 22.2-ում պոտենցիալի հետ միասին պատկերված են նրանից ձախ և աջ ընկած տիրույթներում ազատ շարժման լուծումները՝ անհայտ չորս գործակիցներով, և մտցված է  $k = \sqrt{2ME}/\hbar$  ստանդարտ նշանակումը: Խնդիրն ամբողջանում է  $(a, b)$  պոտենցիալային միջակայքի՝ երկու նոր անհայտ գործակիցներ պարունակող ընդհանուր լուծման հավելումով:

Անընդհատության չորս պայմաններից (երկուական՝  $a$  ու  $b$  յուրաքանչյուր կետի համար) երկուսի օգտագործումով հավասարումներից արտաքսվում են պոտենցիալային տիրույթին վերաբերվող երկու գործակիցները:



Նկ. Հ2.2. Պոտենցիալային արգելքից մատերիայի ալիքի ցրման պատկերը, ինչը թույլ է տալիս սահմանելու թրանսֆեր մատրիցայի հասկացությունը (Տե՛ս D. J. Griffiths and C. A. Steinke, *Am. J. Phys.*, 69, 137 (2001), Fig. 1):

Արդյունքում մտում են երկու գծային հավասարումներ  $A$ ,  $B$ ,  $C$  և  $D$  գործակիցների համար: Դրանք կարող են լուծվել՝ արտահայտելով կամայական երկուսը մյուս երկուսի միջոցով, և արդյունքն արտահայտել մեկ մատրիցական հավասարմամբ: Եթե հավասարումը պոտենցիալից հեռացող ալիքների  $B$  և  $C$  ամպլիտուդներն արտահայտում է ընկնող ալիքների  $A$  և  $D$  ամպլիտուդների միջոցով, այսինքն՝  $\begin{pmatrix} B \\ C \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} A \\ D \end{pmatrix}$  տեսքով, ապա համապատասխան մատրիցան կոչվում է ցրման կամ  $S$  մատրիցա: Քննարկվող կրկնվող պոտենցիալի թունելացման խնդրում, սակայն, հարմար է լինում այլ կարգավորում, որը ձախակողմյան ալիքների  $A$  և  $B$  ամպլիտուդները կապում է աջակողմյան ալիքների  $C$  և  $D$  ամպլիտուդների հետ՝

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \hat{M} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}: \quad (2.2)$$

Այստեղ  $2 \times 2$  չափանի

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

մատրիցան կոչվում է թրանսֆեր մատրիցա: Շրեդինգերի հավասարման՝ ժամանակի նկատմամբ ինվերիսիայի ինվարիանտությունից մատրիցական էլեմենտների համար հետևում են  $M_{22} = M_{11}^*$ ,  $M_{21} = M_{12}^*$  կոմպլեքս համալուծային առնչություններ: Եվս մեկ՝

$$|M_{11}|^2 - |M_{12}|^2 = 1 \quad (2.4)$$

սահմանափակում գալիս է

$$j = \frac{\hbar}{2iM} \left( \Psi^* \frac{d\Psi(x)}{dx} - \frac{d\Psi^*}{dx} \Psi(x) \right) \quad (2.5)$$

հավանականության հոսքի՝ տարածման  $x$  կոորդինատից ունեցած անկախության:

Պոտենցիալային արգելքի անցման հավանականությունը հավասար է՝

$$T_1 = \left| \frac{C}{A} \right|_{D=0} = \frac{1}{|M_{11}|^2} = \frac{1}{1 + |M_{12}|^2}: \quad (2.6)$$

Անցնենք որևէ  $N$  թվով պոտենցիալային արգելքների (Նկ. Հ2.1) քվանտային թունելացման օրինաչափությունների քննարկմանը: Խնդիրը կլուծենք՝ արտահայտելով ամբողջ հաջորդակա-



նության թրանսֆեր մատրիցը մեկ բջջի թրանսֆեր մատրիցով: Առանց ընդհանրությունը կորցնելու՝ ակիբային ֆունկցիան բջջիների միջև ընկած զրոյական  $n$ -րդ միջակայքում գրենք

$$\Psi_n(x) = A_n e^{ik(x-ns)} + B_n e^{-ik(x-ns)} \quad (22.7)$$

տեսքով, որտեղ  $(n-1)s + a < x < ns - a$ ,  $0 < n < N$ :  $a$ -ն առանձին պոտենցիալային արգելքի կիսալայնությունն է,  $s \geq 2a$ -ն՝ հարևան արգելքների միջև հեռավորությունը: Նշանակման (22.7) օրինաչափությունը կիրառենք նաև պոտենցիալային արգելքների հաջորդականությունից ձախ՝  $x < -a$  տիրույթում,  $\Psi_0(x) = A_0 e^{ikx} + B_0 e^{-ikx}$ , և աջ՝  $x > (N-1)s + a$  տիրույթում,  $\Psi_N(x) = A_N e^{ik(x-Ns)} + B_N e^{-ik(x-Ns)}$ :

Նախորդ ենթակետում սահմանված թրանսֆեր մատրիցան որևէ  $n$ -րդ արգելքի նկատմամբ կիրառելու համար հարկ է վերջինիս նշանակումները համեմատել (22.2)-ում ընդունված տեսքի հետ: Այն ցույց է տալիս, որ եթե

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} A_n \\ B_n \end{pmatrix}, \quad \text{ապա} \quad \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} A_{n+1} e^{-iks} \\ B_{n+1} e^{iks} \end{pmatrix},$$

ինչից հետևում է

$$\begin{pmatrix} A_n \\ B_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^* & M_{11}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{n+1} e^{-iks} \\ B_{n+1} e^{iks} \end{pmatrix}$$

տեսքը, կամ որ նույնն է՝

$$\begin{pmatrix} A_n \\ B_n \end{pmatrix} = \hat{P} \begin{pmatrix} A_{n+1} \\ B_{n+1} \end{pmatrix}, \quad (22.8)$$

ռեկուրենտ մատրիցական հավասարումը, որտեղ մտցված է

$$\hat{P} = \hat{M} \begin{pmatrix} e^{-iks} & 0 \\ 0 & e^{iks} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} e^{-iks} & M_{12} e^{iks} \\ M_{12}^* e^{-iks} & M_{11}^* e^{iks} \end{pmatrix} \quad (22.9)$$

նշանակումը: Նկատենք, որ համաձայն (22.4)-ի,  $\det \hat{P} = \det \hat{M} = 1$ :

Գրենք (22.8)-ը բոլոր  $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$  համարների համար և հաջորդական տեղադրումներով ազատվենք միջանկյալ տեղամասերից՝

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \hat{P}^N \begin{pmatrix} A_N \\ B_N \end{pmatrix}: \quad (22.10)$$

$2 \times 2$  չափանի մատրիցայի աստիճանի հաշվումը բերված է Հավելված 1-ում:

$$\hat{P}^N = \hat{P} U_{N-1}(\xi) - I U_{N-2}(\xi), \quad (22.11)$$

որտեղ  $U_N$ -ը Չեբիշևի 2-րդ սեռի բազմանդամն է,

$$\xi = 0.5 \text{Tr}(\hat{P}) = 0.5(M_{11} e^{-iks} + M_{11}^* e^{iks}): \quad (22.12)$$

(22.10) առնչությունը դեռևս չի ամփոփում պոտենցիալային արգելքների համախմբի համար թրանսֆեր մատրիցայի ներմուծումը, քանի որ նրանում առկա  $A_N$  և  $B_N$  գործակիցներից Նկ.3.2-ում սահմանված ընդհանրական պոտենցիալային արգելքի  $C$  և  $D$  գործակիցներին անցնելու համար, համաձայն (22.7)-ի, հարկ է բազմապատկել համապատասխանաբար  $e^{-ikNs}$  և  $e^{ikNs}$  փուլային գործակիցներով: Այսպիսով,

$$\hat{M}_N = \hat{P}^N \begin{pmatrix} e^{ikNs} & 0 \\ 0 & e^{-ikNs} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [M_{11} e^{-iks} U_{N-1} - U_{N-2}] e^{ikNs} & M_{12} U_{N-1} e^{-ik(N-1)s} \\ M_{12}^* U_{N-1} e^{ik(N-1)s} & [M_{11}^* e^{iks} U_{N-1} - U_{N-2}] e^{-ikNs} \end{pmatrix}.$$

Քանի որ հավանականության հոսքի պահպանման օրենքը տեղի ունի նաև պոտենցիալային արգելքների համակարգի համար, ապա (2.2.4) և (2.2.6) առնչությունները տեղի ունեն նաև  $\hat{M}_N$  ամբողջական մատրիցայի համար՝

$$T_N = 1/|(M_N)_{11}|^2 = 1/(1+|(M_N)_{12}|^2):$$

Վերջինում տեղադրելով մատրիցայի ոչ անկյունագծային էլեմենտի արտահայտությունը՝ ստանում ենք

$$T_N = \frac{1}{1+[|M_{12}|U_{N-1}(\xi)]^2} \quad (2.2.13)$$

բանաձևը, ինչը  $N$  նույնական արգելքների թափանցելիությունը որոշում է մեկի թափանցելիության մատրիցական էլեմենտների և արգելքների միջև եղած հեռավորության միջոցով:

Առաջինն ինչ երևում է (2.2.13) բանաձևից այն է, որ ռեզոնանսային (ամբողջական) թունելացման համար հարկ է  $U_{N-1}(\xi) = 0$  հավասարման բավարարումը: Այն, լինելով  $N-1$  կարգի բազմանդամ, ըստ  $\xi$  արգումենտի, ունի  $N-1$  հատ լուծումներ՝  $\xi_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N-1$ : Դրանք բոլորն իրական են՝ ընկած  $(-1, 1)$  ինտերվալում:  $\xi$  պարամետրն իր հերթին տրվում է  $\xi = M_{11} \cos(ks)$  արտահայտությամբ, որտեղ  $M_{11}$  մատրիցական էլեմենտը դանդաղ ֆունկցիա է արգելքի պարամետրերից ու մասնիկի էներգիայից և պարզության համար ենթադրված է իրական: Համաձայն (2.2.4)-ի՝  $M_{11} \geq 1$  և ուրեմն մասնիկի էներգիայի փոփոխության որոշակի  $\Delta E \approx \pi \hbar \sqrt{2E/M}$  տիրույթում, որտեղ կոսինուսի արգումենտը փոփոխվում է մոտավորապես  $\pi$ -ով, Չեբիշևի ֆունկցիան անպայմանորեն ընդունում է իր բոլոր զրո արժեքները և համապատասխանաբար անցման հավանականությունը դարձնում 1: Կոսինուս ֆունկցիայի պարբերական բնույթն ասում է նաև, որ հիշյալ տիրույթը միակը չէ, այլ պարբերաբար կրկնվում է, ընդ որում՝ էներգիայի մեծացմանը զուգընթաց տվյալ խումբ զրոներ ընդունելու տիրույթը լայնանում է: Կարելի է տեսնել մեկ այլ օրինաչափություն ևս: Քանի որ տվյալ էներգիական տիրույթի ընդհանուր լայնությունը կախված չէ պոտենցիալային արգելքների  $N$  թվից, իսկ ռեզոնանսային անցման էներգիաների թիվը  $N-1$  է, ապա ամեն մի խմբում  $N$ -ի մեծացմանը զուգընթաց, մոտավորապես հակադարձ համեմատական  $N$ -ին փոքրանում է ռեզոնանսների միջև հեռավորությունը՝ սահմանում ձգտելով զրոյի:  $N = \infty$  պարբերական պոտենցիալի սահմանում ռեզոնանսային անցումների տիրույթները լցնում են անընդհատ գոտիներ, որոնք սահմանազատված են իրարից էներգիայի աճին զուգընթաց նեղացող գոտիներով, որոնցում թունելացման թույլատրելի և արգելված գոտիներ կամ զոնաներ:

Թվային հաշվարկներ կատարելիս հարմար է լինում Չեբիշևի բազմանդամի համար օգտվել

$$U_N(\xi) = \frac{\sin(N+1)\gamma}{\sin \gamma}$$

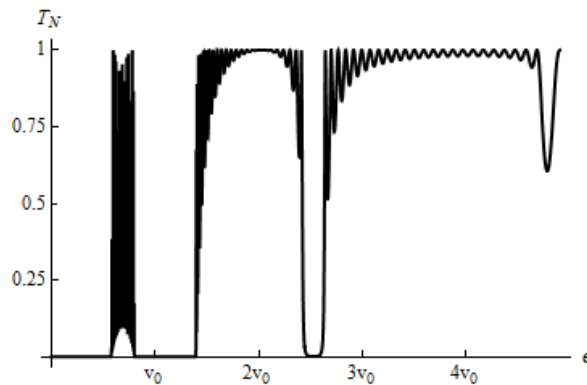
ներկայացումից, որտեղ  $\gamma = \arccos \xi$  :

*Ուղղանկյուն պոտենցիալային արգելքներ:* Նշանակումների պահպանման համար հարկ է կոորդինատների  $x=0$  սկզբնակետը տեղադրել  $2a$  լայնության պոտենցիալային արգելքի կենտրոնում: Նշանակելով պոտենցիալի բարձրությունը  $V_0$ , թրանսֆեր մատրիցայի մատրիցական էլեմենտների համար ստանում ենք

$$M_{11} = \frac{1}{2} e^{2ika} \left( e^{2Ka} + e^{-2Ka} - \frac{i}{2} (e^{2Ka} - e^{-2Ka}) \left( \frac{k}{K} - \frac{K}{k} \right) \right),$$

$$M_{12} = \frac{i}{4} (e^{2Ka} - e^{-2Ka}) \left( \frac{k}{K} + \frac{K}{k} \right)$$

արտահայտությունները, որտեղ  $k = \sqrt{2ME} / \hbar$ ,  $K = \sqrt{2M(V_0 - E)} / \hbar$ , որոշում են թրանսֆեր մատրիցայի էլեմենտները և դրանով իսկ ((3.13) բանաձևի և (3.12) սահմանման միջոցով)՝ համակարգի  $T_N$  թափանցելիությունը: Թվային հաշվարկները ցույց են տալիս, որ զոնային կառուցվածքի կոնտուրները պարզորոշ ձևավորվում են արդեն  $N \approx 5$ -ից սկսած: Նկ. 2.2.3-ում  $T_N$  թափանցելիության էներգետիկ կախումը պատկերված է  $N = 25$  արգելքների դեպքում: Համեմատության համար հիշեցնենք, որ առանձին պոտենցիալային արգելքի համար անալոգ գրաֆիկը մոնոտոն աճող կոր է, ինչպես պատկերված է Նկ. 3.2-ում:



*Նկ. 2.2.3. Լոկալ պարբերական պոտենցիալային արգելքի անցման կախվածությունը մասնիկների հոսքի էներգիայից,  $s = 3a$ ,  $V_0 = 2.4 E_{rec}$ ,  $E_{rec} = \hbar^2 / 2Ma^2$  -ն խնդրում էներգիայի բնութագրական մասշտաբն է:*

Այժմ անդրադառնանք էներգետիկ վիճակների խտությանը, այսինքն՝ միավոր էներգետիկ լայնությանը բաժին ընկնող վիճակների թվի հարցին, և թե ինչպես է այն առնչվում անցման և անդրադարձման  $T_N$  և  $R_N = 1 - T_N$  գործակիցների հետ: Որպես վիճակների խտության չափորոշիչ՝ բնական է ընդունել ալիքային ֆունկցիայի հավանականային ամպլիտուդի մեծությունը՝ մոդուլի քառակուսին: Այստեղից հետևում է, որ թունելացման խնդրում էներգետիկ վիճակների (մակարդակների) խտությունը տարբեր է լոկալ պարբերական պոտենցիալի տարբեր տեղամասերում: Իսկապես, որոշակի էներգիայով յուրաքանչյուր ալիք մասնակի անցնում և մասնակի անդրադառնում է պոտենցիալից, ընդ որում՝ անցած և անդրադարձած ալիքների համամասնությունը կախված է էներգիայի արժեքից: Այն էներգիաները, որոնց անցման գործակիցը մեծ է,

արգելքի աջակողմյան մասում կունենան մեծ ամպլիտուդ և ուրեմն նաև վիճակի մեծ խտություն: Այսինքն՝ էներգետիկ սպեկտրում վիճակների խտությունը ուղիղ համեմատական է քվանտային թունելացման հավանականությանը՝  $T_N$  անցման գործակցին: Ավելին, ընկնող ալիքի ամպլիտուդը մեկի նորմավորելու դեպքում դրանք պարզապես իրար հավասար են:

Ասվածը հեշտորեն կարող ենք և դուրս բերել: Դրա համար ընդհանուր համակարգի թրանսֆեր մատրիցական

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \hat{M}_N \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$$

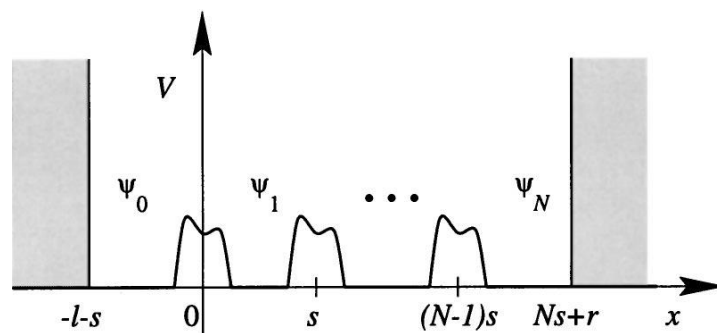
առնչությունում վերցնենք  $D=0$  և ստացվող հավասարումներից անցած ալիքի  $C$  և անդրադարձած ալիքի  $B$  ամպլիտուդներն արտահայտենք ընկնող ալիքի  $A$  ամպլիտուդով՝  $C = A/(\hat{M}_N)_{11}$ ,  $B = A/(\hat{M}_N^*)_{12}$ : Ուրեմն, արգելքի աջ և ձախ կողմերում էներգետիկ մակարդակների (վիճակների)  $\rho(E)$  խտության համար կունենանք համապատասխանաբար  $\rho_{right\ side}(E) \equiv |C(E)|^2 = |A(E)|^2 / |\hat{M}_N(E)_{11}|^2 = |A(E)|^2 T_N(E)$  և  $\rho_{left\ side}(E) = |A(E)|^2 R_N(E)$ : Ընդունելով  $|A(E)|^2 = 1$ , ստանում ենք

$$\rho_{right\ side}(E) = T_N(E) \text{ և } \rho_{left\ side}(E) = R_N(E) \quad (22.14)$$

փնտրվող հավասարությունները:

### 23. Կապված վիճակները լոկալ պարբերական պոտենցիալում

Վերջավոր կրկնվող պոտենցիալի խնդիրներում միշտ չի որ հետաքրքրություն է ներկայացնում համակարգի քվանտային թունելացման և դրան առնչվող երևույթները: Հաճախ մասնիկների (էլեկտրոնների) շարժումը սահմանափակված է լինում փորձանմուշի չափերով, որի պայմաններում մասնիկը գտնվում է բարձր պոտենցիալային պատերով սահմանափակված լոկալ պարբերական պոտենցիալի կապված վիճակներում: Եզրափակող պոտենցիալը մեծ ճշտությամբ կարելի է մոդելավորել անվերջ բարձր ուղղանկյուն պոտենցիալով, ինչպես պատկերված է Նկ. 23.1-ում:



Նկ. 23.1. Բյուրեղային պինդ մարմնի՝ միաչափ վերջավոր կրկնվող պոտենցիալի մոդելը՝ պարփակված ուղղանկյուն՝ անվերջ բարձր պատերով (Տե՛ս D. J. Griffiths and C. A. Steinke, Am. J. Phys., 69, 137 (2001), Fig. 5):

Դա նշանակում է, մասնավորապես, որ պատերի տեղակայման  $x = -l - s$  և  $x = Ns + r$  կետերում, որտեղ  $s$  -ը պոտենցիալների միջև հեռավորությունն է,  $l$  -ը և  $r$  -ը որևէ երկարություններ են, և պատերից ներս ալիքային ֆունկցիան նույնաբար հավասար է զրոյի: Օգտագործելով նախորդ պարագրաֆի (22.7)-ի նշանակումները՝ կարող ենք գրել՝

$$A_0 e^{-ik(l+s)} + B_0 e^{ik(l+s)} = 0, \quad A_N e^{ikr} + B_N e^{-ikr} = 0: \quad (23.1)$$

Թրանսֆերս մատրիցայի մեթոդը որևէ սահմանափակում չի ենթադրում հավանականության հոսքի համար, այնպես որ նախորդ պարագրաֆում  $(A_n, B_n)$  գործակիցների համար ստացված բանաձևերը մնում են ուժի մեջ:  $(A_0, B_0)$  գույզը կապված է  $(A_N, B_N)$  գույզի հետ՝ համաձայն (22.10) բանաձևի, որի  $\hat{P}^N$  կապող մատրիցայի համար ունենք (22.11) բանաձևը: Այսինքն՝

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \left( \hat{P} U_{N-1}(\xi) - \hat{I} U_{N-2}(\xi) \right) \begin{pmatrix} A_N \\ B_N \end{pmatrix}: \quad (23.2)$$

Տեղադրելով  $\hat{I}$  միավոր մատրիցայի և  $\hat{P}$  մատրիցայի (22.9) բացահայտ տեսքերը՝ (23.2)-ից կունենանք

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \left( U_{N-1}(\xi) \begin{pmatrix} M_{11} e^{-iks} & M_{12} e^{iks} \\ M_{12}^* e^{-iks} & M_{11}^* e^{iks} \end{pmatrix} - U_{N-2}(\xi) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} A_N \\ B_N \end{pmatrix}: \quad (23.3)$$

Բացված տեսքով այն ասում է՝

$$\begin{aligned} A_0 &= (M_{11} e^{-iks} U_{N-1} - U_{N-2}) A_N + M_{12} e^{iks} U_{N-1} B_N, \\ B_0 &= M_{11}^* e^{iks} U_{N-1} A_N + (M_{11}^* e^{iks} U_{N-1} - U_{N-2}) B_N: \end{aligned} \quad (23.4)$$

(23.1)-ը և (23.4)-ը միասին կազմում են համասեռ չորս հավասարումների համակարգ, որի դետերմինանտի զրո լինելու պահանջը հավասարում է մասնիկի էներգիայի նկատմամբ: Էքսպոնենցիալ գործակիցների առկայությունը հավասարումներում հուշում է, որ հարմար է  $M_{i,j}$  կոմպլեքս մեծություններում առանձնացնել մոդուլները և փուլերը՝  $M_{11} = |M_{11}| e^{i\theta}$ ,  $M_{12} = |M_{12}| e^{i\vartheta}$ : Որոշ հանրահաշվական գործողություններից հետո ստանում ենք

$$U_N(\xi) \sin[k(r+l+s)] = U_{N-1}(\xi) \left\{ |M_{11}| \sin[k(r+l)+\theta] - |M_{12}| \sin[k(r-l)+\vartheta] \right\} \quad (23.5)$$

հավասարումը, որի լուծումներն էլ որոշում են մասնիկի դիսկրետ էներգետիկ սպեկտրը: Հիշեցնենք նաև նշանակումները՝

$$k = \sqrt{2ME} / \hbar, \quad K = \sqrt{2M(V_0 - E)} / \hbar, \quad \xi = 0.5(M_{11} e^{-iks} + M_{11}^* e^{iks}),$$

$$M_{11} = \frac{1}{2} e^{2ika} \left( e^{2Ka} + e^{-2Ka} - \frac{i}{2} (e^{2Ka} - e^{-2Ka}) \left( \frac{k}{K} - \frac{K}{k} \right) \right), \quad M_{12} = \frac{i}{4} (e^{2Ka} - e^{-2Ka}) \left( \frac{k}{K} + \frac{K}{k} \right),$$

որոնք բացահայտում են (23.5) առնչության էներգետիկ կախվածությունը, ընդ որում՝ վերջին տողում բերված մատրիցական էլեմենտների տեսքերը վերաբերում են  $2a$  լայնության և  $V_0$  բարձրության ուղղանկյունաձև պոտենցիալային արգելքին:

Սպեկտրի (23.5) հավասարումն էապես պարզանում է, երբ պոտենցիալային արգելքների համակարգը պոտենցիալային հորում տեղակայված է համաչափ՝ առանց պոտենցիալային պատերի լրացուցիչ շեղումների՝  $r = 0$ ,  $l = 0$ : Եթե նաև առանձին պոտենցիալային արգելքի լայ-

նությունը խիստ փոքր է միջարգելքային հեռավորությունից, ապա արգելքի իրական տեսքը կարելի է փոխարինել էֆեկտիվ հզորության Դիրակի դելտա ֆունկցիայով՝  $V(x) = c\delta(x)$  : Թրանսֆեր մատրիցայի էլեմենտներն այս դեպքում ստանում են

$$M_{11} = 1 + i \frac{cM}{\hbar^2 k}, \quad M_{12} = i \frac{cM}{\hbar^2 k}$$

հնարավորինս պարզ տեսքերը՝ էներգետիկ մակարդակների որոշման համար բերելով

$$U_N(\xi) \sin(ks) = 0 \quad (23.6)$$

ֆակտորիզացված հավասարման:

Լուծումների մի դասը, որը որոշվում է  $\sin(ks) = 0$  պայմանից, տալիս է համապատասխանաբար  $E_n = \pi^2 \hbar^2 / 2Ns^2 \cdot n^2$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$  պայմանից: Այն հիշեցնում է  $L$  լայնության անվերջ ուղղանկյուն պոտենցիալային հորի էներգետիկ մակարդակների որոշման  $\sin(kL) = 0$  պայմանը, համապատասխանաբար  $E_m = \pi^2 \hbar^2 / 2NL^2 \cdot m^2$ ,  $m = 1, 2, 3, \dots$  լուծումներով: Համեմատելու համար նկատենք, որ քննարկվող կոմպլեքս պոտենցիալի անվերջ բարձր պատերի համար  $L = (N+1)s$ : Տեղադրման արդյունքում ստանում ենք  $E_m = \pi^2 \hbar^2 / 2Ms^2 \cdot m^2 / (N+1)^2$ , ինչը համընկնում է քննարկվող դասի լուծումների հետ  $m = (N+1)n$  պայմանի դեպքում: Դա նշանակում է, որ անվերջ խորը ուղղանկյուն պոտենցիալային հորում  $N$  հատ հավասարահեռ և նույն հզորության դելտա-պոտենցիալային արգելքների ի հայտ գալիս հորում առկա ստացիոնար վիճակներից ամեն  $N+1$ -րդը մնում է անփոփոխ: Դրա պատճառն այն է, որ այդ վիճակների ալիքային ֆունկցիաները զրո են լինում դելտա-պոտենցիալների ի հայտ գալու կետերում: Օրինակ, առաջին այդպիսի վիճակի համար, երբ  $m = N+1$ , ալիքային ֆունկցիան համաչափ բաշխված զրոներ է լինում  $N$  անգամ և ուրեմն միայն դելտա-պոտենցիալների տեղակայման կետերում: Երկրորդ՝  $m = 2(N+1)$  այդպիսի վիճակի համար ալիքային ֆունկցիայի համաչափ բաշխված զրոներից  $N$  հատը համընկնում է դելտա-պոտենցիալների տեղակայման հետ, իսկ մնացած  $N+1$  հատը դրանցից դուրս է և այլն:

Այսպիսով, ուղղանկյուն պոտենցիալի ստացիոնար վիճակները կարելի է մտովի բաժանել  $N+1$ -ական խմբերի, որոնցից յուրաքանչյուր խմբի ամենաբարձր էներգիայով վիճակը խոտորված չէ դելտա-պոտենցիալների կողմից: Մյուս՝ ազդեցությունը կրած վիճակների էներգիաները որոշվում են (23.6)-ի մյուս արտադրիչ-ֆունկցիայի զրո լինելու պայմանից՝  $U_N(\xi) = 0$ : Այստեղ տեղին է օգտագործել Չեբիշևի բազմանդամի  $U_N(\xi) = \sin(N+1)\gamma / \sin \gamma$  ներկայացումը, որի զրո լինելու պայմանն ասում է, որ

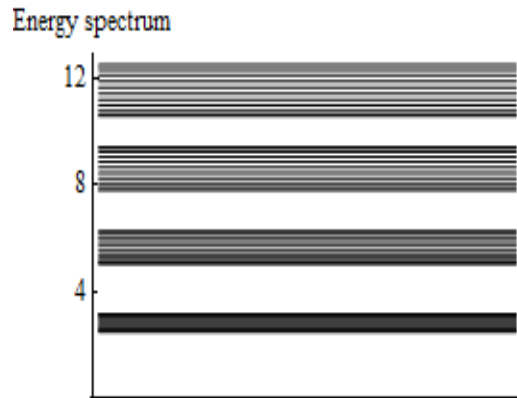
$$\sin(N+1)\gamma = 0,$$

որտեղ  $\gamma = \arccos \xi$ , իսկ  $\xi = 0.5(M_{11} e^{-iks} + M_{11}^* e^{iks}) = \cos ks + cM / \hbar^2 k \cdot \sin ks$ : Ուրեմն, խմբերի մնացած վիճակների էներգետիկ մակարդակները հարկ է որոշել

$$\cos ks + \frac{cM}{\hbar^2 k} \sin ks = \cos \left( \frac{m\pi}{N+1} \right) \quad (23.7)$$

ռեկուրենտ առնչությունից,  $m = 1, 2, 3, \dots$ : Իրականում  $m$ -ի՝ թվով  $N+1$  արժեքներից հետո լուծումները կրկնվում են, այնպես որ  $m = 1, 2, 3, \dots, N+1$  արժեքների ներառումը բավարար է:

Յուրաքանչյուր  $m$  -ի համար լուծումները դիսկրետ են և անվերջ թվով: Ուրեմն, էներգետիկ սպեկտրը կարելի է պատկերացնել  $N + 1$  -ական դիսկրետ մակարդակների հավաքածուների հաջորդականություն (Նկ. 23.2):  $N \rightarrow \infty$  սահմանի անցնելիս ամեն հավաքածուում հարևան մակարդակների միջև հեռավորությունը ձգտում է զրոյի, և մակարդակների բաշխումը հավաքածուում դառնում է անընդհատ:



Նկ. 23.2. Մասնիկի էներգետիկ սպեկտրի տեսքն անվերջ խորը ուղղանկյուն հորի կրկնվող միաչափ պոտենցիալում: Պոտենցիալային արգելքների թիվը՝  $N = 10$ , փոխազդեցության  $\alpha \equiv c M s / \hbar^2$  հաստատունը վերցված է 7 :

Հավաքածուները վեր են ածվում գոտիների (էներգետիկ գոնաների), ինչպես դրանք ընդունված են անվանվել պարբերական պոտենցիալի խնդրում (Տե՛ս § 4):

Հարկ է նշել, որ սույն խնդրի  $N \rightarrow \infty$  սահմանը լրիվությամբ չի անցնում պարբերական պոտենցիալի խնդրին: Տարբերությունը նրանց միջև այն է, որ սույն խնդրի ստացիոնար բոլոր լուծումների համար հավանականության հոսքը հավասար է զրոյի, այն դեպքում, երբ պարբերական պոտենցիալի համար այդ պայմանը բավարարվում է միայն քվազիմպուլսի զրոյական արժեքի դեպքում:

## 24. Գրաֆեն

Առանձին ատոմում էլեկտրոնները գտնվում են, համաձայն քվանտամեխանիկական պատկերացումների, հավանականային ամպի տեսքով, խիստ ընդգծված տարածական համաչափություններով: Հիմնական վիճակում, մասնավորապես, բաշխումը սֆերիկ սիմետրիկ է: Էլեկտրոնները, մոլեկուլում գտնվելով մեկից ավելի միջուկների դաշտում, կազմում են ատոմականից տարբեր վիճակներ՝ օրբիտալներ: Միայն իներտ գազերում է, որ մոլեկուլային միացությունում ատոմները համարյա պահպանում են իրենց առանձին վիճակի կառուցվածքը և հետևաբար՝ հատկությունները: Մոլեկուլներն այս դեպքում ձևավորվում են թույլ՝ վան դեր-վաալյան ուժերի շնորհիվ:

Ընդհանուր դեպքում տեղի է ունենում էլեկտրոնների ամբողջական կամ մասնակի տեղափոխություն ատոմների միջև՝ առաջացնելով իոնական, կովալենտ և մետաղական բնույթի կապեր ատոմական մնացորդների միջև:

Էլեկտրոնների՝ միջուկների համեմատ շատ փոքր զանգվածներ ունենալու պատճառով էլեկտրոնները համարյա ակնթարթորեն են արձագանքում միջուկների կոորդինատների փոփոխություններին: Դա թույլ է տալիս օրբիտալները քննարկելիս միջուկների դիրքերը մոլեկուլում համարել ֆիքսված: Այս մոտեցումը հայտնի է որպես Բորնի-Օպենհեյմերի մոտավորություն:



Յոհանես վան դեր Վաալս



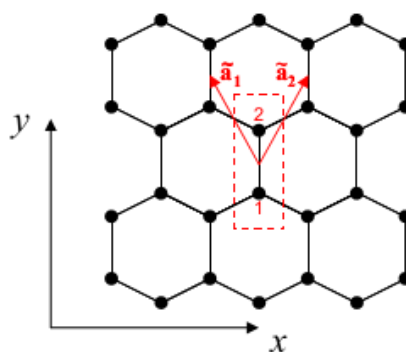
Մաքս Բորն



Ռոբերթ Օպենհեյմեր

Գրաֆենը գրաֆիտի մեկ առանձնացված թերթն է, որի ցանցային կառուցվածքը պատկերված է Նկ. 24.1-ում: Ցանցը գեներացվում է ցանցի տարրական բջիջը բազիսային (պրիմիտիվ)  $\mathbf{a}_1 = a_0(-\sqrt{3}/2, 3/2)$  և  $\mathbf{a}_2 = a_0(\sqrt{3}/2, 3/2)$  վեկտորների չափերով պարբերական շեղումների միջոցով, որտեղ  $a_0$ -ն ածխածին-ածխածին կապի երկարությունն է:

Տարրական բջիջում ածխածնի ատոմները բավականին լոկալիզացված են, այնպես որ դրանցից յուրաքանչյուրին կարող է վերագրվել առանձին ալիքային ֆունկցիա՝  $\phi_i, i = 1, 2$ ՝ կենտրոնացված հիմնականում ցանցի համապատասխան հանգույցում և քիչ չափով էլ տարածված մյուս ատոմի գտնվելու տեղամասում:



Նկ. 24.1. Գրաֆենի ցանցը: Առանձնացված են տարրական բջիջը՝ կազմված ածխածնի երկու ատոմներից, և բազիսային  $\mathbf{a}_1$  և  $\mathbf{a}_2$  վեկտորները (St' u Baldo M., Introduction to nanoelectronics, MIT Open Course, (2011), Fig. 6.21):

Ատոմական օրբիտալների այսպիսի փոքր վերածածկման մոտարկմամբ մոլեկուլի  $\phi$  ալիքային ֆունկցիան կարող է ներկայացվել ատոմական ալիքային ֆունկցիաների պարզ սուպերպոզիցիայի տեսքով՝



$$\phi = c_1 \phi_1 + c_2 \phi_2: \quad (24.1)$$

Ցանցը համարելով անվերջ պարբերական՝ նրա ստացիոնար վիճակի  $\psi(\mathbf{r})$  ալիքային ֆունկցիան կարելի է փնտրել Բլոխյան տեսքով՝

$$\psi(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{R}} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}) \phi(\mathbf{r} - \mathbf{R}), \quad (24.2)$$

որտեղ գումարումը գնում է ըստ  $\mathbf{R} = n_1 \mathbf{a}_1 + n_2 \mathbf{a}_2$  վեկտորի ( $n_{1,2} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) բոլոր հնարավոր արժեքների, իսկ  $\mathbf{k}$ -ն էլեկտրոնի քվազիիմպուլսն է՝  $\hbar$  Պլանկի հաստատունի միավորներով:

Գրենք սեփական արժեքների և սեփական ֆունկցիաների հավասարումը.

$$\hat{H} \psi(\mathbf{r}) = \varepsilon \psi(\mathbf{r}),$$

ապա ձախից բազմապատկենք համապատասխանաբար  $\phi_1(\mathbf{R})$  և  $\phi_2(\mathbf{R})$  ֆունկցիաներով և ինտեգրենք ստացված հավասարումներն ըստ ամբողջ տարածության  $\mathbf{r}$  փոփոխականի: Վերջինիս համար օգտագործելով ուղղաձիգ փակագծերով ներկայացումը՝ քննարկվող հավասարումները կգրվեն հետևյալ երկու հավասարումների համակարգի տեսքով.

$$\begin{aligned} \langle \phi_1(\mathbf{R}) | \hat{H} | \psi(\mathbf{r}) \rangle &= \varepsilon \langle \phi_1(\mathbf{R}) | \psi(\mathbf{r}) \rangle, \\ \langle \phi_2(\mathbf{R}) | \hat{H} | \psi(\mathbf{r}) \rangle &= \varepsilon \langle \phi_2(\mathbf{R}) | \psi(\mathbf{r}) \rangle, \end{aligned} \quad (24.3)$$

որտեղ անհայտներն են  $\varepsilon$  էներգիան և (24.1)-ի  $c_1, c_2$  հաստատունները: Տեղադրենք  $\psi(\mathbf{r})$ -ի (24.1) վերլուծությունը, ներառյալ՝ (24.2) ներկայացումը: Աջակողմյան փակագծերի համար կստանանք

$$\begin{aligned} \langle \phi_1(\mathbf{R}) | \psi(\mathbf{r}) \rangle &= c_1 \sum_{\mathbf{R}'} \langle \phi_1(\mathbf{R}) | \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}') \phi_1(\mathbf{r} - \mathbf{R}') \rangle + c_2 \sum_{\mathbf{R}'} \langle \phi_1(\mathbf{R}) | \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}') \phi_2(\mathbf{r} - \mathbf{R}') \rangle, \\ \langle \phi_2(\mathbf{R}) | \psi(\mathbf{r}) \rangle &= c_1 \sum_{\mathbf{R}'} \langle \phi_2(\mathbf{R}) | \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}') \phi_1(\mathbf{r} - \mathbf{R}') \rangle + c_2 \sum_{\mathbf{R}'} \langle \phi_2(\mathbf{R}) | \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}') \phi_2(\mathbf{r} - \mathbf{R}') \rangle: \end{aligned}$$

Քննարկվող իրավիճակում, երբ  $\phi_1$  և  $\phi_2$ -ը բավականին լավ լուկալիզացված են, ընդ որում՝ իրարից որոշակի  $a_0$  հեռավորության վրա, գործնականում զրոյանում են բոլոր այն անդամները, որոնց համար  $\mathbf{R}' \neq \mathbf{R}$ : Փոքր վերածածկման արդյունքում նաև  $\langle \phi_1(\mathbf{R}) | \phi_2(\mathbf{r} - \mathbf{R}) \rangle = \langle \phi_2(\mathbf{R}) | \phi_1(\mathbf{r} - \mathbf{R}) \rangle = 0$ , իսկ մնացած մեկական անդամները հավասար են մեկի  $\phi_1$ -ի և  $\phi_2$ -ի նորմավորված լինելու պատճառով: Արդյունքում ստանում ենք

$$\varepsilon \langle \phi_1(\mathbf{R}) | \psi(\mathbf{r}) \rangle = \varepsilon c_1 \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}), \quad \varepsilon \langle \phi_2(\mathbf{R}) | \psi(\mathbf{r}) \rangle = \varepsilon c_2 \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}): \quad (24.4)$$

Նման, բայց քիչ ավելի երկար քննարկման արդյունքում (24.3)-ի ձախակողմյան փակագծերի համար ստացվում են հետևյալ վերլուծությունները.

$$\begin{aligned} \langle \phi_1(\mathbf{R}) | \hat{H} | \psi(\mathbf{r}) \rangle &= (c_1 \alpha + c_2 \beta (1 + \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_1) + \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_2))) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}), \\ \langle \phi_2(\mathbf{R}) | \hat{H} | \psi(\mathbf{r}) \rangle &= (c_2 \alpha + c_1 \beta (1 + \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_1) + \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_2))) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}), \end{aligned} \quad (24.5)$$

որտեղ մտցված են

$$\alpha = \langle \phi_i | \hat{H} | \phi_i \rangle, \quad \beta = \langle \phi_1 | \hat{H} | \phi_2 \rangle, \quad (24.6)$$

$i = 1, 2$  նշանակումները: (24.4)-ի (24.5)-ի տեղադրումից հետո  $c_1, c_2$  հաստատունները նույնաբար զրոյից տարբեր լինելու հավասարումը լինում է

$$\begin{vmatrix} \alpha - \varepsilon & \beta(1 + \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_1) + \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_2)) \\ \beta(1 + \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_1) + \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_2)) & \alpha - \varepsilon \end{vmatrix} = 0,$$

ինչը փնտրվող դիսպերսիոն առնչության համար տալիս է

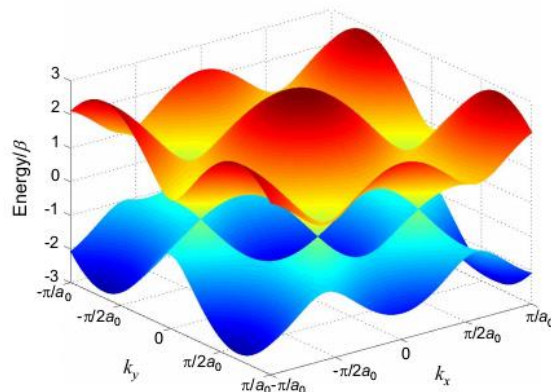
$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \alpha \pm \beta \sqrt{3 + 2 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_1) + 2 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_2) + 2 \cos(\mathbf{k} \cdot (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2))} \quad (24.7)$$

բնութագրական արտահայտությունը: Ավելացնենք, որ  $\alpha$  -ն ներկայացնում է էլեկտրոնի փոխազդեցության էներգիան տարրական բջիջի այն ատոմական միջուկի հետ, որի շուրջ լոկալիզացված է հիմնականում:  $\beta$  -ն համապատասխանաբար ներկայացնում է փոխազդեցության էներգիան մյուս՝ ավելի հեռու ատոմական միջուկի հետ: Բնականաբար  $\beta$  -ն էապես փոքր է  $\alpha$  -ից:

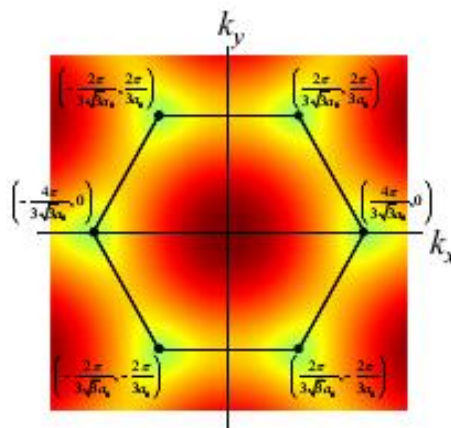
Էլեկտրոնի էներգիան՝  $\varepsilon(\mathbf{k})$  առնչությունը՝ որպես երկչափ  $\mathbf{k}$  քվազիիմպուլսի ֆունկցիա, ներկայացված է Նկ. 24.2-ում: Դիսպերսիոն առնչության երկու թերթերի միջև, որոնցից ներքևինը լրիվ լցված է, ընդհանուր դեպքում գոյություն ունի արգելված գոտի, և կարելի էր սպասել, որ գրաֆենը մեկուսիչ է: Սակայն ներքևի գոտին շոշափում է վերևի գոտուն որոշակի  $\mathbf{k} = \mathbf{K}$  կետերում, որտեղ

$$\mathbf{K} = \left( \pm \frac{4\pi}{3\sqrt{3}a_0}, 0 \right), \left( \pm \frac{2\pi}{3\sqrt{3}a_0}, \pm \frac{2\pi}{3\sqrt{3}a_0} \right): \quad (24.8)$$

$\mathbf{K}$  կետերի դասավորությունը  $k_x$ ,  $k_y$  հարթության վրա պատկերված է Նկ. 24.3-ում: Այս ուղղություններով գրաֆենը հաղորդիչ է:



Նկ. 24.2. Հարթ գրաֆենի էներգիայի գոտիական կառուցվածքը (Տե՛ս Baldo M., Introduction to nanoelectronics, MIT Open Course, (2011), Fig. 6.29):



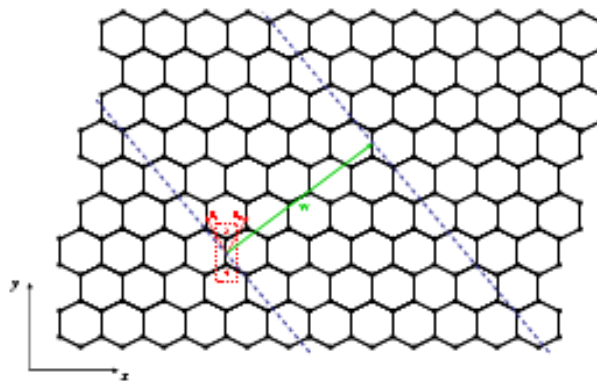
Նկ. 24.3. Հարթ գրաֆենի  $\mathbf{K}$  կետերը (Տե՛ս Baldo M., Introduction to nanoelectronics, MIT Open Course, (2011), Fig. 6.30):

Ածխածնային նանոխողովակները գրաֆենի թերթի՝ առանց կարերի փաթաթված կառուցվածքներ են: Դրանք, հավանաբար, հայտնի ամենաամուր նյութերն են և ունեն գերազանց էլեկտրական հաղորդականություն: Խողովակների տրամագծերը կարող են կազմել ընդամենը մի քանի նանոմետր: Ընդունված է ասել, որ դրանք չունեն դասական անալոգ:

Նանոխողովակների ձևավորման համար գրաֆենի թերթի վրա գծվում է այսպես կոչված փաթեթավորման վեկտոր՝ միացնելով գրաֆենային ցանցի երկու համարժեք բջիջներ, ինչպես պատկերված է Նկ. 24.4-ում: Ապա փաթեթավորման

$$\mathbf{w} = n\mathbf{a}_1 + m\mathbf{a}_2 \equiv (n, m) \quad (24.9)$$

վեկտորի ծայրակետերից, որտեղ  $n$ -ը և  $m$ -ը, որոնք կոչվում են խիրիալության ինդեքսներ, կամայական ամբողջ թվեր են, տարվում են վեկտորին ուղղահայաց գծեր՝ ձևավորելով գրաֆենի վրա  $w$  լայնության ժապավեն: Ապա այդ ժապավենն առանձնացվում է թերթից և փաթեթավորվում այնպես, որ  $w$ -ի ծայրակետերը համընկնեն:



Նկ. 24.4. Նանոխողովակի կառուցման սխեման փաթեթավորման վեկտորի հենքի վրա (St' u Baldo M., Introduction to nanoelectronics, MIT Open Course, (2011), Fig. 6.32):

Ստեղծվում է  $(n, m)$  գլանաձև նանոխողովակ: Գլանի ստեղծման արդյունքում նրա շրջագծի (շրջանագծային հատման գծի) վրա հաստատվում է պարբերականության պահանջ՝

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{w} = 2\pi \cdot l, \quad (24.10)$$

որտեղ  $l$ -ն ամբողջ թիվ է: Պայմանի ձախակողմյան տեսքը հուշում է, որ հարմար է  $\mathbf{k}$ -ն վերլուծել երկու բաղադրիչների՝  $w$ -ին զուգահեռ, այսինքն՝ գլանի առանցքին ուղղահայաց  $\mathbf{k}_\perp$  բաղադրիչի և  $w$ -ին ուղղահայաց, այսինքն՝ գլանի առանցքին զուգահեռ  $\mathbf{k}_\parallel$ : (24.10) պայմանն այդ դեպքում որևէ սահմանափակում չի դնում գլանի առանցքով ուղղված  $\mathbf{k}_\parallel$  բաղադրիչի հնարավոր արժեքների վրա (Բրիլյուենի առաջին գոտու՝ Նկ. 24.2-ում բերված սահմաններում), սակայն ասում է, որ առանցքին ուղղահայաց  $\mathbf{k}_\perp$  բաղադրիչը կարող է ունենալ միայն որոշակի դիսկրետ արժեքներ, որոշվող  $k_\perp \cdot w = 2\pi \cdot l$  պայմանից:

Նկ. 24.2-ի գոտիական մեկնաբանմամբ դա նշանակում է, որ քվազիիմպուլսի  $k_x, k_y$  հարթության վրա թույլատրելի են միայն որոշակի գծերի վրա ընկած արժեքներ: Գծերի դիրքերը կախված են նանոխողովակի ձևավորման  $(n, m)$  գույգի ընտրությունից: Վերջինիս անալիտիկ քննարկմամբ, ինչը դուրս կթողնենք ներկայացումից, գրաֆենի

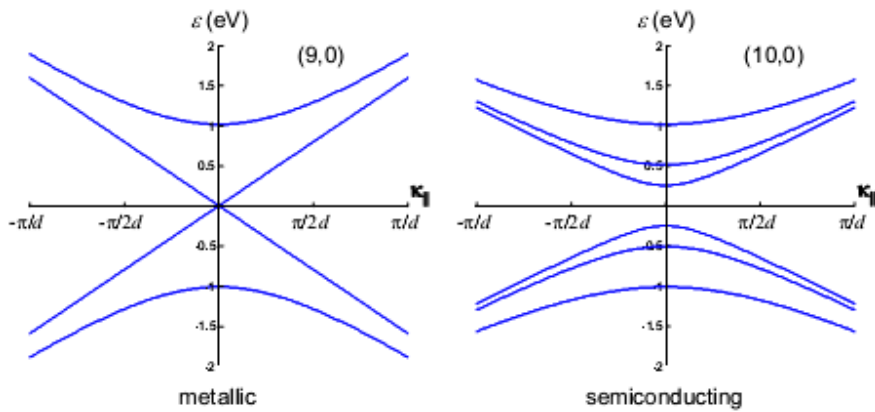
(24.7) դիսպերսիոն առնչությունը նանոխողովակի համար ներկայանում է

$$\varepsilon(k_{\parallel}) = \alpha \pm \frac{3\beta a_0}{d} \sqrt{\left(1 + \frac{n-m}{3}\right)^2 + \left(\frac{k_{\parallel} d}{2}\right)^2} \quad (24.11)$$

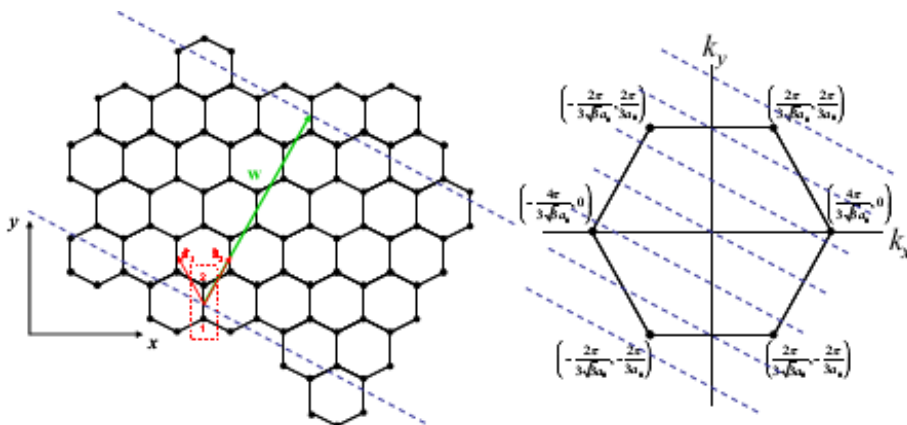
տեսքով, որտեղ  $d = w/\pi$  -ն նանոխողովակի տրամագիծն է: Հետաքրքիր է, որ եթե  $n-m$  -ը երեքի վրա բաժանվող թիվ է, ապա նանոխողովակը մետաղական է, մյուս դեպքերում՝ կիսահաղորդիչ կամ մեկուսիչ՝ կախված արգելված գոտու լայնությունից: Համապատասխան դիսպերսիոն կորերը բերված են Նկ. 24.6-ում:

Նկ. 24.3-ի պատկերացմամբ, եթե  $k$  -ի թույլատրելի արժեքների զծերն անցնում են գրաֆենի  $K$  կետերի վրայով (ինչի համար անհրաժեշտ է, որ  $n-m$  -ը բաժանվի 3 -ի), ապա ածխածնային նանոխողովակը կլինի հաղորդիչ: Եթե ոչ, ինչպես պատկերված է Նկ. 24.6-ում  $w = 2\sqrt{3}a_0\hat{x} + 6a_0\hat{y}$  դեպքում, ապա կլինի կիսահաղորդիչ կամ մեկուսիչ:

Խիրիալության ինդեքսների հիման վրա միաշերտ նանոխողովակները բաժանվում են երեք տիպի.



Նկ. 24.5. Մետաղական և կիսահաղորդչային դիսպերսիոն կորերի սխեմատիկ տեսքերը «զիզզազ» տիպի նանոխողովակի համար (Տե՛ս Baldo M., Introduction to nanoelectronics, MIT Open Course, (2011), Fig. 6.36):



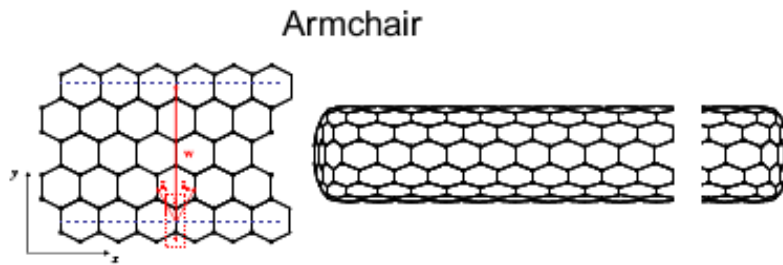
Նկ. 24.6. Նանոխողովակի  $k$  -ի թույլատրելի արժեքների զծերը  $k_x$ ,  $k_y$  հարթության վրա չեն անցնում  $K$  կետերով, և նանոխողովակը ցուցաբերում է կիսահաղորդիչ/մեկուսիչ հատկություններ (Տե՛ս Baldo M., Introduction to nanoelectronics, MIT Open Course, (2011), Fig. 6.35):

- $n = m$  - «բազկաթոռ» կամ «ատամնավոր»,

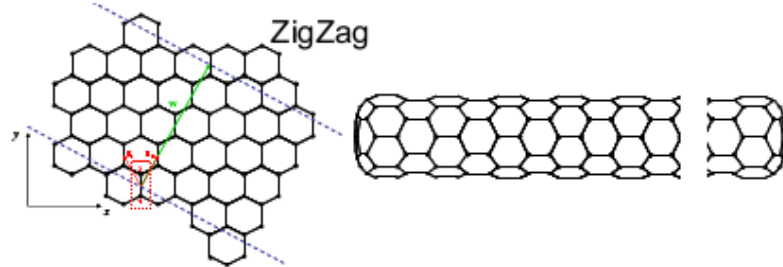
- $n = 0$  - «գիգգագ»,
- $n \neq m$  - «խիրիալ»:

Դրանք պատկերված են համապատասխանաբար Նկ. 24.7 - Նկ. 24.9-ում:

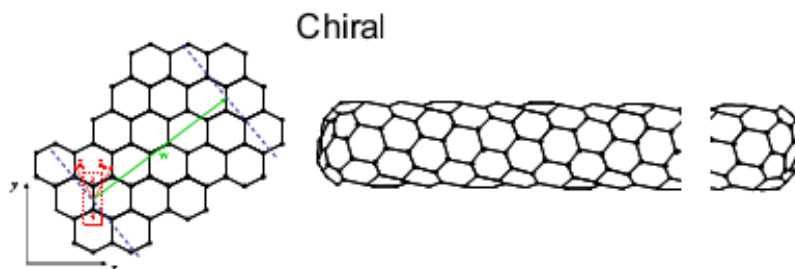
Ուղղակի չափումները հաստատում են ներկայացված բանաձևերից հետևող՝ արգելված գոտու լայնության հակադարձ համեմատականությունը նանոխողովակի տրամագծին և համեմատականության գործակցի թվային արժեքը:



Նկ. 24.7. «Բազկաթոռ» տիպի միաշերտ նանոխողովակի ձևագծումը և արտաքին տեսքը (Տե՛ս Baldo M., Introduction to nanoelectronics, MIT Open Course, (2011), Fig. 6.33):



Նկ. 24.8. «Զիգգագ» տիպի միաշերտ նանոխողովակի ձևագծումը և արտաքին տեսքը (Տե՛ս Baldo M., Introduction to nanoelectronics, MIT Open Course, (2011), Fig. 6.33):



Նկ. 24.9. «Խիրիալ» տիպի միաշերտ նանոխողովակի ձևագծումը և արտաքին տեսքը (Տե՛ս Baldo M., Introduction to nanoelectronics, MIT Open Course, (2011), Fig. 6.33):

Պարզվում է, որ այդպիսի նանոխողովակներում երկու տեսակի հոսանքակիրներն էլ՝ էլեկտրոնները և խոռոչները, կարող են առկա լինել և ապահովել էլեկտրական հոսանքի առաջացումը:

Նման էլեկտրական հատկություններին՝ նանոխողովակների մեխանիկական հատկությունները ևս կարող են սերտորեն առնչվել գրաֆենի առանձին թերթի հետ: Քանի որ գրաֆենի թերթը շատ կոշտ է հարթության մեջ ուղղություններում, ապա նման մեծ կոշտության գործակից պետք է սպասել նանոխողովակի առանցքի ուղղությամբ: Պարզվել է նաև, որ, ի տարբերություն էլեկտրական հատկությունների, նանոխողովակի կոշտության գործակցի բաղադրիչները հա-

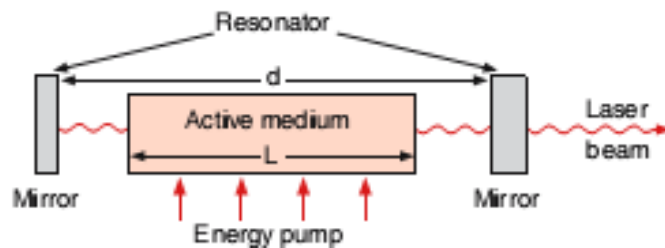
մարյա կախված չեն նանոխողովակի տրամագծից և խիրիալության ինդեքսների արժեքներից: Կոշտության արժեքները մոտ են ադամանդի կամ գրաֆիտի թերթի արժեքներին և ավելի քան հինգ անգամ գերազանցում են պողպատի կոշտությանը:

Նանոխողովակների արձագանքը մեծ դեֆորմացիաներին և նշանակալի է: Հայտնի առավել կոշտ նյութերում ձգվածությունները չեն հասնում 1%-ի, քանի որ առաջանում են դեֆեկտներ և ապա խզումներ: Ածխածնային նանոխողովակների մոտ ձգման առաձգական դեֆորմացիաները հասնում են մինչև 15%-ի: Համակցված կոշտության գործակցի մեծ արժեքներով՝ դեֆորմացիայի ուժերը 300-ից 400 անգամ գերազանցում են պողպատի հնարավորությունները:

Այսպիսով, ածխածնային նանոխողովակները ներկայացնում են նանոկառուցվածքների նոր դաս, ինչը տարբերվում է տրադիցիոն պինդմարմնային սարքերի ստրուկտուրայից: Նանոխողովակները կարող են պատրաստվել հիմնական բնութագրերի, ներառյալ՝ էլեկտրոնային գոտիական սպեկտրի լավ վերահսկմամբ: Կարող են պատրաստվել որպես կիսահաղորդիչներ, ինչպես էլեկտրոնային, այնպես էլ խոռոչային հաղորդականություններով: Նրանք կարող են միացվել մետաղներին և իրականացնել ածխածնային նանոխողովակների հենքով էլեկտրոնային սարքերի պատրաստման տարբեր տեխնոլոգիական գործառնություններ:

Ածխածնային նանոխողովակների պատրաստման հնարավորությունից անմիջապես հետո հասկացվել է, որ ածխածնից բացի այլ էլեմենտներ ևս կարող են ծառայել նանոխողովակների պատրաստման համար, որ այն երկչափ անիզոտրոպ թաղանթային ստրուկտուրաների ընդհանուր հատկություն է: Դրանք կոչվում են ոչ օրգանական նանոխողովակային ստրուկտուրաներ: Օրինակներ են  $WS_2$ ,  $MoS_2$ ,  $V_2O_5$  և  $BN$  նանոխողովակները ( $W$ -վոլֆրամ,  $S$ -ծծումբ,  $Mo$ -մոլիբդեն,  $V$ -վանադիում,  $O$ -թթվածին): Դրանց ուսումնասիրությունը պետք է որ բերի մի քանի հետաքրքիր երևույթների դիտման և տեխնոլոգիական կիրառությունների նանոէլեկտրոնիկայում:

## 25. Լազերներ



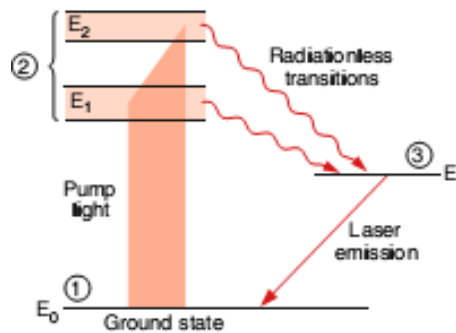
Նկ. 25.1. Լազերի սխեմատիկ կառուցվածքը (Sté u Demtröder W., *Atoms, Molecules and Photons*, Springer, 2005, Fig. 8.1):

Լազերները կոհերենտ լույսի ճառագայթման աղբյուրներ են՝ մեծաթիվ կիրառություններով: Նրանց հիմնական երեք բաղադրիչներն են (Նկ. 25.1).

- Ակտիվ միջավայր, որտեղ սելեկտիվ անցումների միջոցով ստեղծվում է էներգետիկ մակարդակների գերբնակեցում (բնակեցվածության շրջում, ինվերսիա): Այն մեծապես տարբերվում է  $n(E) \propto e^{-E/k_B T}$  բոլցմանյան ջերմային հավասարակշիռ բաշխումից:

- Էներգիայի մղիչ (բոնկման լամպ, գազային պարպիչ, էլեկտրական հոսանք և այլն), որն ստեղծում է բնակեցվածության ինվերսիան:

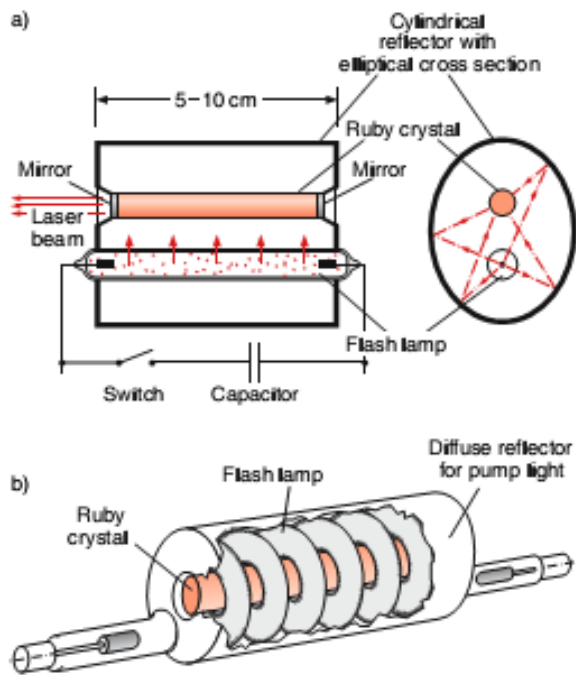
- Օպտիկական ռեզոնատոր, որը պահեստավորում է ակտիվ միջավայրի ֆլուրեսցենցիան ճառագայթման դաշտի մի քանի հաճախությունների (մոդերի) վրա: Արդյունքում այս մոդերի վրա ինդուկցված ճառագայթումը դառնում է շատ ավելի ինտենսիվ, քան սպոնտան ժառագայթումը: Օպտիկական ռեզոնատորի անդրադարձման մեծ գործակից ունեցող հայելիները, անդրադարձնելով ճառագայթումը դեպի ակտիվ միջավայր, ստեղծում են շատանգամյա ետ ու առաջ անցումներ նրանում և կորուստները գերազանցող ստիպողական ճառագայթման միջոցով իրականացնում լույսի ինտենսիվության խիստ մեծացում:



Նկ. 25.2. Լազերի ակտիվ միջավայրի էներգետիկ մակարդակների սխեման (Տե՛ս Demtröder W., *Atoms, Molecules and Photons, Springer, 2005, Fig. 8.9*):

Գերբնակեցվածություն ստեղծելու ընդունված սխեմաներից մեկը բերված է Նկ. 25.2-ում: Լազերային գեներացիայի համար ինվերսիա ստեղծվում է գրգռված՝ 2-ի համեմատ շատ ավելի երկարակյաց 3 և հիմնական 1 վիճակների միջև: Դրա համար մղման աղբյուրի կողմից բնակեցվում է 2 մակարդակը (մակարդակների խումբը), ինչն արագորեն ( $10^{-10} - 10^{-11}$  վայրկյանի ընթացքում) ոչ ռադիացիոն ճանապարհով ռելաքսացվում է ցանկալի 3 մակարդակ: Ռելաքսացման էներգիան տատանումների տեսքով հաղորդվում է ակտիվ միջավայրին՝ տաքացնելով այն:

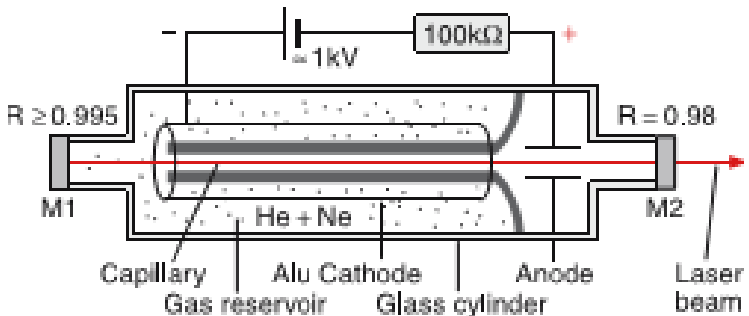
Մղման էներգիան կարող է փոխանցվել ակտիվ ատոմներին իմպուլսային (օրինակ՝ բոնկման լամպերի միջոցով) կամ անընդհատ ռեժիմներով (օրինակ՝ գազային պարպիչների միջոցով): Լազերի ճառագայթումը համապատասխանաբար ի հայտ կգա առաջին դեպքում իմպուլսների, երկրորդ դեպքում՝ անընդհատ ճառագայթման տեսքով: Նկ. 25.3-ում բերված է բոնկման լամպի միջոցով լազերային մղման կառուցվածքը երկու տարբեր երկրաչափությունների դեպքում:



Նկ. 25.3. Ռուբինային լազերի բռնկման լամպերի հնարավոր կոնֆիգուրացիաներ՝ a) գծային՝ էլիպտիկ լայնական հատույթով անդրադարձող խցիկով և b) պարուրածն (Տե՛ս Demtröder W., *Atoms, Molecules and Photons, Springer, 2005, Fig. 8.10*):

Նկատենք, որ առաջինում լամպի և միջավայրի լայնական հատույթների կենտրոնները գտնվում են էլիպսի երկու ֆոկուսներում: Լամպի սնուցումը կատարվում է կոնդենստորային աղբյուրից մի քանի միլիվայրկյան տևողությամբ: Լազերային էլքային ճառագայթումը մեծաթիվ միկրովայրկյանային իմպուլսների փաթեթ է՝ ընդհանուր տևողությունը մոտ մեկ կարգով պակաս մղման ժամանակից:

Երկրորդ բնութագրական օրինակը հելիում-նեոնային (He-Ne) առավել լայն տարածում գտած գազային անընդհատ լազերն է: Կառուցվածքը բերված է Նկ. 25.4-ում:



Նկ. 25.4. He-Ne լազերի կառուցվածքը (Տե՛ս Demtröder W., *Atoms, Molecules and Photons, Springer, 2005, Fig. 8.11*):

Ակտիվ միջավայրի մղման մեխանիզմն այստեղ ապակե խողովակում գազի ստացիոնար պարպման պայմաններում հելիումի և նեոնի ատոմների գրգռումն է էլեկտրոնների ոչ առաձգական բախումների հետևանքով: Աշխատանքային են հելիումի ատոմի երկու մետաստաբիլ մակարդակները՝ կապված հիմնական մակարդակի հետ: Հիմնականում միջավայրի նոսրության պատճառով ուժեղացման գործակիցը փոքր է, և լազերային գեներացիայի համար հարկ է լինում

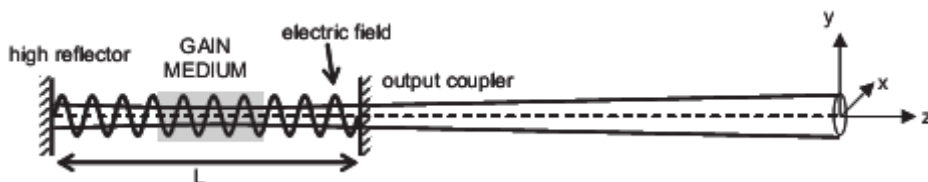


բարձրացնել ռեզոնատորի հայելիների անդրադարձման գործակիցը՝ ճառագայթի անցումների թիվը միջավայրով մեծացնելու համար: Խուլ հայելու անդրադարձման գործակիցը 99.99% է: Նկատենք, որ այլումինե ծածկույթով կենցաղային հայելիների մոտ այն մոտ 70% է:

*Օպտիկական ռեզոնատորներում* մոնոքրոմատիկ լույսի կոհերենտության հետևանքով տեղի է ունենում ինտերֆերենցիա, ինչի արդյունքում միայն որոշակի ալիքի երկարության ալիքներ (մոդեր) կարող են պահպանվել ռեզոնատորում: Դա նշանակում է, որ ակտիվ միջավայրի ճառագայթած ալիքի երկարությունը պետք է անպայմանորեն համընկնի ակտիվ միջավայրը ներառող ռեզոնատորի մոդերից մեկի կամ սպեկտրի դեպքում՝ հարևան մի քանիսի հետ: Ի դեպ, փակ (եռաչափ) ռեզոնատորներում մոդերի խտությունը շատ մեծ է, և ատոմական անցման սպոնտան ճառագայթման գծի լայնության վրա տեղավորվում են ոչ թե մի քանի, այլ շատ մեծ թվով մոդեր: Դա նշանակում է, որ փակ ռեզոնատորում զրգոված ատոմների սպոնտան ճառագայթումը բաշխվում է շատ մոդերի վրա, ինչի արդյունքում ֆոտոնների միջին թիվը մեկ մոդայի վրա փոքր է լինում, իսկ փոքրաթիվ ֆոտոններով ինդուկտվող ճառագայթման ուժեղացումը փոքր է լինում սխեմայում անպայմանորենորեն գոյություն ունեցող կորուստներից: Լազերային կոհերենտ և ինտենսիվ ճառագայթումը դառնում է անհնար:

Տվյալ մոդում հավաքվող էներգիայի և կորսվող էներգիայի հարաբերակցությունը կոչվում է ռեզոնատորի բարորակություն և սովորաբար նշանակվում  $Q$  տառով: Կարելի է վերաշարադրել վերևում ասվածը, որ փակ ռեզոնատորի բարորակությունը լոկալիզացված և բավարար բարձր չէ լազերային գեներացիա ստանալու համար: Այս պայմանին կարող են բավարարել բաց (միաչափ) ռեզոնատորները:

Օպտիկական ռեզոնատորից դուրս եկող ճառագայթի (Նկ. 25.5) մոդային կառուցվածքը նկարագրվում է լայնական և երկայնական բաղադրիչներով:



Նկ. 25.5. Լազերային հարթ ռեզոնատորը և էլքային ճառագայթը (Տե՛ս Fox M., *Quantum Optics. An Introduction*, Oxford, University Press, 2006, Fig. 4.11):



Չարլզ Հերմիտ

Լայնական մոդերը նկարագրում են էլեկտրական դաշտի

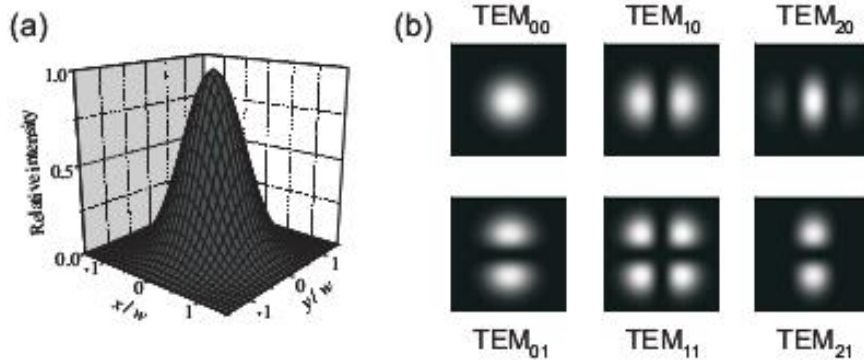
$$E_{mn}(x, y) = E_0 H_m\left(\frac{\sqrt{2} x}{w}\right) H_n\left(\frac{\sqrt{2} y}{w}\right) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w^2}\right), \quad (25.1)$$

բաշխումը ճառագայթի  $(x, y)$  լայնական հարթության մեջ, որտեղ  $w$ -ն ճառագայթի վզիկի պարամետրն է, որը որոշում է փնջի չափերը,  $H_m$ -ը և  $H_n$ -ը Հերմիտի  $m$  և  $n$  կարգի բազմանդամներն են: Դրանք ընդունված է անվանել  $TEM_{mn}$  մոդաներ: Դրանցից առաջին մի քանիսը պատկերված են Նկ. 24.6-ում: Առավել կարևոր է  $TEM_{00}$  մոդը, որն ունի

գաուսյան շառավղային բաշխում՝

$$E_{00}(x, y) = E_0 \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right), \quad (25.2)$$

և կարող է ֆոկուսացվել տեսականորեն թույլատրելի ամենափոքր չափերում:



Նկ. 2.5.6. (a). (b). TEM<sub>00</sub> մոդի ինտենսիվության բաշխումը, որն ունի գաուսյան տեսք (Fox M., A Student Guide to Atomic Physics: PHY332 Atomic and Laser Physics, 2019, Fig. F.2):



Կառլ Գաուս

Երկայնական մոդերը որոշում են ճառագայթման սպեկտրը: Լազերային ռեզոնատորից դուրս եկող ալիքները ռեզոնատորի ներսում կանգուն ալիքներ են, ինչպես պատկերված է Նկ. 25.5-ում: Կոնստրուկտիվ ինտերֆերենցիայի արդյունքում թույլատրվող  $\lambda$  ալիքի երկարությունները ռեզոնատորում պետք է բավարարեն

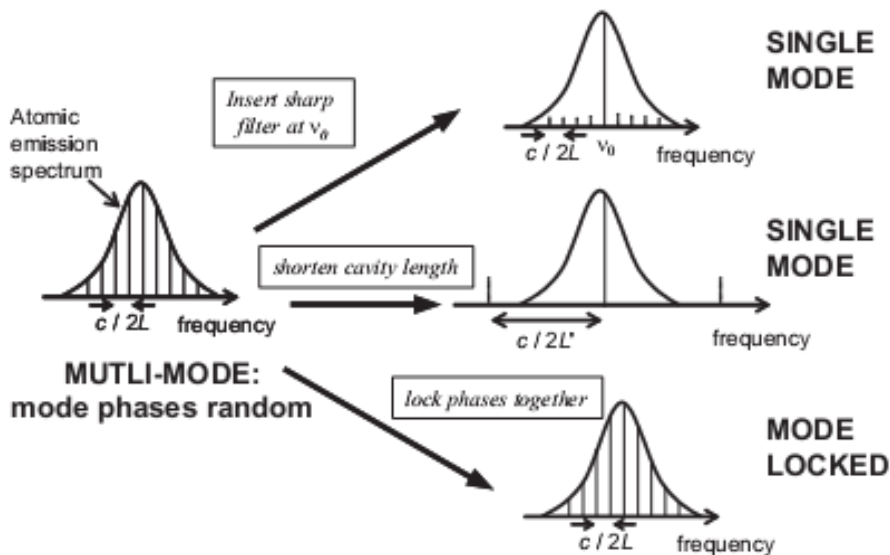
$$L = N \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad N = 1, 2, 3, \dots$$

պայմանին: Այստեղ ամենակարևորը հարևան հաճախությունների միջև

$$\Delta \nu_{mode} = \frac{c}{2n_{medium}L}$$

հեռավորությունն է:

Ի հավելումն, ռեզոնատորային հաճախությունները պետք է ընկած լինեն նաև ակտիվ ատոմների ուժեղացման գծի լայնության սահմաններում: Այստեղ առկա են մի քանի հնարավորություններ՝ միամոդ, բազմամոդ և մոդերի սինխրոնիզացմամբ: Դրանք սեղմ մեկնաբանված են Նկ. 25.7-ում: Բազմամոդ ռեժիմում մոդերն աշխատանքի ընթացքում ունեն պատահական փուլեր իրար նկատմամբ, գործում են ըստ էության իրարից անկախ: Մոդերի սինխրոնիզացման ռեժիմում սորից ուժեղացման գծի սահմաններում առկա են մեկից էապես մեծ թվով մոդեր, բայց նրանց փուլերը ինչ-ինչ մեթոդներով դարձվում են համաձայնեցված:



Նկ. 25.7. Լազերային բազմամոդ, միամոդ և մոդերի սինխրոնացմամբ ռեժիմները (Fox M., A Student Guide to Atomic Physics: PHY332 Atomic and Laser Physics, 2019, Fig. F.3):

Ռեզոնատորի ներսում մոդերը վերադրվում են իրար կոհերենտ, ինչի արդյունքում արդյունաբար դաշտը ձեռք է բերում պարբերաբար կրկնվող կարճ իմպուլսների հաջորդականության տեսք: Ցույց տանք այս պարզ օրինաչափությունը՝ ենթադրելով, որ գծի լայնության մեջ տեղակայված  $N$  թվով մոդերը խստիվ կոհերենտ են.

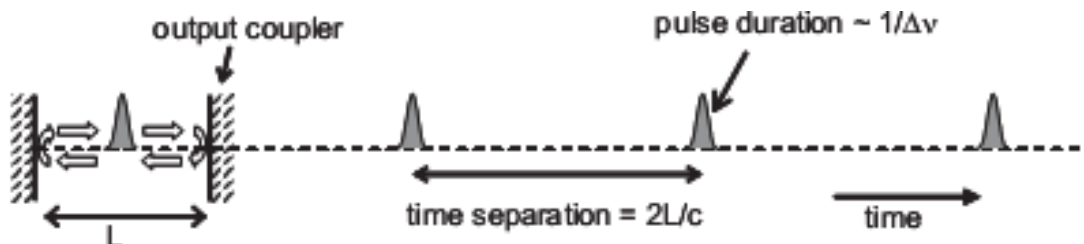
$$E(t) = e^{i\phi_0} \sum_{m=-(N-1)/2}^{m=(N-1)/2} E_m \exp i(\omega_0 + m\pi c/L)t = e^{i\phi_0} e^{i\omega_0 t} \sum_{m=-(N-1)/2}^{m=(N-1)/2} E_m \exp i(m\pi c/L)t,$$

$\omega_0$ -ով նշանակված է կենտրոնական հաճախությունը: Հակիրճության համար համարենք բոլոր մոդերի ամպլիտուդներն իրար հավասար՝  $E_m = E_0$ : Գումարն այդ դեպքում պարզ երկրաչափական պրոգրեսիա է, ինչի արդյունքում ստանում ենք

$$E(t) = e^{i\phi_0} E_0 \frac{\sin N\pi ct/2L}{\sin \pi ct/2L}:$$

$N \gg 1$  դեպքում այն ունի ուժեղ արտահայտված մաքսիմում, երբ  $t$ -ն  $2L/c$ -ի պատիկն է:

Լազերի աշխատանքի համապատասխան պատկերը բերված է Նկ. 25.8-ում: Իմպուլսների պիկային հզորությունը համեմատական է  $N^2$  -ուն, առանձին իմպուլսի տևողությունը հակադարձ, իսկ էներգիան ուղիղ համեմատական է  $N$  -ին:



Նկ. 25.8. Մոդերի սինխրոնիզացմամբ լազերային իմպուլսները (Sté u Fox M., Quantum Optics. An Introduction, Oxford, University Press, 2006, Fig. 4.13):

Դա նշանակում է, որ գերկարձ և մեծ ինտենսիվություններով ու էներգիաներով իմպուլսների ձևավորման համար անհրաժեշտ է ուժեղացման գծի մեծ լայնություն ունեցող ակտիվ միջավայր: Գազային լազերներն այդ իմաստով հարմար թեկնածուներ չեն, քանի որ, մշակված լինելով սպեկտրոսկոպիկ կիրառությունների համար, օժտված են ուժեղացման գծի փոքր լայնությամբ: HeNe -ային լազերի իմպուլսները, օրինակ, ունեն առնվազն 0.1 նանովայրկյան տևողություններ:

Լավագույն արդյունքներ ձեռք են բերվել վերալարվող հաճախության լազերներում, ինչպիսիք են ներկանյութային (dye) կամ տիտանի խառնուրդով սապֆիրային (Ti:sapphire) լազերները: Վերջինիս ուժեղացման գծի լայնությունը մոտավորապես  $10^{14}$  Հերց է, և մոդերի սինխրոնիզացման ռեժիմում լազերային իմպուլսների տևողությունները 100 ֆեմտովայրկյանից կարճ են: Երբ օգտագործվում է բյուրեղի ուժեղացման գծի ամբողջ լայնությունը, ապա ստացվում են 1 ֆեմտովայրկյանից կարճ իմպուլսներ:

Լազերային ճառագայթման լույսն օժտված է տարածական և ժամանակային բարձր աստիճանի կոհերենտություններով: Տարածական կոհերենտությունն առնչվում է փնջի լայնական հատույթի երկայնքով ֆազային համասեռությանը: Լավ ձևակերպված լայնական մոդում օպտիկական փուլը լայնական հատույթում պետք է լինի հաստատուն: Տարածական կոհերենտությունը լինում է շատ բարձր, երբ լազերն աշխատում է միամոդ ռեժիմում:

Ժամանակային կոհերենտությունը վերաբերում է ժամանակաընթացքին, որում փուլը մնում է հաստատուն: Ընդհանուր դեպքում կոհերենտության  $t_c$  ժամանակը որոշվում է սպեկտրալ  $\Delta\nu$  լայնությամբ՝ համաձայն

$$t_c \propto \frac{1}{\Delta\nu}$$

օրինաչափության: Համարժեք սահմանվում է նաև կոհերենտության երկարությունը՝

$$l_c \equiv ct_c \propto \frac{c}{\Delta\nu} :$$

Լուսային որոշ աղբյուրների կոհերենտության երկարությունները բերված են աղյուսակում: Թվերը բացատրում են, թե ինչու շատ ավելի հեշտ է ինտերֆերենցիոն պատկերներ ստանալ լազերով, քան աղեղնային լամպով:

Source	$\Delta\nu$ (Hz)	$t_c$ (վրկ)	$l_c$
Նատրիումի աղեղնային լամպ	$5 \cdot 10^{11}$	$2 \cdot 10^{-12}$	0.6 մմ
HeNe բազմամոդ լազեր	$1.5 \cdot 10^9$	$6 \cdot 10^{-10}$	20 սմ
HeNe միամոդ լազեր	$1 \cdot 10^6$	$10^{-6}$	300 մ

Եթե ինտերֆերոմետրի բազուկների տարբերությունը գերազանցում է  $l_c$ -ն, ապա ինտերֆերենցիոն պատկեր չի ձևավորվում: HeNe միամոդ լազերի դեպքում բազուկների տարբերությունը կարող է հասնել 300 մետրի, իսկ ինտերֆերենցիոն պատկերը դեռ կպահպանվի:

Կոհերենտության մեծ երկարություններն օգտագործվում են հոլոգրաֆիայում և ինտերֆերոմետրիայում:

## 26. Օպտիկական ուժեր

Ուժի հասկացության օպտիկական դաշտերի մեխանիկական ազդեցությունը քննարկելու համար կիրառելի է այնքանով, որքանով ատոմի ծանրության կենտրոնի  $\Gamma$ -ե Բրոյլի ալիքի երկարությունը էապես փոքր է միջատոմական հեռավորություններից: Այս պայմանը վստահաբար կիրառելի է մինչև մի քանի Կելվին ջերմաստիճաններ: Ավելի ցածր ջերմաստիճաններում, որոնք ներկայումս ստացվում են լազերային ճառագայթման հետ փոխազդեցության ճանապարհով, ուժի հասկացությունն օգտագործվում է ինչ-որ իմաստով պայմանական, իսկ հաճախ էլ հարկ է լինում մնալ իմպուլսի պահպանման օրենքի սահմաններում:

Լազերային դաշտերն ատոմների վրա ազդում են ինչպես կոնսերվատիվ, այնպես էլ ոչ կոնսերվատիվ (դիսիպատիվ) ուժերով: Կոնսերվատիվ ուժերի ազդեցությամբ ատոմների ջերմաստիճանն իհարկե չի կարող իջեցվել (կամ բարձրացվել), սակայն այդ ուժերն ունեն ճանաչողական մեծ արժեք և կիրառությունների լայն դաշտ, այնպես որ քննարկումը կսկսենք դրանցից: Ատոմում էլեկտրոնները գտնվում են կապված վիճակում, և լույսի ազդեցությունը նրանց վրա առավել պարզ կարող է դիտվել որպես ռեզոնանսային փոխազդեցություն ոչ բևեռային դիպոլի հետ (ազատ ատոմի դիպոլային մոմենտը հավասար է զրոյի): Լուսաինդուկցած  $\mathbf{d}$  դիպոլային մոմենտը ժամանակի ընթացքում փոխվում է լուսային ալիքի  $\mathbf{E}$  էլեկտրական դաշտին համեմատական՝  $\mathbf{d}(t) \propto \mathbf{E}(t)$ : Դաշտի փոփոխությունն ուղեկցվում է դիպոլի համատակտ փոփոխությամբ, ինչի արդյունքում ատոմի փոխազդեցության  $V = -\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}$  պոտենցիալ էներգիայի ժամանակային միջինը տարածության յուրաքանչյուր կետում մնում է նույնը, սակայն ընդհանուր դեպքում փոխվում է կետից կետ անցնելիս: Ուրեմն, տարածական գրադիենտ ունեցող լուսային ալիքի դաշտում ատոմի վրա ազդում է զրոյից տարբեր և ռեզոնանսային բնույթի ուժ, որի ուղղությունը, ի դեպ, կախված է լինում ռեզոնանսի  $\Delta$  ապալարքի նշանից:

Խնդիրը քննարկվում է Շրեդինգերի հավասարման հիման վրա, որի Համիլտոնյանը լրացվում է ատոմի ծանրության կենտրոնի կինետիկ էներգիայի օպերատորով՝ տալով

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(t, \mathbf{r})}{\partial t} = \left( -\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 + \hat{H}_0 - \hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E} \right) \Psi(t, \mathbf{r}) \quad (26.1)$$

հավասարումը: Այստեղ  $\mathbf{r}$  -ը օպտիկական էլեկտրոնի շառավիղ-վեկտորն է քննարկվող լաբորատոր համակարգում: Ներկայացնենք այն որպես ատոմի զանգվածների կենտրոնի և զանգվածների կենտրոնի նկատմամբ էլեկտրոնի շառավիղ վեկտորների գումար ( $\mathbf{r} = \mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}$ ): Դիպոլային մոտավորությամբ՝  $\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\rho} \ll 1$ , ինչը ենթադրված է (26.1)-ում,  $\hat{\mathbf{d}}$  դիպոլային մոմենտն օպերատոր է՝ ըստ  $\boldsymbol{\rho}$  փոփոխականի, իսկ օպտիկական դաշտի  $\mathbf{E}$  լարվածության համար  $\mathbf{r}$  -ը կարելի է փոխարինել  $\mathbf{R}$  -ով: Արդյունքում (26.1)-ը ստանում է

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(t, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho})}{\partial t} = \left( -\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{R}^2} + \hat{H}_0(\boldsymbol{\rho}) - \hat{\mathbf{d}}(\boldsymbol{\rho}) \cdot \mathbf{E}(t, \mathbf{R}) \right) \Psi(t, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) \quad (26.2)$$

բացահայտ տեսքը: Մոտարկումը թույլ է տալիս զանգվածների կենտրոնի համար ստանալ հավասարումների համակարգ, որում որպես գործակիցներ հանդես են գալիս ազատ ատոմի բնութագրիչ հանդիսացող դիպոլային մոմենտի մատրիցական էլեմենտները:

Հավասարման լուծման համար իրականացնում ենք քայլերի նույն հերթականությունը, ինչը մանրամասն ներկայացվել է § 8 -ում ատոմի հիմնական և գրգռված վիճակների հավանականային ամպլիտուդների (8.13) և (8.14) ժամանակային հավասարումների ստացման ժամանակ: Ատոմի լրիվ ալիքային ֆունկցիան, ինչպես և (8.6)-ում, վերլուծում ենք ըստ ատոմի ներքին երկու վիճակների  $\varphi_1(\boldsymbol{\rho})$  և  $\varphi_2(\boldsymbol{\rho})$  ալիքային ֆունկցիաների՝

$$\Psi(t, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = \sum_{i=1,2} C_i(t, \mathbf{R}) \varphi_i(\boldsymbol{\rho}) : \quad (26.3)$$

Այստեղ նորությունը (8.6)-ի նկատմամբ այն է, որ  $C_i(t, \mathbf{R})$ ,  $i = 1, 2$  գործակիցները, ի հավելումն  $t$  ժամանակի, կախված են ատոմի զանգվածների կենտրոնի  $\mathbf{R}$  շառավիղ-վեկտորից: Իր սկզբունքային կարևորությունը պահպանում է նաև այդ գործակիցների ֆիզիկական մեկնաբանությունը, այն է՝  $C_1(t, \mathbf{R})$ -ը ( $C_2(t, \mathbf{R})$ -ը) հավանականային ամպլիտուդն է այն բանի, որ ժամանակի  $t$  պահին ատոմի զանգվածների կենտրոնի շառավիղ վեկտորը կլինի  $\mathbf{R}$  կետում, և միաժամանակ ներքին վիճակում ատոմը կգտնվի հիմնական (գրգռված) էներգետիկ մակարդակում: Այլ կերպ, դրանցից առաջինը ատոմի համընթաց շարժման ալիքային ֆունկցիան է պայմանով, որ ատոմը գտնվում է ներքին վիճակի հիմնական, իսկ երկրորդը՝ գրգռված էներգետիկ մակարդակում:

Հաջորդ քայլում (26.3) ալիքային ֆունկցիան տեղադրվում է (26.2) հավասարման մեջ և կատարվում ստանդարտ գործողությունները, այն է՝ բազմապատկվում է ձախից նախ  $\varphi_1(\boldsymbol{\rho})$ -ի, ապա  $\varphi_2(\boldsymbol{\rho})$ -ի կոմպլեքս համալույծ ֆունկցիաներով և յուրաքանչյուր դեպքում ինտեգրվում ըստ ատոմի ծավալի ( $\boldsymbol{\rho}$  փոփոխականի՝ անվերջ սահմաններում): Արդյունքում ատոմի զանգվածների կենտրոնի տարածաժամանակային էվոլյուցիայի համար ստանում ենք հետևյալ հավասարումների համակարգը՝

$$\left( i\hbar \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 \right) c_1(t, \mathbf{r}) = -\mathbf{d}_{12}^* \mathbf{E}_0^*(t, \mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} c_2(t, \mathbf{r}), \quad (26.4a)$$

$$\left( i\hbar \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 + \hbar \Delta \right) c_2(t, \mathbf{r}) = -\mathbf{d}_{m1} \mathbf{E}_0(t, \mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} c_1(t, \mathbf{r}), \quad (26.4b)$$

որտեղ

$$c_2 = C_2 e^{i\Delta t} e^{iE_2 t/\hbar}, \quad c_1 = C_1 e^{iE_1 t/\hbar} : \quad (26.5)$$

$\mathbf{E}_0(t, \mathbf{r})$ -ն դաշտի դանդաղ փոփոխվող ամպլիտուդն է, և հավասարումներում արդեն  $\boldsymbol{\rho}$  փոփոխականի բացակայության պայմաններում հարմար ենք գտել կատարել  $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{r}$  վերանվանումը:

Ատոմում ներքին ազատության աստիճանի առկայությունն ի հայտ է գալիս համապատասխան թվով, ներկա դեպքում երկու, փոխհամակցված հավասարումների ձևավորմամբ: Դրանք ո՛չ առանձին-առանձին, ո՛չ էլ միասին չունեն Շրեդինգերի հավասարման տեսքը: Դա նշանակում է, որ ատոմի ծանրության կենտրոնի շարժման համար պրորբեմային է պոտենցիալ էներգիայի հասկացություն մտցնելը, և դրան խանգարում է ատոմի ներքին կառուցվածք ունենալու հանգամանքը: Ընդհանուր դեպքում խաթարված է պոտենցիալ էներգիայի հասկացությունն անգամ ներքին վիճակներից յուրաքանչյուրի համար: Որոշ սահմանային պայմաններում հնարավոր է լինում, այնուամենայնիվ, պահպանել պոտենցիալ էներգիայի հասկացությունն

ատոմի առանձին էներգետիկ մակարդակի համար՝ տանելով գուգահեռներ լայնորեն հայտնի Շտերնի ու Գերլախի փորձի հետ, որտեղ մագնիսական դաշտի ազդեցությունը, լինելով տարբեր սպինի տարբեր պրոյեկցիաների վրա, բերում է դրանց համընթաց շարժման տարածական տարանջատման:



Օտտո Շտերն



Վալտեր Գերլախ

Նման տարանջատում ըստ ներքին վիճակների տեղի է ունենում նաև լազերային ճառագայթման դաշտում շարժվող ատոմների համար և անալոգիայի հիման վրա կոչվում է Շտերնի և Գերլախի օպտիկական էֆեկտ:

Վերադառնանք (26.4a) և (26.4b) հավասարումների համակարգին և ներկայացնենք պայմանները, որոնց դեպքում պոտենցիալ էներգիայի հասկացությունն ատոմի համընթաց շարժման համար կարող է լինել օրինական: Դրանք նաև պրակտիկ կարևորության պայմաններ են:

*Գրադիենտային ուժ:* Լազերային լույսի հետ ատոմի փոխազդեցության կոհերենտությունն ապահովելու պարզագույն ճանապարհը ռեզոնանսի  $\Delta$  ապալարքի մեծ արժեքների ընտրությունն է, որոնք մեծապես գերազանցում են օպտիկական անցման  $\gamma$  համասեռ, ինչպես նաև ատոմի շարժման և դաշտի ամպլիտուդի հնարավոր տարածաժամանակային փոփոխությունների արդյունքում առաջացող  $\delta\omega$  անհամասեռ լայնացումները: Էներգիայի պահպանման օրենքն այս դեպքում ասում է, որ օպտիկական անցումներն ատոմի էներգետիկ մակարդակների միջև վիրտուալ են, և ատոմը, մնալով նույն էներգետիկ մակարդակում, պոտենցիալ էներգիայի հասկացությունը դարձնում է նրա համար կիրառելի:

Իսկապես, նշված պայմաններում  $\Delta$  ապալարքը մեծ է այնքան, որ (26.4b)-ի ձախակողմյան փակագծում առաջին երկու անդամները կարելի է լինում արհամարհել  $\hbar\Delta$  անդամի նկատմամբ: Ստացվող

$$c_2(t, \mathbf{r}) = -\frac{\mathbf{d}_{12} \mathbf{E}_0(t, \mathbf{r})}{\hbar \Delta} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} c_1(t, \mathbf{r}), \quad (26.6)$$

հանրահաշվական հավասարման տեղադրումով (26.4a)-ն ձևափոխվում և ձեռք է բերում

$$\left( i\hbar \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 - \frac{|\mathbf{d}_{12}|^2 |\mathbf{E}_0(t, \mathbf{r})|^2}{\hbar \Delta} \right) c_1(t, \mathbf{r}) = 0 \quad (26.7)$$

տեսքը, ինչը Շրեդինգերի հավասարում է  $c_1(t, \mathbf{r})$  ամպլիտուդ-ֆունկցիայի համար: Եվ ուրեմն, փոխազդեցությունը ներկայացնող

$$U_{int}(t, \mathbf{r}) = \frac{|d_{12}|^2 |E_0(t, \mathbf{r})|^2}{\hbar \Delta} \quad (26.8)$$

անդամը, ուղիղ համեմատական դաշտի ինտենսիվությանը և հակադարձ համեմատական ռեզոնանսի ապալարքին, հենց հանդիսանում է ատոմի պոտենցիալ էներգիա քննարկվող պայմանների համար: Հարկ է նաև նկատի ունենալ, որ ռեզոնանսի ապալարքի նշանը փոխելիս պոտենցիալ էներգիան փոխում է իր նշանը:

Քվազիդասական մոտարկմամբ կարելի է մտցնել նաև ուժի հասակացություն՝

$$\mathbf{F}_g(\mathbf{r}) = -\text{grad}(U_{int}(\mathbf{r})) = -\frac{|d_{12}|^2}{\hbar \Delta} \text{grad}(|E_0(\mathbf{r})|^2): \quad (26.9)$$

*Հարթ վազող ալիքի դեպքը:* Եթե ալիքի  $E_0$  ամպլիտուդը կախված չէ կոորդինատներից, ապա ատոմի (28.8) պոտենցիալ էներգիան հաստատուն է ամբողջ տարածության մեջ, ու ատոմի ծանրության կենտրոնի վրա, համաձայն (26.9)-ի, պոտենցիալային ուժ չի ազդում:



Գուրգեն Ասկարյան

Իրականում լուսային փնջերն ունեն վերջավոր լայնական չափեր, ուրեմն նաև ինտենսիվության գրադիենտ լայնական ուղղությամբ: Հաճախ ի հաշիվ վերջավոր տևողությունների կամ ֆոկուսացումների՝ լուսային փնջերն ունենում են նաև երկայնական գրադիենտ: Այնպես որ լուսային փնջերում ատոմների (մոլեկուլների, թափանցիկ միկրոմասնիկների) վրա մշտապես ազդում են գրադիենտային ուժեր՝ հիմնականում ուղղված փնջի լայնական ուղղությամբ կա՛մ դեպի առանցքը, կա՛մ առանցքից հեռացող ուղղությամբ: Վերջինս կախված է ինչպես ինտենսիվության գրադիենտի ուղղությունից, այնպես էլ ռեզոնանսի  $\Delta$  ապալարքի նշանից: Անհամասեռ լուսային դաշտերում գրադիենտային ուժի առկայությունը տեսականորեն հայտնաբերել է Գ. Ասկարյանը 1958 թվականին՝ դեռևս մինչև լազեր-

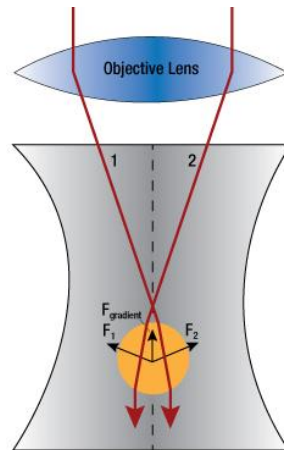
ների հայտնագործումը:

Եթե փնջի ինտենսիվությունն առավելագույնն է առանցքի վրա, ինչպես լինում է սովորաբար, ապա ուժն ուղղված կլինի դեպի առանցք ռեզոնանսի բացասական ապալարքերի դեպքում, երբ լույսի  $\omega$  հաճախությունը փոքր է ատոմի օպտիկական անցման  $\omega_0$  հաճախությունից: Փնջի լայնական հատույթում հայտնված և լայնական շարժման բավականաչափ փոքր կինետիկ էներգիայով օժտված ատոմներն այս դեպքում խտանում են դեպի կենտրոն և փոխազդեցության երկար ժամանակների դեպքում կատարում տատանողական շարժում առանցքի նկատմամբ: Շփման կամ դիմադրության ուժերի առկայության պայմաններում տատանողական շարժումներն աստիճանաբար մարում են, և ատոմները կուտակվում են լուսային փնջի առանցքի վրա:

Այս երևույթի առավել կարևոր կիրառություններից մեկը կապված է այն դեպքի հետ, երբ ղեկավարող լուսային փունջն ինքը կոշտ ֆոկուսացված է: Այստեղ լայնական ու երկայնական գրադիենտային ուժերը, լինելով նույն կարգի, հավաքում են ատոմներին ֆոկուսի շուրջ տարա-



ծական շատ փոքր տիրույթում, որի գծային չափերը լույսի ալիքի երկարության  $10^{-4}$  սմ-ի կարգի են: Լուսային փնջի ֆոկուսային տիրույթում առաջանում է օպտիկական ուժերի պոտենցիալային հոր, ուր գերվում են ատոմները, ընդհանուր դեպքում՝ միկրոմասնիկները: Ֆոկուսացման դիրքի շարժումով կարելի է լինում տեղափոխել գերված ատոմներին և տեղակայել նախապես որոշված և հետաքրքրություն ներկայացնող տեղերում, ներառյալ՝ մակրոմոլեկուլների այս կամ այն տեղամասը: Այսպիսի սխեման ընդունված է անվանել օպտիկական պինգետ:



Նկ. 26.1. Ֆոկուսացված լազերային ճառագայթի կողմից գրադիենտային համազոր ուժի սխեմատիկ առաջացումը ալիքի երկարությունից մեծ չափերով մասնիկի վրա (Տե՛ս [https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup\\_id=10774](https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=10774)):

Օպտիկական պինգետները դարձել են հզոր գործիք ֆիզիկայում և կենսաբանությունում՝ առանձին ատոմներից մինչև  $10^{-4}$  սմ օբյեկտների վրա առանց մեխանիկական կոնտակտի գործառույթներ կատարելու համար: Օրինակ, կենսաբանական օբյեկտներից բակտերիաները, բջիջները կամ բջջային արգասիքները, փոքր փորձանմուշները կարող են պահվել, շարժվել կամ պտտվել մի քանի պիկոնյուտոն ուժերի ազդեցության տակ: Կենսաբանական կիրառություններում ճառագայթային վնասումները հնարավորինս կանխարգելելու համար, ինչն ակտիվ քննարկումների առարկա է ներկայումս, օգտագործվող լազերային ճառագայթման ալիքի երկարությունն ընտրվում է մոտ ինֆրակարմիր (700-1100 նանոմետր) տիրույթում: Առավել հիմնարար ոլորտներն այստեղ մոլեկուլային շարժիչներն են ու ԴԼԹ-ի կառուցվածքային հասկոնները:

Եթե ռեզոնանսի ապալարքը դրական է ( $\omega > \omega_0$ ), ապա գրադիենտային ուժն ուղղված է առանցքից հեռացող ուղղությամբ, և օգտագործվում է գազային միջավայրի տվյալ տիրույթը ատոմներից ազատելու համար: Ավելացնենք նաև, որ լազերային ինտենսիվությունների դեպքում օպտիկական գրադիենտային ուժերը մեծապես գերազանցում են ատոմների ծանրության ուժերը, ինչը թույլ է տալիս համեմատաբար հեշտորեն դեկավարել ատոմների և մոլեկուլների դինամիկան իրական փորձարարական պայմաններում:

*Հանդիպակաց հարթ ալիքների դեպքը:* Հանդիպակաց ալիքների դեպքում դաշտի լարվածությունը տրվում է

$$\mathbf{E} = (\mathbf{E}_{01}e^{ikz} + \mathbf{E}_{02}e^{-ikz})e^{-i\omega t} + (\mathbf{E}_{01}^*e^{-ikz} + \mathbf{E}_{02}^*e^{ikz})e^{i\omega t} \quad (26.10)$$

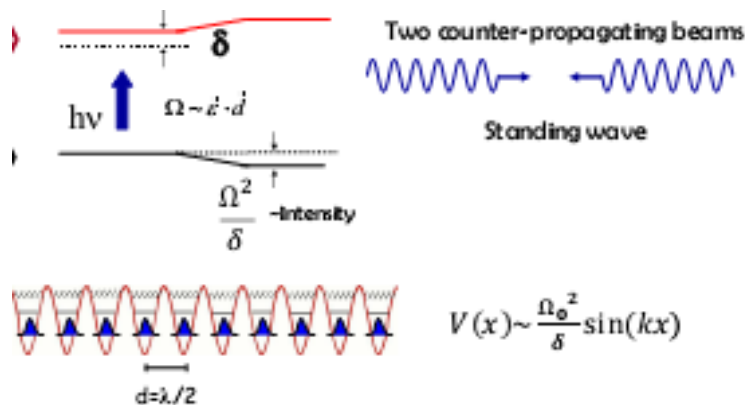
բանաձևով, որտեղ  $z$  առանցքն ուղղված է ալիքների տարածման գծի երկայնքով: Պարզության համար, ենթադրելով  $E_{01}$  և  $E_{02}$  ամպլիտուդներն իրական, կունենանք

$$U_{int}(t, \mathbf{r}) = \frac{|d_{12}|^2}{\hbar \Delta} \left( E_{01}^2(t) + E_{02}^2(t) + 2E_{01}(t)E_{02}(t) \cos 2kz \right), \quad (26.11)$$

և համապատասխանաբար

$$\mathbf{F}_g(\mathbf{r}) = \mathbf{e}_z \frac{4|d_{mn}|^2 E_{01}E_{02}}{\hbar \Delta} k \sin 2kz : \quad (26.12)$$

Հանդիպակաց ալիքների էլեկտրական դաշտը ռեզոնանսից հեռու պայմաններում ատոմի ծանրության կենտրոնի համար ստեղծում է պարբերական պոտենցիալ (Նկ. 26.2), որի տարածական պարբերությունը հավասար է ալիքի երկարության կեսին: Ուժն ունի պոտենցիալ էներգիայի պարբերությունը և ուղղված է ալիքների տարածման գծի երկայնքով: Հավասար՝  $E_{01} = E_{02}$  ամպլիտուդներով հանդիպակաց ալիքների դաշտը հայտնի է որպես կանգուն ալիք: Այն դաշտի տված միջին ինտենսիվության դեպքում ապահովում է պոտենցիալ էներգիայի մոդուլացման առավելագույն խորությունը պոտենցիալ էներգիայի գրոյական արժեքներով հանգույցներում և միջին ինտենսիվության կրկնապատիկը՝ փովածքներում:



Նկ. 26.2. Հանդիպակաց ալիքների կողմից ատոմի համար պարբերական պոտենցիալի առաջացման սխեման (Տե՛ս *Ultracold atoms in optical lattices*, Fig. 1.2):

Հանդիպակաց ալիքների պարբերական պոտենցիալը ներկայումս լայնորեն օգտագործվում է ատոմական ինտերֆերոմետրերում, քվանտային համակարգիչներում և կառուցվածքային մասնիկների քվանտային թունելացման հետազոտական աշխատանքներում:

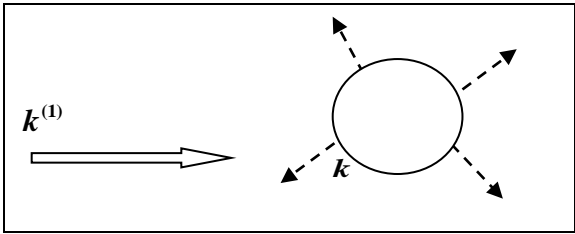
Առանց ապացուցման՝ ավելացնենք, որ վերին էներգետիկ մակարդակի վրա գտնվելիս ատոմի ծանրության կենտրոնի պոտենցիալ էներգիայի և նրա վրա ազդող ուժի (26.12) արտահայտությունում հարկ է կատարել նշանի փոփոխություն: Եթե, օրինակ, տարածության որևէ կետում հիմնական մակարդակում գտնվող ատոմի պոտենցիալ էներգիան մինիմալ է, ապա վերին մակարդակ բարձրանալիս նրա պոտենցիալ էներգիան դառնում է մաքսիմալ:

Հարցի քննարկումը, ինչպես նկատեցինք, տարվում էր ազատ ատոմի բազիսային վիճակների միջոցով: *Պիտագորի* կոչվող այս բազիսից հարմար է օգտվել արագ փոփոխվող ամպլիտուդներով դաշտերի հետ փոխազդեցությունները նկարագրելիս, մասնավորապես՝ փոխազդեցության ակնթարթային միացման և անջատման մոդելում:

*Լույսի սպոնտան ճնշման ուժը:* Գրադիենտային ուժի կոհերենտ բնույթը պայմանավորված է լույսի ազդեցությամբ ատոմում տեղի ունեցող ստիպողական անցումներով: Ատոմում առկա է նաև սպոնտան (կամ ինքնաբերաբար) ճառագայթում, որն ունի պատահական՝ ըստ ուղղությունների և փուլերի բնույթ: Դրա արդյունքում ատոմի վրա նրա ձևավորած ազդեցությունը՝ ուժը, ունենում է ոչ պոտենցիալային (դեկոհերենտ) բնույթ: Դեկոհերենտ կամ մասնակի կոհերենտ պրոցեսների համար մշակված է խտության մատրիցայի մաթեմատիկական ապարատը: Սակայն մենք կգնանք լայնորեն ընդունված մեկ այլ ճանապարհով, ինչն ավելի բացահայտ է ներկայացնում ուժի առաջացման մեխանիզմը և դրա ֆիզիկական մեկնաբանությունը:

Ենթադրենք երկմակարդակ ատոմը գտնվում է  $E_0$  լարվածությամբ վազող հարթ մոնոքրոմատիկ լուսային ալիքի դաշտում՝ դրանով իսկ բացառելով գրադիենտային ուժի առկայությունը ատոմի վրա: Կհամարենք, որ ալիքի  $\omega$  հաճախությունն այնքան մոտ է ատոմական անցման  $\omega_0$  հաճախությանը, որ վիրտուալ անցումների հետ հնարավոր են նաև իրական անցումներ էներգետիկ մակարդակների միջև, որոնք բարենպաստ են սպոնտան ճառագայթման ի հայտ գալու համար: Լուսային ալիքից ֆոտոնի կլանման արդյունքում նրա  $\hbar\omega$  էներգիայի հետ միասին ատոմին է անցնում նաև նրա  $\hbar\mathbf{k}$  իմպուլսը: Ատոմի իմպուլսը սկզբնական որևէ  $\mathbf{p}_0$  արժեքից դառնում է  $\mathbf{p}_0 + \hbar\mathbf{k}$ : Երբ կլանմանը հաջորդում է ստիպողական ճառագայթում, այսինքն՝ ֆոտոնի առաքում նույն ալիքի մեջ, որից տեղի է ունեցել կլանումը, ապա ատոմը կորցնում է նույնքան  $\hbar\mathbf{k}$  իմպուլս և լրիվ ցիկլ կազմող երկու ստիպողական ակտերի արդյունքում վերադառնում է իմպուլսի իր նախնական արժեքին: Սակայն իրավիճակը փոխվում է, եթե կլանմանը հաջորդում է սպոնտան ճառագայթում: Բանն այն է, որ սպոնտան ֆոտոնի ճառագայթումն ատոմից կարող է տեղի ունենալ կամայական ուղղությամբ (Տե՛ս Նկ. 26.3):

Սպոնտան ճառագայթմամբ ավարտվող կլանում-ճառագայթում ցիկլի արդյունքում ատոմի իմպուլսը դառնում է  $\mathbf{p}_0 + \hbar\mathbf{k} - \hbar\mathbf{k}^{(1)}$ , կրելով  $\hbar\mathbf{k} - \hbar\mathbf{k}^{(1)}$  փոփոխություն: Ատոմի հետագա փոխազդեցությունն ընթանում է նույն օրինաչափություններով. ստիպողական ճառագայթմամբ ավարտվող ցիկլերը չեն փոխում ատոմի՝ արդեն ձեռք բերած իմպուլսը, իսկ ամեն մի հաջորդ սպոնտան ճառագայթմամբ ավարտվող ցիկլ ավելացնում է իմպուլսի փոփոխությունը  $\hbar\mathbf{k} - \hbar\mathbf{k}^{(i)}$  չափով:



*Նկ. 26.3. Սպոնտան ճառագայթված յուրաքանչյուր ֆոտոն տանում է ատոմից որևէ  $\hbar\mathbf{k}^{(1)}$  իմպուլս, որի  $\mathbf{k}^{(1)}$  ալիքային վեկտորը հավասար հավանականությամբ է բաշխված բոլոր ուղղություններով:*

Ուրեմն, ատոմի իմպուլսի փոփոխության հարցը քննարկելիս կարելի է մի կողմ թողնել ստիպողական ճառագայթմամբ ավարտվող ցիկլերը և բավարարվել միայն սպոնտան ճառա-

գայթամաբ ավարտվողներով:  $n$  թվով այդպիսի ցիկլերի արդյունքում ատոմի իմպուլսի ընդհանուր փոփոխությունը կլինի՝

$$n \hbar \mathbf{k} - \hbar \sum_{i=1}^n \mathbf{k}^{(i)} :$$

Քանի որ  $\mathbf{k}^{(i)}$  վեկտորներն ուղղված են տարբեր ուղղություններով, ապա մեծաթիվ ցիկլերի ընթացքում դրանց գումարը զրոյանում է, և ունենում ենք՝

$$\Delta \mathbf{p} = n \hbar \mathbf{k} : \quad (26.13)$$

Փոխազդեցության ընդհանուր ժամանակը  $n$  թվով ցիկլերի գումարային ժամանակն է: Հետևաբար, եթե դրանցից մեկի միջին ժամանակը  $\tau$  է, ապա  $\Delta t = n \tau$ : Նկատենք նաև, որ ստիպողական անցումների ժամանակն անհամեմատ փոքր է սպոնտան անցումների ժամանակից, ինչի համար որպես  $\tau$  ընդունված է վերցնել միայն սպոնտան անցումների միջին տևողությունը: Այսպիսով, համարելով, որ փոխազդեցության յուրաքանչյուր  $\tau$  ժամանակում ատոմի գրգռումը տեղի է ունենում վստահաբար, միջին ուժի համար, որպես միավոր ժամանակում իմպուլսի փոփոխություն, կունենայինք  $\Delta \mathbf{p} / \Delta t = n \hbar \mathbf{k} / n \tau = \gamma \hbar \mathbf{k}$ , որտեղ  $\gamma = 1/\tau$ -ն սպոնտան անցումների հաճախությունն է: Իրականում ատոմը գրգռվել կարող է միայն որոշակի հավանականությամբ, այնպես որ ուժի արտահայտությունն ստանալու համար հարկ է նաև բազմապատկել գրգռման  $\Pi$  հավանականությամբ: Սպոնտան ճառագայթման առկայության պայմաններում տեսությունը  $\Pi$ -ի ստացիոնար արժեքի համար տալիս է հետևյալ արտահայտությունը՝

$$\Pi = \frac{2|V|^2}{\gamma^2 + \Delta^2 + 4|V|^2} : \quad (26.14)$$

Այս բանաձևը, այնուամենայնիվ, վերաբերում է անշարժ ատոմին, և մեզ հարկ է լրացումներ մտցնել բերված արտահայտության մեջ՝ պայմանավորված ատոմի տվյալ պահին ունեցած արագությամբ (ինչը այն առնվազն կարող էր ձեռք բերած լինել քննարկվող ուժի ազդեցության տակ): Տեսնելու համար, թե ինչպիսին պետք է լինի այս փոփոխությունը, դիմենք շարժվող ատոմի կողմից ֆոտոնի կլանման պրոցեսի համար էներգիայի և իմպուլսի պահպանման օրենքներին (արդյունքը նույնն է նաև ճառագայթման պրոցեսի համար)։

$$\frac{p_0^2}{2M} + \hbar \omega = \frac{p^2}{2M} + \hbar \omega_0 \quad \text{և} \quad \mathbf{p}_0 + \hbar \mathbf{k} = \mathbf{p} : \quad (26.15)$$

Առաջին հավասարումում աջից անդամները տեղափոխենք ձախ, մտցնենք կլանման ընթացքում ատոմի  $\mathbf{V} = (\mathbf{P}_0 + \mathbf{P}) / 2M$  միջին արագության հասկացություն և օգտվենք (26.15)-ի երկրորդ հավասարումից: Կունենանք  $\omega - \omega_0 - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} = 0$ , ինչը հուշում է, որ  $\Pi$  բնակեցվածության հայտարարում մտնող ռեզոնանսի  $\Delta = \omega - \omega_0$  ապալարքը կարիք կա փոխարինելու  $\Delta - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$  արտահայտությամբ: Այն կարող է մեկնաբանվել նաև որպես դասական էլեկտրադինամիկայից լավ հայտնի Դոպլերի էֆեկտի հաշվառում քննարկվող պրոցեսում: Արդյունքում սպոնտան ճնշման ուժի համար ստանում ենք

$$\mathbf{F} = \frac{2\hbar \gamma |V|^2}{\gamma^2 + (\omega - \omega_0 - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^2 + 4|V|^2} \mathbf{k} \quad (26.16)$$

վերջնական բանաձևը, որտեղ  $V = dE_0 / \hbar$  :

Սպոնտան ճնշման ուժն ուղղված է ալիքի տարածման ուղղությամբ և, կախված ատոմի ունեցած արագությունից, իր առավելագույն արժեքին է հասնում ռեզոնանսի պայմանին ճշգրիտ բավարարող  $v_z = (\omega - \omega_0)c/\omega$  արագության դեպքում, որտեղ  $c$ -ն լույսի արագությունն է վակուումում: Ուժի՝ արագությունից կախվածությունն ունի լորենցյան (զանգակաձև) տեսք, որի ռեզոնանսային լայնությունը որոշվում է կլանման գծի  $\Gamma = \sqrt{\gamma^2 + 4|V|^2}$  լայնությամբ, ուր ներդրում են տալիս գծի բնական  $\gamma$  և ստիպողական  $2|V|$  լայնացումները:

Սպոնտան ճնշման ուժը պարզ կախում ունի նաև ալիքի ինտենսիվությունից: Փոքր ինտենսիվությունների տիրույթում, քանի դեռ  $2|V| \ll \gamma$ , սպոնտան ուժն աճում է գծայնորեն՝ գործնականում չազդելով ռեզոնանսի լայնության վրա: Հետագայում աճի արագությունը դանդաղում է՝ զուգակցվելով ռեզոնանսի անընդհատ լայնացմամբ, ասիմպտոտում ձգտելով հազեցման  $F_{saturation} = \hbar \gamma k / 2$  արժեքի:



Սերգեյ Ֆրիշը կնոջ և աղջկա հետ

Սպոնտան ճնշման ուժը ռեզոնանսին մոտ հաճախությունների վրա կտրուկ աճում է և անգամ օպտիկական անցման ոչ լրիվ հազեցման պայմաններում ունակ է հսկայական, Երկրի մակերևույթին մոտ ազատ անկման արագացումը մինչև 100.000 անգամ գերազանցող արժեքներ ստեղծել, ասենք, նատրիումի ատոմների համար: Նկատենք նաև, որ ի հաշիվ ատոմի վրա ազդող ուժի՝ արագությունից ունեցած կախման ատոմների բաշխումն ըստ արագությունների փոխվում է:

Ատոմների վրա լույսի սպոնտան ճնշման առկայությունը լաբորատոր պայմաններում առաջինը դիտել է Ֆրիշը 1933 թվականին նատրումական լամպի միջոցով:

## Հ7. Լազերային սառեցում

Քվանտային օրինաչափությունների ամբողջական ի հայտ բերման անհրաժեշտ պայմանը ցածր ջերմաստիճաններն են: Կելվինից ցածր ջերմաստիճանների ստացումը ելնում է մոնոքրոմատիկ լազերային ճառագայթում օգտագործելու հնարավորությունից, քանի որ որպես ֆոտոնային գազ դիտարկելիս վերջինիս համապատասխանում է բացարձակ զրո ջերմաստիճան, եթե հաշվի չառնենք քվանտային ֆլուկտուացիաները: Ներկայումս լազերային սառեցման տեսությունը և տեխնոլոգիաները լավ մշակված են ատոմների և ատոմական իոնների համար: Շարունակական ջանքեր գործադրվում են հաջողությունները տեղափոխելու մոլեկուլների, մակրոմոլեկուլների և մակրոսկոպիկ համակարգերի աշխարհ:

*Դոպլերյան սառեցում:* Ինչպես ցույց տրվեց Հավելված 4-ում, սպոնտան ճառագայթման առկայության շնորհիվ ատոմի վրա ալիքի տարածման ուղղությամբ ազդում է

$$F_{spontan} = \frac{2|V|^2}{\gamma^2 + (\omega - \omega_0 - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^2 + 4|V|^2} \gamma \hbar \mathbf{k}$$

ուժ: Նրա մեծությունը Դոպլերի էֆեկտի շնորհիվ կախված է ատոմի արագությունից և իր առավելագույն արժեքին է հասնում ռեզոնանսի

$$\omega - \omega_0 - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (27.1)$$

պայմանի բավարարման դեպքում:

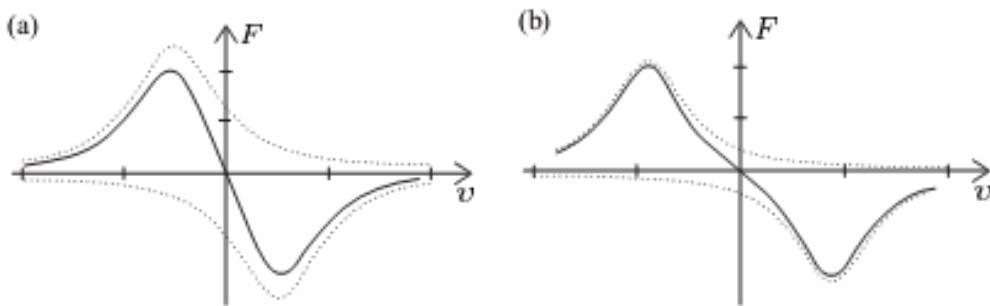


Քրիստիան  
Դոպլեր

Սպոնտան ճնշման ուժի կախվածությունը արագությունից թույլ է տալիս օգտագործել այն ալիքի տարածման գծի երկայնքով ատոմների սառեցման, այսինքն՝ ջերմային բաշխման լայնությունը փոքրացնելու համար: Սառեցման մեխանիզմը գործում է հանդիպակաց ալիքների սխեմայում: Խնդրի ոչ էական տարրերից ազատվելու համար ենթադրենք, որ ալիքները փոխազդում են ատոմի հետ իրարից անկախ և թույլ են այնքան, որ օպտիկական գծի ստիպողական լայնացումները կարելի է անտեսել: Դրանք իրականանում են  $|V| \ll \gamma$  պայմանի դեպքում: Դեկարտյան  $z$  առանցքն ուղղվելով ալիքների տարածման գծով՝ գործող գումարային ուժի համար ստանում ենք

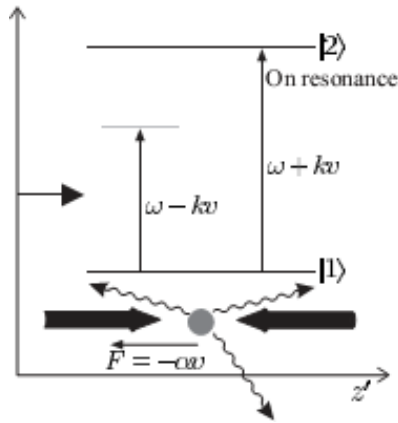
$$F_z = \frac{8\hbar\gamma|V|^2 k^2 (\omega - \omega_0)v_z}{(\gamma^2 + (\omega - \omega_0 - k v_z)^2)(\gamma^2 + (\omega - \omega_0 + k v_z)^2)}: \quad (27.2)$$

Ուժի արտահայտությունը, բնականաբար, ունի երկու ռեզոնանսներ՝ մեկական ալիքներից յուրաքանչյուրի նկատմամբ: Սակայն գոյություն ունի նաև նոր հանգամանք՝ պայմանավորված համարիչում  $(\omega - \omega_0)v_z$  արտադրիչի առկայությամբ: Քանի որ արտահայտության մնացած մասը դրական է, ապա  $F_z$ -ն ուղղված է  $v_z$ -ին հակառակ և դանդաղեցնում է ատոմի համընթաց շարժումն օպտիկական անցումից փոքր՝  $\omega < \omega_0$  հաճախությունների դեպքում: (27.2) ուժի կախվածությունն ատոմի արագության պրոյեկցիայից ռեզոնանսի ապալարքի երկու՝  $\Delta = -\gamma/2$  և  $\Delta = +\gamma$  դեպքերում պատկերված է Նկ. 27.1-ում:



Նկ. 27.1. Ուժը որպես արագության ֆունկցիա օպտիկական ձյուրի տեխնիկայում (Sté u Foot C.J., Atomic Physics, Oxford university press, 2005, Fig. 9.6):

Լազերային հաճախությունից ներքև  $\omega < \omega_0$  պայմանի անհրաժեշտության ֆիզիկական մեկնաբանությունը Դոպլերի էֆեկտի հիման վրա բերված է Նկ. 27.2-ում:



Նկ. 27.2. Դոպլերի էֆեկտը բերում է ավելի շատ թվով ֆոտոնների ցրման ատոմի արագությանը հակառակ տարածվող լազերային ճառագայթից (St u Foot C.J., Atomic Physics, Oxford university press, 2005, Fig. 9.5 c):

Դոպլերի էֆեկտը մեծացնում է ատոմի շարժմանը հակառակ ուղղված լազերային ճառագայթի հաճախությունը և մոտեցնում ատոմի էներգետիկ մակարդակների միջև անցման հաճախությանը: Դրանով մեծացնում է այդ ճառագայթից ֆոտոնների կլանման արագությունը և համապատասխան ուժի մեծությունը: Մյուս լազերային ճառագայթի համար իրավիճակը հակառակն է: Արդյունքում համագոր ուժն ուղղված է լինում արագությանը հակառակ ու փոքրացնում է ըստ արագությունների բաշխման լայնությունը՝ սառեցնում է ատոմներին: Սառեցման տեմպն իր հերթին կախված է արագության մեծությունից: Այն փոքր է մեծ արագությունների դեպքում և աստիճանաբար մեծանում է արագության փոքրացմանը զուգընթաց, մինչև որոշակի արագություններ: Դրանից հետո սառեցման տեմպը փոքրանում է՝ ձգտելով զրոյի բացարձակ զրոյի սահմանում:

Դոպլերյան սառեցման տեխնիկային, որն օգտագործում է երեք փոխօրթոգոնալ հանդիպակաց լազերային ճառագայթների զույգեր, տրված է «օպտիկական ձյուր» անվանումը: Առավել հետաքրքրություն ներկայացնող փոքր արագությունների տիրույթում (27.2) ընդհանուր բանաձևի հայտարարի կախվածությունն արագությունից կարելի է արհամարհել՝ գալով

$$F = - \alpha v \tag{27.3}$$

տեսքին, որտեղ առաջին արտահայտության գործակցի համար մտցված է

$$\alpha = 8 \hbar \gamma |V|^2 (\omega_0 - \omega) k^2 / (\gamma^2 + (\omega - \omega_0)^2)^2 \tag{27.4}$$

նշանակումը: Համաձայն (27.3)-ի՝ ատոմի վրա ազդող համագոր ուժը հակառակ է ուղղված ատոմի արագությանը և համեմատական է նրա մեծությանը: Դրանում դժվար չէ նկատել անալոգիա հեղուկի կամ գազի մեջ ոչ մեծ արագությամբ շարժվող մարմնի վրա ազդող դիմադրության ուժի հետ:

Սառեցման դինամիկան ավելի մանրամասն ընկալելու համար այժմ դիմենք ատոմի շարժման հավասարմանը: Միաժամանակ ընդունենք, որ ատոմի արագությունն արդեն այնքան փոքր է, որ ուժի համար թույլատրելի է (27.3) արտահայտությունը: Արդյունքում կունենանք

$$\frac{d \mathbf{v}}{dt} = - \frac{\alpha}{M} \mathbf{v}, \tag{27.5}$$

կամ դրան համարժեք

$$\left. \frac{dW_{kin}}{dt} \right|_{cooling} = -\frac{2\alpha}{M} W_{kin} \quad (27.6)$$

հավասարումը: Այն հեշտորեն լուծվում է՝ տալով մարման էքսպոնենտային օրենք ( $\alpha > 0$ ).

$$W_{kin}(t) = W_{kin}(0) \exp\left[-\frac{2\alpha}{M} t\right]: \quad (27.7)$$

Ուրեմն, սպոնտան ուժի միայնակ գործելու դեպքում ատոմի համընթաց շարժումն անընդ-  
հատ դանդաղելու էր՝ սահմանում տանելով ատոմին դեպի կատարյալ հանգստի վիճակ ( $T = 0$ ):

Նկատենք, որ ատոմի կինետիկ էներգիայի նվազման արագությունը որոշող  $2\alpha/M$  հաս-  
տատունը հակադարձ համեմատական է ատոմի  $M$  զանգվածին և համաձայն (27.4)-ի՝ ուղիղ  
համեմատական է սպոնտան ճառագայթման  $\gamma$  արագությանն ու կանգուն ալիքի  $|V|^2$  ինտենսի-  
վությանը: Այն կարող է ներկայացվել նաև որպես հատհարվածի հաճախության և վերին էներգե-  
տիկ մակարդակի բնակեցված լինելու չափի արտադրյալ:

*Դոպլերյան սառեցման սահմանը:* Շարժման անընդհատ դանդաղեցումը, այնուամենայ-  
նիվ, անընդհատ վերջ տեղի չի ունենում (27.7) օրինաչափությամբ: Դրա պատճառը տեսնելու  
համար դառնանք հեղուկում ազատ մակրոմասնիկի շարժման անալոգիային: Մասնիկի՝ համե-  
մատաբար մեծ արագությամբ սկսված շարժման կինետիկ էներգիան նվազում, սակայն չի  
զրոյանում: Ջերմային հավասարակշիռ վիճակում այն բրոունյան շարժում է կատարում մի-  
ջինում զրոյից տարբեր կինետիկ էներգիայով: Մարմանը հակազդում է հենց նույն մարման  
ուժի ֆլուկտուացիաներով պայմանավորված տաքացումը: Մեր դեպքում դոպլերյան սառեցման  
ուժը ևս ֆլուկտուացվում է՝ պայմանավորված սպոնտան ճառագայթման ուղղության և որպես  
հետևանք՝ ատոմին հաղորդված հետհարվածի իմպուլսի ուղղության պատահական փոփոխու-  
թյուններով:

Համոզվելու համար, որ պատահական փոփոխությունները միջինում բերում են համապա-  
տասխան մեծության անընդհատ աճի, դիտարկենք պարզագույն մոդել, որում  $A$  մեծությունը  
հավասար հավանականություններով ընդունում է երկու՝  $a$  և  $-a$  արժեքներ:  $N$  իրականա-  
ցումներից հետո կունենանք  $A = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i a$ , որտեղ  $\varepsilon_i = \pm 1$  հավասար հավանականություններով:

$A$ -ն ևս պատահական մեծություն է, քանի որ մինևույն  $N$  թվով տարբեր իրականացումների  
արդյունքում  $A$ -ի արժեքն ընդհանուր դեպքում տարբեր կլինի՝ պատահականորեն ընդունելով  
արժեքներ  $[-Na, Na]$  ինտերվալում: Եթե այժմ միջինացնենք  $A$ -ն ըստ այդպիսի  $N$ -ական  
իրականացումների, ապա կունենանք  $\langle A \rangle = \left\langle \sum_{i=1}^N \varepsilon_i a \right\rangle = \sum_{i=1}^N \langle \varepsilon_i \rangle a = 0$ , քանի որ  $\langle \varepsilon_i \rangle = 0$  ամեն  
մի  $i$ -ի համար: Քառակուսու միջինի համար, սակայն, կունենանք զրոյից տարբեր արժեք:  
Իսկապես,

$$\langle A^2 \rangle = \left\langle \sum_{i=1}^N \varepsilon_i a \sum_{j=1}^N \varepsilon_j a \right\rangle = \sum_{i,j=1}^N \langle \varepsilon_i \varepsilon_j \rangle a^2 = \left( N + \sum_{i \neq j} \langle \varepsilon_i \rangle \langle \varepsilon_j \rangle \right) a^2 = N a^2: \quad (27.8)$$

Պատահական մեծության քառակուսու միջինն աճում է կատարված քայլերի թվին  
համեմատական:

Մեզ հետաքրքրող դեպքում խոսքը վերաբերում է ատոմի կինետիկ էներգիայի  
 $\langle W_{kin} \rangle = \langle p^2 \rangle / 2M$  միջինին: Նրանում իմպուլսի քառակուսու միջինի համար կարող ենք օգտվել



(27.8) արդյունքից՝ փոխարինելով  $a$ -ն սպոնտան ճառագայթման հետհարվածի  $\hbar k$  իմպուլսի մեծությամբ, քայլերի  $N$  թիվը՝ գրգռված լինելու  $II$  հավանականության (Տե՛ս (26.14) բանաձևը), ցիկլերի կրկնման  $\gamma$  արագության և փոխազդեցության  $t$  ժամանակի արտադրյալով՝

$$\langle p^2 \rangle / 2M = \Pi \frac{\hbar^2 k^2 \gamma}{2M} t :$$

Իրականում կինետիկ էներգիայի աճ տեղի է ունենում նաև հանդիպակաց ալիքներից ֆոտոնների կլանումների թվի պատահական բնույթի վերաբերյալ: Վերագրելով դրանց անկախ, ոչ կոհերենտ բնույթ՝ նույնքան ներդրում ստանում ենք նաև այս, կարելի է ասել, ստիպողական, տաքացման մեխանիզմից: Արդյունքում կինետիկ էներգիայի աճի արագության համար ստանում ենք՝

$$\left. \frac{d \langle W_{kin} \rangle}{dt} \right|_{heating} = \Pi \frac{\hbar^2 k^2 \gamma}{M} : \quad (27.9)$$

Այն ասում է, որ եթե գործեր սպոնտան ճառագայթման միայն ֆլուկտուացիոն-տաքացման մեխանիզմը, ապա ատոմի կինետիկ էներգիան, ժամանակից կախված, կաճեր գծային օրենքով:

Ինչպես տեսնում ենք, սպոնտան ճառագայթման ակտերի երկարատև հերթականությունում միաժամանակ գործում են երկու մեխանիզմներ՝ սառեցման և տաքացման: Ատոմի սառեցման արագությունը պակասում է կինետիկ էներգիայի պակասմանը զուգընթաց, այն դեպքում, երբ տաքացման արագությունը հաստատուն է՝ անկախ կինետիկ էներգիայի արժեքից: Դա նշանակում է, որ մեծ կինետիկ էներգիաների (ջերմաստիճանների) դեպքում առավելություն կունենա սառեցման մեխանիզմը՝ աստիճանաբար սառեցնելով զազը: Փոքրացող կինետիկ էներգիայի հետ, սակայն, կփոքրանա նաև սառեցման արագությունը և կինետիկ էներգիայի որոշակի արժեքի համար կհասնի արդեն տաքացման արագությանը: Սառեցումը և տաքացումը կհամակշռեն իրար՝ հաստատուն պահելով ջերմաստիճանը: Այդ մինիմալ կինետիկ էներգիան կորոշվի

$$\left. \frac{dW_{kin}}{dt} \right|_{cooling} + \left. \frac{d \langle W_{kin} \rangle}{dt} \right|_{heating} = 0$$

( $|V| \ll \gamma$ ) պայմանից որպես

$$\langle W_{kin} \rangle_{equilibrium} = \hbar \frac{\gamma^2 + \Delta^2}{8|\Delta|} : \quad (27.10)$$

Ամենափոքր արժեքն այն ստանում է  $\Delta = -\gamma$  ապալարքի դեպքում՝

$$\langle W_{kin} \rangle_{min} = \frac{\hbar \gamma}{4} , \quad (27.11)$$

ինչը նատրիումի ատոմի համար կազմում է  $240 \mu\text{K}$  :

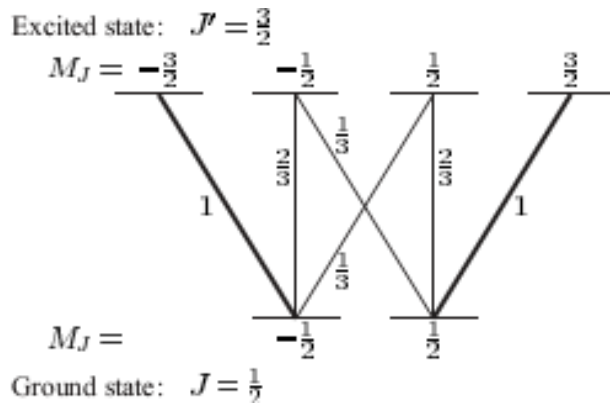
Դոպլերյան մեխանիզմը, ինչպես տեսնում ենք, ունի ունիվերսալ բնույթ և, ինչպես ցույց են տալիս գնահատականները, գործում է շատ էֆեկտիվ. սենյակային ջերմաստիճաններից մինչ վերոհիշյալ մինիմալ ջերմաստիճան սառեցումը տևում է միլիվայրկյանից էլ փոքր ժամանակներ:

*Միզիֆուզյան սառեցում:* Կանգուն ալիքների դաշտում իրականացված առաջին իսկ փորձարարական աշխատանքները՝ կատարված որոշակի բևեռացումներ ունեցող ալիքներով,

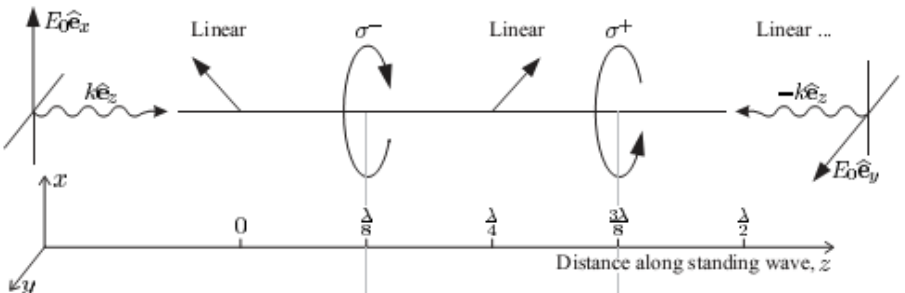
ցույց տվեցին, որ ատոմներն իրականում սառչում են մինչև դոպլերյան սահմանից էապես ցածր ջերմաստիճաններ: Այսինքն՝ գոյություն ունի լազերային սառեցման ևս մեկ մեխանիզմ, ընդ որում՝ այստեղ էական դեր է կատարում գրգռող ալիքների բևեռացված լինելը: Վերջինիս հաշվառումը պահանջում է նաև ատոմների էներգետիկ մակարդակների մագնիսական ենթամակարդակային կառուցվածքի հաշվառում:

Դիտարկենք ատոմ, որը հիմնական մակարդակում ունի լրիվ մոմենտի  $J = 1/2$ , գրգռված մակարդակում՝  $J' = 3/2$  արժեքներ: Այն շարժվում է  $e_x$  և  $e_y$  միավոր վեկտորներով փոխադրահայաց գծային բևեռացումներով հանդիպակաց ալիքների դաշտում: Մագնիսական ենթամակարդակները, նրանց միջև թույլատրելի անցումները և անցման օսցիլյատորների ուժերը հարաբերական միավորներով պատկերված են Նկ. 27.3-ում:

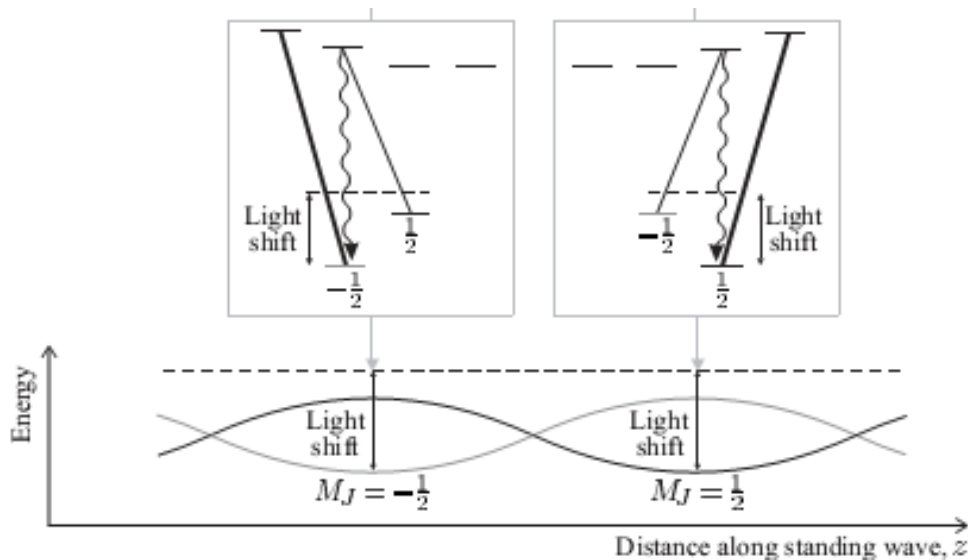
Հանդիպակաց ալիքների ընդհանուր բևեռացումը կախված է երկու լազերային ճառագայթների փուլերի տարբերությունից և փոխվում է դիրքի հետ, ինչպես պատկերված է Նկ. 27.4-ում: Գումար ալիքը բևեռացված է  $(e_x \pm ie_y)/\sqrt{2}$  շրջանագծային այնպիսի դիրքերում, որտեղ հանդիպակաց ալիքներն ունեն  $\pm\pi/2$  փուլերի տարբերություն: Բևեռացումը  $\sigma^+$ -ից փոխվում է  $\sigma^-$ -ի  $\Delta z = \lambda/4$  կանգուն ալիքի կես պարբերություն հեռավորության վրա: Դրանց միջև լույսն ընդհանուր դեպքում ունի էլիպտիկ բևեռացում, որը միջանկյալ դիրքերում դառնում է գծային:



Նկ. 27.3. Էլեկտրադիպոլային անցումները  $J = 1/2$ ,  $J' = 3/2$  մոմենտներով ատոմում: Օսցիլյատորի ուժերը որոշում են օպտիկական անցումների հավանականությունները (Տե՛ս Foot C.J., Atomic Physics, Oxford university press, 2005, Fig. 9.18 a):



Նկ. 27.4. Գումար ալիքի բևեռացման պարբերական փոփոխությունը տարածման գծի երկայնքով (Տե՛ս Foot C.J., Atomic Physics, Oxford university press, 2005, Fig. 9.18 b):

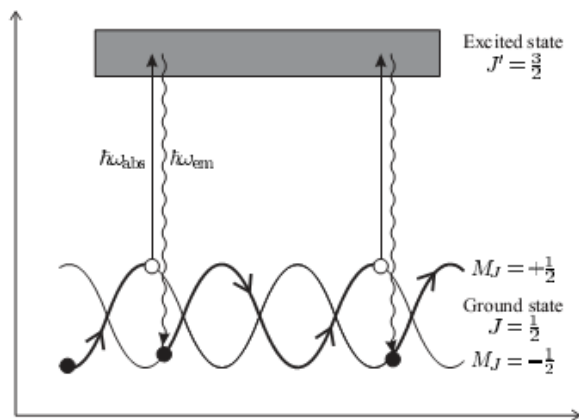


Նկ. 27.5. Հիմնական ենթամակարդակների երկու դիրքերը, որտեղ դաշտն ունի  $\sigma^-$  (ձախից) և  $\sigma^+$  (աջից) բևեռացումներ: Չխտորված էներգիան պատկերված է գծիկներով:

Շրջանագծային բևեռացված լույսի կլանմանը հետևող սպոնտան ճառագայթումը տեղափոխում է բնակեցվածությունը ամենափոքր էներգիայով վիճակ: Ներքևի պատկերում  $J = 1/2$  հիմնական մակարդակի  $M_J = \pm 1/2$  երկու ենթամակարդակների շեղումներն են՝ ըստ տարածական կոորդինատի: Վերևում պատկերված օպտիկական մղման պրոցեսը բնակեցվածությունը մշտապես տեղափոխում է ուռուցիկ պոտենցիալի գագաթային տեղամասից դեպի գոգավոր պոտենցիալի հատակային տեղամաս (Նկ. 27.6) (Տե՛ս Foot C.J., Atomic Physics, Oxford university press, 2005, Fig. 9.18 d):

Բևեռացման պարբերական փոփոխությունն առաջացնում է մագնիսական ենթամակարդակների լուսահնդուկցված շեղումների նույնպիսի պարբերական փոփոխություն, ինչը պատկերված է Նկ. 27.5-ում: Ավելի մանրամասն հասկանալու համար դիտարկենք ատոմի դիրքը, որտեղ լույսն ունի  $\sigma^+$  բևեռացում: Այստեղ փոխազդեցությունը  $M_J = 1/2 - M_{J'} = 3/2$  անցման հետ, համաձայն Նկ. 27.3-ում բերված տվյալների,  $1:1/3$  համամասնությամբ ավելի ուժեղ է, քան փոխազդեցությունը  $M_J = -1/2 - M_{J'} = 1/2$  անցման հետ: Ռեզոնանսի  $\omega < \omega_0$  կարմիրշեղումային ապալարքի դեպքում հիմնական մակարդակի  $M_J = \pm 1/2$  երկու ենթամակարդակներն էլ շեղվում են դեպի ներքև՝  $M_J = 1/2$  ենթամակարդակը երեք անգամ ավելի շատ, քան  $M_J = -1/2$  ենթամակարդակը (Նկ. 27.5-ի վերին աջ նկարը):  $\sigma^-$  բևեռացման կետում տեղի ունի հակառակ օրինաչափությունը՝  $M_J = -1/2$  ենթամակարդակն է ավելի ցածր, քան  $M_J = 1/2$  ենթամակարդակը:  $\Delta z = \lambda/4$  երկարության վրա բևեռացումը փոխվում է  $\sigma^-$ -ից  $\sigma^+$ , այնպես որ ենթամակարդակների շեղումները կանգուն ալիքի երկայնքով պարբերաբար փոխվում են, ինչպես Նկ. 27.5-ի ներքևի պատկերում: Երբ ատոմը շարժվում է կանգուն ալիքի երկայնքով, նրա պոտենցիալ էներգիան պարբերաբար փոխվում է համակցված կինետիկ էներգիայի համապատասխան փոփոխությունների հետ: Սակայն, քանի որ գործում են ստիպողական անցումների պոտենցիալային ուժերը, ատոմի ընդհանուր էներգիան չի փոխվի: Չեն փոխվի նաև ատոմի միջին պոտենցիալ և միջին կինետիկ էներգիաները:

Ատոմների սառեցման համար անհրաժեշտ է մեխանիզմ՝ նրանից էներգիայի հեռացման համար: Սա տեղի է ունենում լույսի կլանման և ճառագայթման այնպիսի ակտերի միջոցով, երբ ատոմը կլանում է լույսը հիմնական մակարդակի մի ենթամակարդակի ուռուցիկ-գագաթային տեղամասից և ապա, սպոնտան ճառագայթելով, վերադառնում է հիմնական մակարդակի մյուս ենթամակարդակի գոգավոր-հատակային տեղամաս (Նկ. 27.6): Հնարավոր մյուս՝ հակառակ ընթացքով պրոցեսի հավանականությունն էապես ավելի փոքր է լինում: Այսպիսով, դեպի պոտենցիալային բարձունք վերելքի ժամանակ պոտենցիալ էներգիայի վերածված կինետիկ էներգիան կորսվում հեռանում է կլանված և սպոնտան ճառագայթված ֆոտոնների էներգիաների տարբերության հաշվին, ընդ որում՝ ատոմի պոտենցիալ էներգիան վերադառնում է նախկին արժեքին: Կլանում-սպոնտան ճառագայթում ցիկլի արդյունքում մնալով պոտենցիալ էներգիայի մինիմալ արժեքի վրա՝ ատոմը կորցնում է կինետիկ էներգիայի իր չափաբաժնից և սառչում:



Նկ. 27.6. Միզիֆուզյան սառեցումը բևեռացման պարբերական մոդուլացում ունեցող կանգուն ալիքի դաշտում ի հաշիվ նրա է, որ համակարգից պարբերաբար հեռացող սպոնտան ֆոտոննի էներգիան մեծ է լինում կլանված ֆոտոնի էներգիայից (St' u Foot C.J., Atomic Physics, Oxford university press, 2005, Fig. 9.17):



Սառեցման մեխանիզմն ընդունված է անվանել «սիզիֆուզյան»՝ նկատի ունենալով հունական դիցաբանության կերպարներից Միզիֆուզին, ով պատժվել էր Չեսի կողմից՝ ժայռնիվեր գլորելու մեծ քարակտոր, որը գագաթին մոտեցնելիս պարտադիր էտ էր գլորվելու դեպի ստորոտ և Միզիֆուզն ամեն ինչ սկսելու էր նորից:

Հասկանալու համար հիմնական մակարդակի  $M_J = \pm 1/2$  ենթամակարդակների միջև միակողմանի ընթացքի պատճառը, նորից դիտարկենք այն դիրքը, որտեղ լույսն

ունի  $\sigma^+$  բևեռացում (Նկ. 27.4 և Նկ. 27.5): Ատոմը կարող է գտնվել ենթամակարդակներից յուրաքանչյուրում: Եթե գտնվում է  $M_J = 1/2$  ենթամակարդակում, ապա  $\sigma^+$  կլանումն ատոմը գրգռում է դեպի վերին  $M_{J'} = 3/2$  ենթամակարդակ (Նկ. 27.5-ի վերին աջ նկարը): Այդտեղից ինչպես ստիպողական, այնպես էլ սպոնտան ճառագայթումների միջոցով ատոմը կարող է

վերադառնալ միայն  $M_J = 1/2$  նախնական ենթամակարդակ: Ցիկլը փակվում է առանց ատոմի կինետիկ էներգիայի ու ջերմաստիճանի փոփոխության և ուրեմն կարող է դուրս թողնվել քննարկումից:

Եթե ատոմը գտնվում է  $M_J = -1/2$  ենթամակարդակում, ապա  $\sigma^+$  կլանումն ատոմը տանում է վերին  $M_J = 1/2$  ենթամակարդակ: Գրգռված այդ վիճակից ատոմը կարող է տրոհվել հիմնական երկու վիճակների էլ: Երբ ատոմը վերադառնում է  $M_J = -1/2$  վիճակ, ապա բովանդակային ոչինչ տեղի չի ունենում: Սակայն երբ տրոհման արդյունքում հայտնվում է  $M_J = 1/2$ ՝ ավելի փոքր պոտենցիալ էներգիայով վիճակում (Նկ. 27.5-ի վերին աջ նկարը), ապա այնտեղից ետ վերադառնալ սկզբնական վիճակ չի կարող ( $\sigma^+$  բևեռացումը, ջոկման կանոնների համաձայն, բնակեցվածությունը կարող է տեղափոխել միայն  $M_J = +3/2$  գրգռված վիճակ): Ատոմն առայժմ մնում է  $M_J = 1/2$  ենթամակարդակում և շարունակում է իր համընթաց շարժումը: Պրոցեսը, որը շրջանագծային բևեռացման դաշտում բնակեցվածությունը ենթամակարդակների միջև տեղափոխում է միայն որոշակի ուղղությամբ, կոչվում է օպտիկական մղում: Քննարկվող դեպքում օպտիկական մղումը բարձր պոտենցիալի  $M_J = -1/2$  վիճակից տանում է ներքև՝  $M_J = 1/2$  վիճակ, և այդ վիճակում ատոմը շարունակում է իր համընթաց շարժումը մոտավորապես նույն սկզբնական կինետիկ էներգիայով:  $\Delta z = \lambda/4$  ճանապարհ անցնելուց հետո  $\sigma^-$  բևեռացման դիրքում մեծանում է այդ ենթամակարդակում ատոմի պոտենցիալ էներգիան, և ուրեմն նվազում է կինետիկ էներգիան: Այդ կետում  $\sigma^-$  բևեռացման օպտիկական մղման պրոցեսով ատոմը վերադառնում է  $M_J = -1/2$  վիճակ, և կինետիկ էներգիայի նոր փոփոխություն տեղի չի ունենում: Իսկ ցիկլը փակվում է, երբ ատոմն անցնում է ևս  $\Delta z = \lambda/4$  ճանապարհ և հասնում  $\sigma^+$  բևեռացման հաջորդ դիրք, որից հետո ամեն ինչ կրկնվում է: Արդյունքում ստացվում է, որ յուրաքանչյուր ցիկլից հետո ատոմը կորցնում է մոտավորապես պոտենցիալային բլրակի  $U_0$  բարձրությանը հավասար կինետիկ էներգիա, ինչը հեռանում է համակարգից կլանված և սպոնտան ճառագայթված ֆոտոնների էներգիաների տարբերության միջոցով:

*Միզիֆուզյան սառեցման սահմանը:* Օպտիկական ձյութի բնութագրական փորձերում լազերային սառեցումն իրականացվում է երկու էտապով: Սկզբում լազերային ճառագայթի հաճախությունը գծի լայնությունից մի քանի անգամ մեծ չափով շեղված է լինում դեպի ներքև: Ինտենսիվությունն ընտրվում է հազեցման արժեքին մոտ՝ ապահովելու համար ուժեղ ճնշման ուժի ստեղծումը: Ատոմը սառչում է մինչև դոպլերյան սահման: Դրանից հետո լազերի հաճախությունն ավելի է հեռացվում անցման հաճախությունից (որի հետ ինտենսիվությունը կարող է նվազեցվել), իսկ սիզիֆուզյան մեխանիզմը ջերմաստիճանն իջեցնում է դոպլերյան սահմանից ներքև: Հարկ է նշել, որ դոպլերյան սառեցման էտապն էական է, քանի որ սիզիֆուզյանի գործառույթը ենթադրում է ատոմների համար բավականաչափ փոքր արագություններ:

Միզիֆուզյան սառեցումը դադարում է գործել, երբ ջերմային էներգիայի նվազումը յուրաքանչյուր ցիկլում, որը կոպիտ կարելի է ընդունել  $U_0$ , համակշռվում է հետհարվածի՝ շնորհիվ ատոմին հաղորդվող  $E_r \equiv \hbar^2 k^2 / 2M$  կինետիկ էներգիայի աճով՝

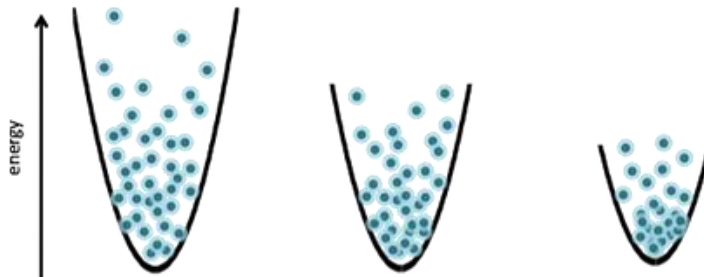
$$k_B T_{\text{Sisyphus}} \approx \hbar^2 k^2 / M :$$

Նատրիումի համար դոպլերյան սահմանը  $240 \mu K$  է, սիզիֆուզյանը՝  $2.4 \mu K$  :

Փորձարարական իրականացումների ժամանակ վերջնական ջերմաստիճանների բնութագրական արժեքները մի կարգով մեծ են լինում հատհարվածային սահմանից, սակայն դեռևս էապես ցածր դոպլերյան սահմանից:

*Գոլորշիացմամբ սառեցում:* Լազերային սառեցումն իր երկու էտապներով իջեցնում է ատոմների ջերմաստիճաններն այնքան, որ հեշտությամբ գերվում են մագնիսական թակարդներում: Դե Բրոյլի ալիքի երկարությունն, այնուամենայնիվ, մնում է բավականին փոքր, մասնավորապես, համընթաց շարժման ներհատուկ քվանտամեխանիկական վիճակների համար: Ջերմաստիճանի հետագա իջեցումն իրականացվում է գոլորշացման մեխանիզմի միջոցով: Ինչպես և տաք թեյով բաժակի դեպքում է, արագ ատոմների հեռացումը իջեցնում է մնացածների ջերմաստիճանը: Գործընթացի սխեմատիկ պատկերը բերված է Նկ. 27. 7-ում:

Գոլորշիացմամբ սառեցման ժամանակ հորում գերված ատոմների խտությունը մեծանում է որովհետև ատոմներն իջնում են դեպի հորի տարածապես փոքրացող չափեր ունեցող հատակը: Ջերմաստիճանի մի քանի կարգով իջեցման հետ համակցված այն մեծացնում է ֆազային խտության մեծությունն այնքան, որ քվանտային ստատիստիկական օրինաչափությունները՝ բոզոնային և ֆերմիոնային, դառնում են էական:



Նկ. 27.7. Ատոմները գերող պոտենցիալային հորի բարձրությունն իջեցնելու արդյունքում հորից հեռանում են առավել մեծ էներգիայով ատոմները: Մնացածների էներգիան, ուրեմն նաև հավասարակշռության զալուց հետո ջերմաստիճանը, նվազում է (Տե՛ս <https://sites.ualberta.ca/~ljlleblan/background/evaporative-cooling.html>):

Գոլորշիացմամբ սառեցումը չունի սկզբունքային սահման ներքևից: Մագնիսական թակարդներում ատոմական ամպի ջերմաստիճանն իջնում է մինչև  $10 nK$  :

## 28. Սպինտրոնիկա և ատոմտրոնիկա

Տեղափոխման այնպիսի քվանտամեխանիկական երևույթները, ինչպիսիք են թունելացումը և փուլային կոհերենտ տեղափոխությունները, հաջողությամբ օգտագործվում են էլեկտրոնիկայում, որոնք հիմնված են էլեկտրոնի լիցքի տեղափոխման պրոցեսի վրա: *Սպինտրոնիկան* տեղափոխման երևույթներում օգտագործում է էլեկտրոնի մյուս հիմնարար բնութագրիչը՝ սպինը: Այս հնարավորության քննարկումը և ներդրումը դարձել են հրատապ, քանի որ տրա-

դիցիոն կիսահաղորդչային էլեկտրոնիկան փոքրաչափայնացման և արագագործության մասով արդեն մոտեցել է ֆիզիկական իր հնարավորությունների սահմանին: Սահմանափակող փաստարկներից են գործող դիֆուզային ռեժիմում հոսանքակիրների ցրումները միջավայրում, որոնք բերում են ջերմության առաջացման և նվազեցնում են արտաքին պարամետրերի նկատմամբ արձագանքման արագությունը: Սպինային էլեկտրոնիկան գործում է որոշ իմաստով հակառակ՝ կոհերենտ տեղափոխման ռեժիմում՝ ընձեռելով որակական նոր հնարավորություններ:

**B** մագնիսական դաշտում գտնվող էլեկտրոնի սեփական (սպինով պայմանավորված) մագնիսական մոմենտը դաշտի ուղղության վրա կարող է ունենալ  $+\mu_B$  կամ  $-\mu_B$  պրոյեկցիա, որտեղ  $\mu_B = 9.27 \cdot 10^{-24}$  ՋՏլ<sup>-1</sup> -ն Բորի մագնետոնն է: Դրական պրոյեկցիային համապատասխանում է, օրինակ,  $|1\rangle$  վիճակ (քյուբիթ), իսկ բացասականին՝  $|0\rangle$ : Մագնիսական մոմենտի էներգիայի  $W = -\mu_B \cdot \mathbf{B}$  բանաձևում ընդունելով  $B \propto 1$  Տլ բնութագրական արժեքը՝ մեկ քյուբիթ ինֆորմացիայի գրանցման/դուրսբերման համար ստանում ենք  $W \approx 10^{-23}$  Ջ էներգիայի ծախս: Սպինի ուղղության փոփոխության համար անհրաժեշտ ժամանակը կարելի է գնահատել դասական մոտեցմամբ, համաձայն որի՝ մագնիսական մոմենտը պտտվում է  $\omega = \gamma B$  հաճախականությամբ, որտեղ  $\gamma \approx 3 \cdot 10^{10}$  Հց/Տլ-ն գիրոմագնիսական հաստատունն է:  $B \propto 1$  Տլ մագնիսական դաշտի դեպքում այդ պտույտի պարբերությունը մոտ  $3 \cdot 10^{-11}$  վրկ է: Այս գնահատականները ցույց են տալիս, որ ինֆորմացիայի գրանցման համար էլեկտրոնի լիցքի փոխարեն սպինի օգտագործման դեպքում ծախսած էներգիայում շահում ենք 2-3 կարգով, իսկ արագագործությունը նույն կարգի է: Այս ուղղությամբ կատարված փորձարարական հետազոտությունները լրիվությամբ հուսադրող են:

*Սպինային ալիքներ:* Առանձին ատոմներում էլեկտրոնների սեփական և օրբիտալ մոմենտները գումարվում են և ձևավորում ատոմի մագնիսական մոմենտը: Բյուրեղային պինդ մարմիններում՝ կազմված այդպիսի ատոմներից, տարբեր ատոմների էլեկտրոնների միջև առկա փոխանակային փոխազդեցությունը որոշակի համակարգում է մտցնում և բերում զրոյից տարբեր սպինային մագնիսականության առաջացման՝ առանց արտաքին մագնիսական դաշտի գոյության: Կախված փոխազդեցության բնույթից՝ մագնիսացվածությունն ունենում է ֆերրոմագնիսական կամ անտիֆերրոմագնիսական բնույթ: Արտաքին հաստատուն կամ փոփոխական մագնիսական դաշտեր կիրառելիս նմուշում դիտվում են նոր երևույթներ, որոնք էլ օգտագործվում են, օրինակ, ինֆորմացիայի գրանցման, փոխանցման և մշակման համար: Դրանցից առաջնային են սպինային ալիքները (մագնոնները), որոնք սպինային համակարգում գեներացված խոտորման տեղափոխումն են ատոմների միջսպինային փոխազդեցության արդյունքում: Սպինի պրոյեկցիայի տարբեր նշաններին համապատասխանում են արտաքին մագնիսական դաշտի շուրջ սպինի հակառակ ուղղությամբ պտույտներ:

Մյուս ալիքների նման սպինային ալիքներն ունեն որոշակի հաճախություն և ալիքի երկարություն: Լաբորատոր գեներացված ալիքներն ունենում են միկրոալիքային (մի քանի գեգահերց) հաճախություններ: Ի տարբերություն էլեկտական հոսանքների՝ որոնք ազդանշանները փոխանցում են սովորական իրավիճակներում, սպինային ալիքները կարող են տարածվել որոշակի մագնիսական մեկուսիչների ներսում երկար հեռավորությունների վրա, առանց ջեր-

մության առաջացման, ինչը չափազանց գրավիչ հատկանիշ է հաջորդ սերնդի տեխնոլոգիաների (հաշվողական համակարգերի) զարգացման համատեքստում:

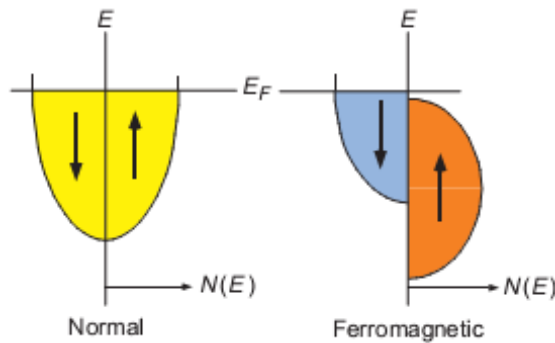


Նևիլ Մոտտ

*Սպին-բևեռացման տեղափոխություն և մագնիսադիմադրություն:*

Սպին-բևեռացման տեղափոխությունը ցուցաբերում է անսովոր հատկություններ, որոնք բացատրվել են Մոտտի կողմից: Որակական նորությունն այստեղ այն է, որ ցածր ջերմաստիճաններում, երբ մագնոնների ցրումները դառնում են արհամարհելի փոքր, ֆերոմագնիսի մագնիսացման ուղղությանը համապատասխանաբար զուգահեռ և հակազուգահեռ մագնիսական մոմենտները գործում են իրարից անկախ: Այդ դեպքում սպին-հաղորդականությունը կարող է ներկայացվել որպես սպինի երկու տարբեր պրոյեկցիաների անկախ և ոչ հավասար ներդրումների վերադրում: Որպես կիրառական կարևոր հետևանք, երբ չբևեռացված հոսանքն անցնում է ֆերոմագնիսով, այն դառնում է սպին-բևեռացված:

Ֆերոմագնիսներում սպինի երկու պրոյեկցիաների բնակեցվածությունների միջև առաջանում է դիսբալանս, որովհետև նրանց վիճակների խտությունները համարյա նույնն են, սակայն այդ վիճակներն ըստ էներգիաների շեղված են իրար նկատմամբ, ինչպես պատկերված է Նկ. 28.1-ում:

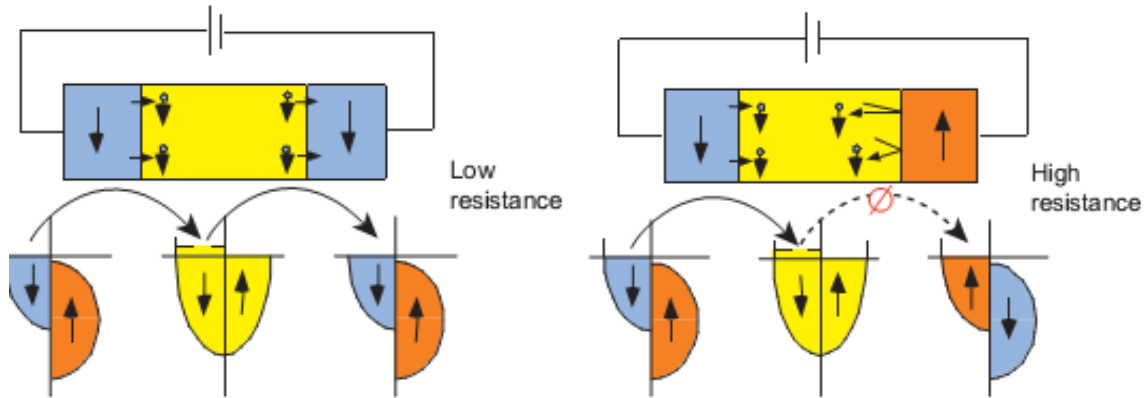


*Նկ. 28.1. Թույլատրելի գոտիներում էլեկտրոնային վիճակների  $N(E)$  խտության սխեմատիկ ներկայացումը նորմալ մետաղում և ֆերոմագնիսական մետաղում:  $E_F$  -ը Ֆերմիի էներգիան է (Տե'ս Քրինզ *G. A.*, *Science*, 282, 1660 (1998), Fig. 1):*

Էներգետիկ տեղաշարժը բերում է թույլատրելի գոտիների ոչ հավասար բնակեցվածությունների, ինչը, ուղղակիորեն միջավայրի մագնիսացման առաջացման պատճառ լինելով, նաև բերում է հաղորդականությունը պայմանավորող տիրույթի՝ Ֆերմիի մակարդակի մերձակայքի, բնակեցվածությունների խտության էական տարբերությունների: Օրինակ, Նկ. 28.1-ի՝ ֆերոմագնիսին համապատասխանող պատկերում սպինը ներքև վալենտական գոտու Ֆերմիի մակարդակին մոտ խտությունը ամենամեծն է, իսկ սպինը վերև գոտու համար հավասար է գրոյի (Ֆերմիի մակարդակն անցնում է արգելված գոտով՝ մոտ ներքին եզրին): Բնական է, որ էլեկտրական հոսանքը, որն առաջանում է այս հոսանքակիրների կարգավորված հոսքով, լինում է սպին-բևեռացված:

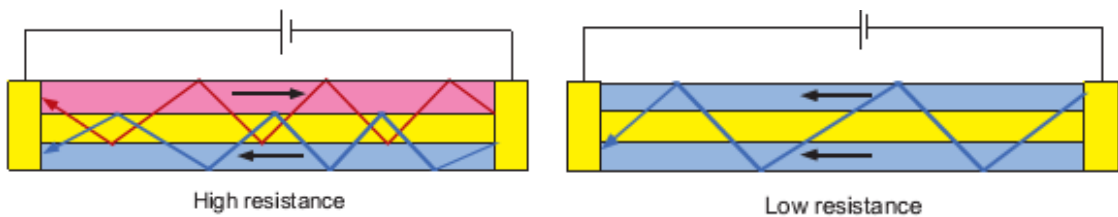


Նկ. 28.2-ը մեկնաբանում է՝ ինչու է այդ սպին-բևեռացված հոսանքի առաջացման համար եռաշերտ էլեմենտի դիմադրությունը փոքր, երբ կողմնային ֆերոմագնիսների մագնիսական մոմենտները զուգահեռ են, և մեծ, եթե մագնիսական մոմենտները հակազուգահեռ են:



Նկ. 28.2. Սպին-բևեռացված լիցքակիրների տեղափոխության սխեմատիկ ներկայացումը ֆերոմագնիսից սովորական մետաղի միջով երկրորդ ֆերոմագնիս սպինների համադրված (ձախից) և հակադրված (աջից) դեպքերում (St' u Prinz G. A., Science, 282, 1660 (1998), Fig. 2):

Իրական սարքերում էլեմենտները, այնուամենայնիվ, պատրաստված չեն Նկ. 23.3-ում պատկերված կողմնորոշմամբ, երբ հոսանքն ուղղված է բարակ շերտերին ուղղահայաց: Այդ դեպքում անցման տեղամասը կլիներ շատ կարճ, և դիմադրությունը՝ շատ փոքր: Իրական կողմնորոշումը պատկերված է Նկ. 28.3-ում: Սպինային արգելման սկզբունքը հակադրված շերտերում, իհարկե, նորից գործում է, սակայն սահմանների վրա ի հայտ են գալիս մեծամասշտաբ ցրումներ, և հոսանքի կանալավորում՝ նեղ հետագծերի վրա: Երբ թաղանթները դառնում են համադրված, դիմադրության այս երկու մեխանիզմները վերանում են, և տեղամասի դիմադրությունն ընկնում է: Մարքը փաստացի գործում է որպես սպինային փական (դիոդ): Այս օրինաչափությունը հայտնի է որպես գիգանտ մագնիսադիմադրություն:



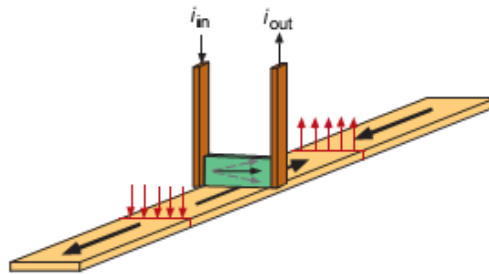
Նկ. 28.3. Լիցքակիրների կարգավորված տեղափոխության սխեմատիկ ներկայացումը գործող սարքերի համար: Հոսքը զուգահեռ է սենդվիչի շերտերի հարթությանը (St' u Prinz G. A., Science, 282, 1660 (1998), Fig. 3):

Ֆերոմագնիսական շերտերը պատրաստում են նյութերից, որոնցից մեկի մագնիսական մոմենտը շատ դժվար է փոխվում, մյուսինը՝ շատ հեշտ: Փոփոխությունն իրականացվում է արտաքին մագնիսական դաշտի ազդեցությամբ և օգտագործվում է փականի աշխատանքը զգայուն կերպով ղեկավարելու համար:

Ներկայացնենք մագնիսական գրանցումը, ինչը համակարգիչների մագնիսական կոշտ սկավառակներից ինֆորմացիան կարդացող գլխիկների համար է: Ինֆորմացիան պահվում է որպես միջավայրի դոմեններ կոչվող մագնիսացված տիրույթներում՝ որոշակի հետագծերի վրա

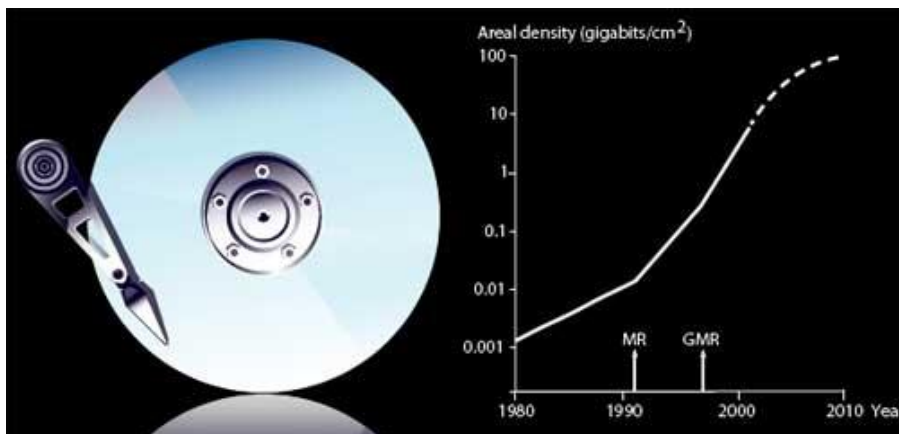
(Նկ. 28.4): Մագնիսացումը պահպանվում է որպես «0» բիթ՝ մեկ ուղղության համար, և «1» բիթ՝ մյուս ուղղության համար:

Գլխիկ-էլեմենտը պատրաստված է այնպես, որ արտաքին դաշտի բացակայության դեպքում հեշտորեն վերամագնիսացող թաղանթում մագնիսական մոմենտն ընկած է լինում միջավայրի հարթության մեջ: Միջավայրի մագնիսական դոմեններում մագնիսական դաշտն ուղղված է միջավայրի հարթությանը ուղղահայաց: Այսպիսով, երբ գլխիկն անցնում է դեպի վեր ուղղորդված դաշտով դոմենի վրայով, ապա այն հեշտորեն կողմնորոշվող թաղանթի մագնիսական մոմենտը հրում է և ուղղում դեպի վեր: Հակառակ ուղղության դեպքում մոմենտը ձգվում է և կողմնորոշվում դեպի ներքև: Էլեմենտի դիմադրությունը, այսպիսով, աճում է կամ նվազում: Բնութագրական պայմաններում դիմադրության փոփոխությունը կազմում է 1 % դաշտի 1 Էրստեդ փոփոխության համար (համեմատության համար նշենք, որ Երկրի մագնիսական դաշտը միջին լայնությունների վրա մոտ 0.5 Էրստեդ է):



Նկ. 28.4. Գիզանտ մագնիսադիմադրության էֆեկտի հիման վրա պատրաստած մագնիսական կարդացող գլխիկի սխեմատիկ պատկերը: Գլխիկն անցնում է մագնիսական դոմեններով միջավայրի վրայով: Հեշտ կողմնորոշվող թաղանթի մագնիսացման ուղղությունը գլխիկում որոշվում է միջավայրից դուր եկող դաշտով, որը պտտում է թաղանթի մագնիսացումը դեպի վեր կամ ներքև: Դիմադրության արդյունաբար փոփոխությունը զգում է գլխիկով անցնող  $i$  հոսանքը (Sté u Prinz G. A., Science, 282, 1660 (1998), Fig. 4):

Նկ. 28.6-ում ձախից պատկերված է համակարգչային կոշտ սկավառակը՝ ինֆորմացիայի դուրսհանման գլխիկով: Աջից ինֆորմացիայի պահպանման խտության (գեգաբիթ/սմ<sup>2</sup> միավորներով) աճի գրաֆիկն է տարիների ընթացքում, որտեղ գիզանտ մագնիսադիմադրության տեղամասը սկսվում է համապատասխան սլաքով նշումից հետո:



Նկ. 28.5. Համակարգչի կոշտ սկավառակ՝ իր կարդացող գլխիկով, որը ինֆորմացիան պահպանում է՝ օգտագործելով գիզանտ մագնիսադիմադրության էֆեկտը:

Քվանտային տեխնոլոգիաներում ընդգրկվող ֆիզիկական պրոցեսների ընդլայնման տեսանկյունից քննարկվող թեմայի շարունակությունը *ատոմտրոնիկան է*: Այն ենթադրում է հոսքային շղթաների ստեղծում, որտեղ կոհերենտ վիճակներում տեղափոխվող մասնիկները ատոմներն են: Ատոմտրոնիկ սարքերի կիրառական նպատակները, իրականացման հնարավորություններն ու պարամետրերի արժեքները խիստ տարբերվում են էլեկտրոնիկայի և սպինտրոնիկայի դեպքերից: Ատոմտրոնիկան առայժմ գործում է լաբորատոր պայմաններում՝ սահմանափակված հետազոտական խնդիրների շրջանակով:

Ատոմտրոնիկ սարքերը, իհարկե, չեն կարող լինել պինդմարմնային: Բացի դա, ատոմների շարժման կոհերենտ վարք ունենալու համար անհրաժեշտ են գերցածր ջերմաստիճաններ, որոնք հասանելի են բացառապես լազերային սառեցման մեթոդներով (Տե՛ս Հավելված 7), անգամ ֆերմիոնային ատոմների համար, երբ, ի նմանություն էլեկտրոնների, գործում է Պաուլիի արգելման սկզբունքը:

Ատոմտրոնիկայի բովանդակային առավելություններից են գերսառը ատոմների դեկոհերենտ ցրումների ցածր մակարդակը և հոսքերը դեկավարող մագնիսական և մագնիսաօպտիկական գերող պոտենցիալների ճկուն դեկավարման բարձր աստիճանը:

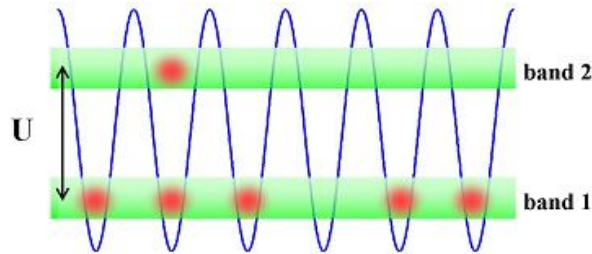
Ատոմտրոնիկայի և էլեկտրոնիկայի ֆիզիկայում առկա են նաև նմանություններ: Հասկանալու համար նկատենք, որ պինդմարմնային էլեկտրոնիկայի հիմքում ընկած էներգետիկ սպեկտրի գոտիական կառուցվածքը պայմանավորված է բյուրեղային ցանցի ստեղծած պոտենցիալային դաշտի պարբերական բնույթով: Պարբերական պոտենցիալ ատոմների համար՝ միաչափ, երկչափ և եռաչափ, կարելի է ստանալ նաև լազերային ճառագայթների կանգուն ալիքներ ստեղծելու ճանապարհով: Էներգիական գոտիների բնակեցման էլեկտրոնային օրինաչափությունները, որոնք պայմանավորում են նյութի հաղորդիչ, կիսահաղորդիչ կամ մեկուսիչ լինելը, կարելի է ստանալ ֆերմիոնային ատոմների միջոցով, որոնց ընդհանուր սպինի քվանտային թիվը կիսաամբողջ է, կամ իրար ուժեղ վանող բոզոնային ատոմների միջոցով, որոնք ի հայտ են բերում ֆերմիոնային հատկություններ: Հետազոտությունների այս մեթոդը հայտնի է օպտիկական ցանց անվանումով: Քննարկենք այդ հնարավորությունը փոքր-ինչ մանրամասն:

Վանողական բոզոնների համակարգը միաչափ պարբերական պոտենցիալի դաշտում նկարագրվում է

$$\hat{H} = \frac{U}{2} \sum_i \hat{n}_i (\hat{n}_i - 1) - J \sum_{\langle i j \rangle} \hat{a}_i \hat{a}_j + \sum_i (\varepsilon_i - \mu) \hat{n}_i \quad (28.1)$$

համիլտոնյանով, որտեղ  $\hat{a}_i$  -ն և  $\hat{n}_i$  -ն  $i$ -րդ հորում մասնիկի ոչնչացման և մասնիկների թվի օպերատորներն են,  $U > 0$ -ն հորում մասնիկների վանողական փոխազդեցության էներգիան է,  $J$  -ն հարևան հորերի միջև անցումների (ցատկերի) մատրիցական էլեմենտն է՝ էներգիական միավորներով,  $\langle i j \rangle$ -ն գումարի նշանի տակ նշանակում է, որ գումարումը կատարվում է միայն հարևան հորերի,  $\varepsilon_i$  -ն պարբերական պոտենցիալի արժեքն է  $i$ -րդ հորում,  $\mu$  -ն՝ համակարգի քիմիական պոտենցիալը: Համիլտոնյանը ենթադրում է էներգետիկ սպեկտրի միամասնիկ մոտավորություն և քվանտային թունելացման փոքր արագություն պարբերական պոտենցիալի հարևան հորերի միջև: Ատոմական համակարգի ջերմաստիճանը բացարձակ զրո է՝ գտնվում է բոզե-էյնշտեյնյան կոնդենսատ վիճակում:

Շատ մեծ՝  $U \gg J$  վանդակային էներգիաների դեպքում բոզոնները մեծ ճշտությամբ վերարտադրում են ֆերմիոնային հատկությունը՝ ֆերմի-դիրակյան ստատիստիկան: Համակարգի նկարագրության համար բավարար են ներքևի երկու էներգետիկ գոտիները, ինչպես սխեմատիկ պատկերված է Նկ. 28.6-ում: Գնդիկներով պատկերված են առանձին ստոմները:



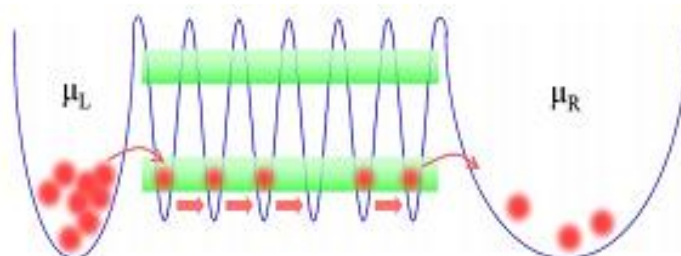
Նկ. 28.6. Օպտիկական ցանցի սխեմատիկ պատկերը ուժեղ փոխազդող բոզոնների և ուժեղ կապի մոտավորությունների պայմաններում (Տե՛ս B.T. Seaman, M. Kramer, et al. arXiv:cond-mat/0606625):

Էլեկտրոնային շղթաներում էներգիան մատակարարվում է հոսանքի աղբյուրի կողմից, ինչը պոտենցիալների շեղում է առաջացնում շղթայի տեղամասի միացման կետերի միջև: Ատոմտրոնիկ շղթայի կամ տեղամասի դեպքում հոսանքաղբյուրի դերը կատարում է միացման կետերում քիմիական պոտենցիալների տարբեր լինելը, ասենք՝  $\mu_L$  ձախում և  $\mu_R$  աջից: Կիրառված լարումը՝

$$V \equiv \mu_L - \mu_R : \quad (28.2)$$

Ատոմների հոսքը գնում է քիմիական պոտենցիալի մեծ արժեքից փոքր արժեք: Հաստատուն հոսանք ունենալու համար հարկավոր է  $V$  -ն պահել հաստատուն:

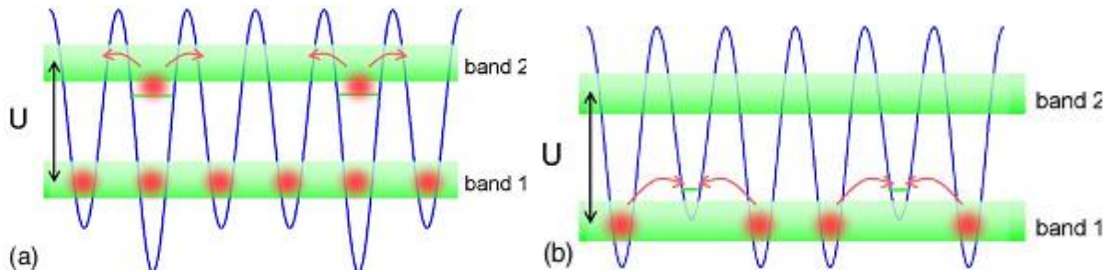
Փորձարարական պայմաններում աղբյուր կարող են հանդիսանալ ստոմների երկու տարանջատված պոտենցիալային հորերը, որոնք գործում են որպես ամբարներ (թերմոստատներ)՝ յուրաքանչյուրը քիմիական պոտենցիալի իր արժեքով: Քիմիական պոտենցիալների փոփոխության կարելի է հասնել ամբարների, օրինակ՝ խորության կամ լայնության, փոփոխման միջոցով: Կարելի է դեկավարել նաև թակարդներում ստոմների թվի միջոցով: Այդպիսի մի կոնֆիգուրացիա պատկերված է Նկ. 28.7-ում:



Նկ. 28.7. Օպտիկական ցանցը՝ ծայրակետերում միացված ստոմտրոնիկ աղբյուրի հետ քիմիական պոտենցիալի տարբեր արժեքներով (Տե՛ս B.T. Seaman, M. Kramer, et al. arXiv:cond-mat/0606625):

Ատոմտրոնիկ հաղորդիչ միջավայրերը կարող են ունենալ անալոգիա խառնուրդային կիսահաղորդիչների հետ: Լեգիրացման նպատակը հարևան հորերի միջև՝ արգելված գոտում,

Էներգետիկ մակարդակների առաջացումն է:  $n$  տիպի անալոգիան տեղի ունի, եթե խառնուրդային էներգետիկ մակարդակները մոտ են առաջին դատարկ էներգետիկ գոնայի ներքևի եզրին, իսկ  $p$  տիպի անալոգիան՝ ամենաբարձր լցված էներգետիկ գոնայի վերին եզրին մոտ լինելու դեպքում (Նկ. Հ8.8): Դոնորային մակարդակը զբաղեցնող ատոմը կարող է հեշտությամբ գրգռվել դատարկ գոտի և շարժվել ցանցի երկայնքով:



Նկ. Հ8.8. (a)  $n$ -լեգիրացված և (b)  $p$ -լեգիրացված օպտիկական ցանցեր (Տե՛ս B.T. Seaman, M. Kramer, et al. arXiv:cond-mat/0606625):

Ակցեպտորային լեգիրացման դեպքում ատոմը հեշտությամբ անցնում է չբնակեցված մակարդակ՝ դրանով թույլ տալով առաջացած խոռոչին տեղափոխվելու պարբերական պոտենցիալով: Ատոմների տեղափոխությունը ցանցի երկայնքով հիմնականում տեղի է ունենում քվանտային թունելացման երևույթի միջոցով՝ նմանվելով մետաղներում գերհոսելի հոսանքի առաջացման պատկերին:

Բնակեցվածությունների ոչ միանման բաշխումը (ասիմետրիան)  $n$ -լեգիրացված և  $p$ -լեգիրացված օպտիկական ցանցերում նշանակում է նաև ասիմետրիա հոսքերի առաջացման ժամանակ, կիսահաղորդչային դիոդի անալոգիայով: Հստակ արտահայտված միակողմանի հաղորդականության հասնելու համար հարկ է լինում աղբյուրում գտնվող ատոմների համար գերհոսելի փուլ ապահովել պոտենցիալների տարբերության մի ուղղության համար և հակառակը՝ մեկուսիչ փուլ ապահովել պոտենցիալների տարբերության մյուս ուղղության համար: Մա ինքնին շատ հետաքրքիր բազմամասնիկ քվանտային ֆիզիկայի օրինակ է, սակայն դուրս է սույն դասընթացի սահմաններում քննարկվելու հնարավորությունից:

*Մշտական հոսանքներ ատոմտրոնիկ շղթաներում:* Մշտական հոսանքը մեզոսկոպիկ ֆիզիկայի որոշիչ պահերից է. էլեկտրոնային օղակաձև զագում (օրինակ՝ մետաղի մեջ), որով ներթափանցում է հաստատուն մագնիսական դաշտ, կարող է ի հայտ գալ հոսանք, որը գուրկ է ցրումներից: Այն լրիվ օղակով մեկ էլեկտրոնների փուլի կոհերենտության դրսևորումն է և ենթադրում է, որ կոհերենտության երկարությունը մեծ է համակարգի չափերից: Այն առաջանում է քվանտային ռեժիմում, երբ դիմադրային էֆեկտները, պայմանավորված փոխազդեցություններով, խառնուրդների ներկայությամբ և ջերմային ֆլուկտուացիաներով, արհամարհելի են: Գերհաղորդականությունը և գերհոսելիությունը մշտական հոսանքների արտահայտման ձևերից են մակրոսկոպիկ մասշտաբում:

Շնորհիվ իրենց աշխատանքային պայմանների վերահսկողության և ճկունության, ինչպես նաև տարբեր վիճակագրությունների մասնիկների հետ առնչվելու ունակության՝ գերսառն ատոմներն ապահովում են իդեալական հարթակ նոր մասշտաբներում մշտական հոսանքների

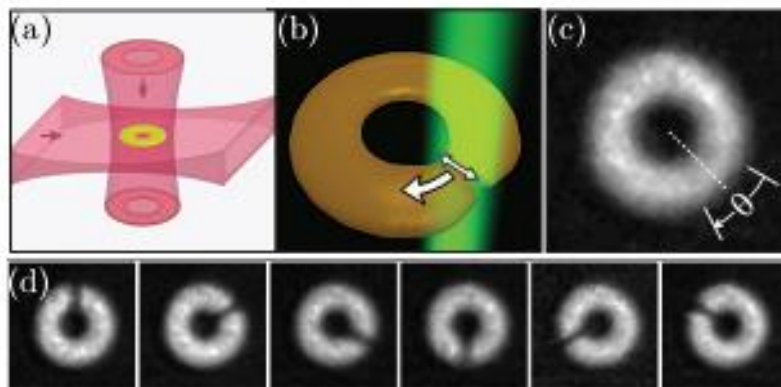
ուսումնասիրության համար: Այս հնարավորության հիմքում ընկած է այն, որ  $\Phi$  հոսքով արհեստական տրամաչափային դաշտի ազդեցությանը ենթարկվող քվանտային գազն օղակաձև գերման պոտենցիալում իրեն պահում է մագնիսական դաշտի ազդեցությանը ենթարկվող լիցքավորված մասնիկի նման: Արհեստական մագնիսական դաշտ, իր հերթին, կարող է ստեղծվել քվանտային տեխնոլոգիայի տարբեր մեթոդների միջոցով՝ սկսած պարզ պտույտից և վերջացրած երկֆոտոնային կոմբինացիոն անցումների կամ Berry-ի փուլերի ու հոլոգրամի փուլային հետքագրման մեթոդների միջոցով անկյունային մոմենտի փոխանցմամբ: Էֆեկտիվ մագնիսական դաշտն ալիքային ֆունկցիային հավելում է փուլային գրադիենտ, որով էլ սահմանում է վերջավոր արագությունների դաշտ ամբողջ օղակի երկայնքով: Գերսառն ատոմները հարթ օրինաչափություններով ուղղորդվող պայմաններում հոսում են առանց ցրումների:

Հոսանքի ուժը կարելի է հաշվել  $F$  ազատ էներգիայից՝

$$I = -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial F}{\partial \Phi}$$

թերմոդինամիկական առնչության համաձայն:

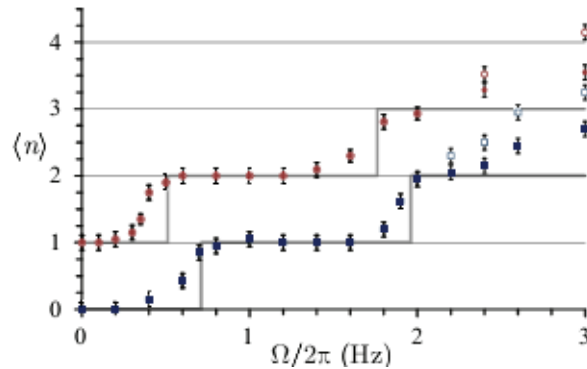
Նկ. 28.9-ը ներկայացնում է շրջանաձև ատոմտրոնիկ շղթայում կոնդենսատի պտույտի փորձարարական իրականացման սխեմատիկ բովանդակությունը: a)-ում պատկերված է գերող օպտիկական դիպոլային թակարդի ստեղծումը ռեզոնանսից դեպի կարմիր շեղված փոխուղղահայաց տարածվող լազերային ճառագայթների միջոցով:



Նկ. 28.9. (Sté u K.C. Wright, R.B. Blakestad, et al. arXiv:1208.3608 (2012), Fig. 1):

Կոնդենսատը պտտական շարժման մեջ է դրվում օղակը հատող և ռեզոնանսից դեպի կապույտ շեղված լազերային ճառագայթի պտտական շարժման միջոցով, ինչպես պատկերված է b)-ում: Այն պոտենցիալային արգելք է օղակում գտնվող ատոմների համար: Փոքր երկսայր սլաքը մատնանշում է ճառագայթի արագ (2 կՀց) սկանավորման ուղղությունը, իսկ մեծ միասայր սլաքը՝ դանդաղ (մինչև 3 Հց) ազիմուտալ պտույտը: c)-ն ատոմական օղակի կլանման պատկերն է, որում պոտենցիալային արգելքը գտնվում է մինիմալ խտության  $\theta$  անկյուն կազմող ազիմուտալ տիրույթում: Պատկերի քառակուսու կողը 84 մկմ է: d)-ն պոտենցիալային արգելքի պտտման դիրքերի հաջորդականությունն է: Արգելքի բարձրությունը կոնդենսատի քիմիական պոտենցիալի 60%-ի չափով է:

Նկ. 28.10-ը ցույց է տալիս կոնդենսատի արձագանքը պոտենցիալային արգելքի պտույտին արգելքի երկու՝  $U_b = 0.50\mu_0$  (կապույտ քառակուսիներ) և  $U_b = 0.57\mu_0$  (կարմիր քառակուսիներ), բարձրությունների համար:  $\mu_0$ -ն կոնդենսատի քիմիական պոտենցիալն է:



Նկ. 28.10. (St' u K.C. Wright, R.B. Blakestad, et al. arXiv:1208.3608 (2012), Fig. 3):

Հորիզոնական առանցքով տեղադրված է պոտենցիալային արգելքի պտտման անկյունային հաճախությունը, իսկ ուղղահիգ առանցքով՝ կոնդենսատի պտույտը ներկայացնող քվանտային թիվը: Միավոր չափի շեղումը ուղղահիգ առանցքի ուղղությամբ պատկերների ընկալմանն օգնելու համար է: Տվյալների միջինացումները կատարված են մոտավորապես ըստ 20-ական չափումների:

Ատոմական կոնդենսատի շրջանային հոսանքներում շարժման արագությունը հնարավոր է եղել հասցնել մինչև նրանցում ձայնի արագության քսանապատիկը: Այստեղ իրավիճակը, այնուամենայնիվ, բարդանում է, քանի որ գրգռվում են ֆոնոնային և այլ բնույթի գրգռումներ, որոնք քայքայում են վիճակի կոհերենտությունը և դրանով իսկ հանում ատոմների հոսքը մշտական հոսանքի ռեժիմից:

## Օգտագործված գրականության ցանկ

1. Մուրադյան Ա.Ժ., Մուրադյան Գ.Ա., Լազերային սառեցում և բոլե-այնշտայնյան կոնդենսատ, ԵՊՀ հրատարակչություն, Երևան, 2018.
2. Физика твердого тела, под редак. И. К. Верещагина, Москва, Высшая школа, 2001.
3. Almansour S.A., Hassen D., Theoretical study of electronic transmission in resonant tunneling diodes based on GaAs/AlGaAs double barriers under bias voltage, Optics and Photonics Journal, 4, 39 (2014).
4. Bruus H., Introduction to nanotechnology. MIC-Departement of Micro and Nanotechnology, Technical University of Denmark, 2004.
5. Baldo M., Introduction to Nanoelectronics. MIT OpenCourseWare Publication, 2011.
6. Brokmann X., Messin G., Desbiolles P., Giacobino E., Dahan M. and Hermier J. P., Colloidal CdSe/ZnS quantum dots as singlephoton sources – New J. Phys. 6, 99 (2004).
7. Buller G. S. , Collins R. J., Single-photon generation and detection. Meas. Sci. Technol., 21, 012002 (2010).
8. Cadoret M., De Mirandes E., Clade P., Nez F. Nez, Julien L., Biraben F., Guellati-Khelifa S., Atom interferometry based on light pulses: Application to the high precision measurement of the ratio  $h/m$  and the determination of the fine structure constant. Eur. Phys. J.. Special Topics 172, 121 (2009).
9. Committee on AMO, Controlling the Quantum World: The Science of Atoms, Molecules, and Photons, The National Academies Press, Washington, D.C. 2010.
10. Cronin A.D., Schmiedmayer J., Pritchard D.E., Optics and interferometry with atoms and molecules. Rev. Mod. Phys. 81(3), 1051 (2009).
11. Dahan M.B., Peik E., Reichel J., Castin Y., Salomon Ch., Bloch oscillations of atoms in an optical potential, Phys. Rev. Lett., 76(24), 4508 (1996).
12. Demtroder W., Atoms, Molecules and Photons. Springer, Berlin, 2006.
13. Edited by H. Rigneault, J.-M. Lourtioz, C. Delalande, A Levenson. Nanophotonics. ISTE, London, 2006.
14. Fedortchenko S., A quantum teleportation experiment for undergraduate students. arXiv:1607.02398v2 (2016).
15. Foot Ch.J., Atomic Physics, Oxford University Press, Oxford, 2005.
16. Fox A.M., Atomic and Laser Physics. Cambridge University Press, Cambridge, 2019.
17. Fox M., Quantum Optics. An Introduction, Oxford University Press, Oxford, 2006.
18. Fuhrmanek A., Bourgain R., Sortais Y.R.P., Browaeys A., Free-space lossless state detection of a single trapped atom. Phys. Rev. Lett. 106(13), 133003 (2011).
19. Galindo A., Martín-Delgado M. A., Information and computation: Classical and quantum aspects, Rev. Mod. Phys., 74(2), 347 (2002).
20. Gibbs H.M., Spontaneous decay of coherently excited Rb. Phys. Rev. Lett. 29(8), 459 (1972).
21. Godfrin C., Ferhat A., Ballou R., Klyatskaya S., Ruben M., Wernsdorfer W., Balestro F., Operating quantum states in single magnetic molecules: Implementation of Grover's quantum algorithm. Phys. Rev. Lett. 119(18), 187702 (2017).



22. Godin R.M., d'Arcy M.B., Summy G.S., Burnett K., Prospects for atom interferometry, 42(2), 77 (2001).
23. Griffiths D.J., Steinke C.A., Waves in locally periodic media, Am. J. Phys. 69(2), 137 (2001).
24. Inam F.A., Single-Photon Sources. Encyclopedia of Applied Physics. Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2019.
25. Kiang D., Multiple scattering by Dirac comb. Amer. Journal of Physics, 42, 785 (1974).
26. Krchnavek R., Introduction to nanoelectronics: Resonant tunnel diode, Rowan University, New Jersey, USA, 2005.
27. Lounis B., Orrit M., Single-photon sources. Rep. Prog. Phys., 68, 1129 (2005).
28. Meyer E., Hug H.J., Bennewitz R., Scanning Probe Microscopy. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2004.
29. Miranowicz A., Tamaki K., An introduction to quantum teleportation, arXiv:quant-ph/0302114v1 (2003).
30. Mironov V.L., Fundamentals of scanning probe microscopy: Textbook for students of the senior courses of higher educational institutions, Nizhniy Novgorod, 2004.
31. Mitin V.V., Kochelap V.A., Stroschio M.A., Introduction to Nanoelectronics: Science, Nanotechnology, Engineering, and Applications, Cambridge University Press, Cambridge, 2008.
32. Mitin V.V., Sementsov D.I., Vagidov N.Z., Quantum Mechanics for Nanostructures, Cambridge University Press, Cambridge, 2010.
33. Ott H., Single atom detection in ultracold quantum gases: a review of current progress. arXiv:1602.08422v2 (2017).
34. Pendry J.B., Negative refraction and the perfect lens. The Blackett Laboratory, Imperial College, London (2010).
35. Prinz G.A., Magnetoelectronics. Science, 282, 1660 (1998).
36. Reiserer A., Ritter S., Rempe G., Nondestructive detection of an optical photon. Science, 342, 1349 (2013).
37. Rieffel E., Polak W., An Introduction to quantum computing for non-physicists. arXiv:quant-ph/9809016v2 (1998).
38. Schnabel R., Squeezed states of light and their applications in laser interferometers. arXiv:1611.03986v3 (2017).
39. Seaman B.T., Krämer M., Anderson D.Z., and M. J. Holland, Atomtronics: Ultracold-atom analogs of electronic devices. Phys. Rev. A, 75, 023615 (2007).
40. Seminario J.M., Zacarias A.G., Tour J.M., Theoretical study of a molecular resonant tunneling diode, J. Am. Chem. Soc. 122, 3015 (2000).
41. Sollner T. C. L. G., Goodhue W.D., Tannenwald P.E., Parker C.D., Peck D.D., Resonant tunneling through quantum wells at frequencies up to 2.5 THz. Appl. Phys. Lett. 43, 588 (1983).
42. Wilk T., Webster S.C., Specht H.P., Rempe G., Kuhn A., Polarization-controlled single photons. Phys. Rev. Lett. 98, 063601 (2007).
43. Winkler F., Barthel J., Tavabi A.H., Borghardt S., Kardynal B. E., Dunin-Borkowski R. E., Absolute scale quantitative off-axis electron holography at atomic resolution. Phys. Rev. Lett. 120(15), 156101 (2018).

44. Zutic I., Fabian J., Das Sarma S., Spintronics: Fundamentals and applications. Rev. Mod. Phys., 76(2), 323 (2004).
45. 6. Physics of Single Quantum Emitters, 181-207 (Internet).
46. 16. Photodetectors, 545-581 (Internet).
47. Report by A. Slachter. Single photon emitters, (Internet).
48. Chapter 2. Solid-state physics fundamentals of light emitting diodes thermal behavior, 15-24 (Internet).

## Բովանդակություն

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ.....	4
ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՆԵՐՀԱՏՈՒԿ ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ.....	10
§ 1. Մասնիկի քվանտային վիճակները պոտենցիալային հորի օրինակով .....	10
<i>Մասնիկը միաչափ ուղղանկյուն պոտենցիալային հորում.....</i>	<i>11</i>
§ 2. Քվանտային թունելացում .....	16
<i>Ալիքային փաթեթի անցումը և անդրադարձումը.....</i>	<i>19</i>
§ 3. Ռեզոնանսային թունելացում .....	21
<i>Պոտենցիալային հորի դեպքը.....</i>	<i>24</i>
§ 4. Մասնիկը տարածապարբերական պոտենցիալում: Բլոխի օսցիլյացիաներ .....	25
<i>Դիրակի սանր.....</i>	<i>30</i>
<i>Բլոխի օսցիլյացիաներ.....</i>	<i>31</i>
<i>Բլոխի օսցիլյացիաների տեսությունը.....</i>	<i>32</i>
<i>Ատոմի Բլոխի օսցիլյացիաներ արագացող օպտիկական պոտենցիալում .....</i>	<i>34</i>
ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱԿԱՆ ՍԱՐՔԵՐԻ ՖԻԶԻԿԱ.....	36
§ 5. Կիսահաղորդիչներ: Կիսահաղորդչային դիոդ .....	36
<i>Պինդ մարմինների դասակարգումը միաէլեկտրոն վիճակների էներգետիկ սպեկտրի հիման վրա.....</i>	<i>37</i>
<i>Էլեկտրահաղորդականության մեխանիզմը կիսահաղորդիչներում .....</i>	<i>39</i>
<i>n - տիպի կիսահաղորդիչներ.....</i>	<i>41</i>
<i>p - տիպի կիսահաղորդիչներ .....</i>	<i>42</i>
<i>p-n կիսահաղորդչային կոնտակտ.....</i>	<i>43</i>
§ 6. Ռեզոնանսային թունելային դիոդ: Լուսադիոդ.....	47
<i>Թունելային դիոդ.....</i>	<i>47</i>
<i>Լուսադիոդ .....</i>	<i>53</i>
§ 7. Սկան-թունելային մանրադիտակ.....	59
<i>Լույսի ալիքի երկարության կարճեցման մեթոդը.....</i>	<i>59</i>
<i>Սկան-զոնդավորման մանրադիտակը.....</i>	<i>60</i>
§ 8. Երկմակարդակ քվանտային համակարգ .....	66
<i>Համակարգի ժամանակային էվոլյուցիան: Սուպերպոզիցիոն վիճակներ.....</i>	<i>67</i>
<i>Թույլ դաշտի սահմանը.....</i>	<i>71</i>
<i>Ուժեղ դաշտի սահմանը.....</i>	<i>72</i>
<i>Մարումներ.....</i>	<i>73</i>
<i>Ռաբիի օսցիլյացիաների փորձարարական դիտումը.....</i>	<i>74</i>
§ 9. Քվանտային չափում.....	75
<i>Ոչ սելեկտիվ, անընդհատ չափումներ .....</i>	<i>79</i>
<i>Մի քանի ֆիզիկական մեծությունների միաժամանակ որոշակի արժեք ունենալու պայմանները .....</i>	<i>80</i>
§ 10. Քվանտային ինֆորմացիա .....	82
<i>Բլոխի սֆերա .....</i>	<i>84</i>
<i>Կոհերենտ գործառույթներ Բլոխի սֆերայի պատկերացմամբ.....</i>	<i>86</i>
<i>Խճճվածությունը և ինֆորմացիան.....</i>	<i>87</i>

<i>Ոչ քլոնավորման թեորեմը</i> .....	90
§ 11. Քվանտային համակարգիչ.....	91
<i>Միաքյուբիթ տրամաբանական գեյթեր</i> .....	91
<i>Երկքյուբիթ տրամաբանական գեյթեր</i> .....	93
<i>Գրովերի ալգորիթմը</i> .....	97
<i>Քվանտային համակարգիչ</i> .....	101
<i>Գերված ատոմական իոններ</i> .....	102
<i>Չեզոք ատոմներ և մոլեկուլներ</i> .....	103
<i>Քվանտային գերհաղորդիչ սխեմա</i> .....	104
§ 12. Քվանտային տելեպորտացիա և քվանտային կրիպտոգրաֆիա.....	104
<i>Քվանտային տելեպորտացիա</i> .....	104
<i>Քվանտային կրիպտոգրաֆիա (ծածկագրություն)</i> .....	110
§ 13. Ատոմական ինտերֆերոմետր.....	112
§ 14. Միաֆոտոն ճառագայթման աղբյուրներ.....	117
<i>Կոհերենտ վիճակներ</i> .....	119
<i>Ջերմային վիճակներ</i> .....	120
<i>Ատոմներ և իոններ</i> .....	125
<i>Դեֆեկտներ հոծ կամ նանոբյուրեղային պլմաստում</i> .....	127
§ 15. Քվանտային կետ.....	128
<i>Կոլոիդային քվանտային կետերը</i> .....	133
<i>Օպտիկական հատկությունները</i> .....	134
<i>Արևային էլեմենտներ</i> .....	135
<i>Ճյուրեցցենցող մոլեկուլներ</i> .....	135
<i>Քվանտային գեյթեր</i> .....	136
§ 16. Միամասնիկ քվանտային դետեկտոր.....	138
<i>Գերսառը ատոմական իոնների գերումը</i> .....	138
<i>Չեզոք ատոմների գերումը</i> .....	141
<i>Առանձին ատոմների գրանցման մեթոդները</i> .....	142
Հ Ա Վ Ե Լ Վ Ա Ծ Ն Ե Ը.....	149
Հ1. Քառակուսային մատրիցայի ամբողջ աստիճանի հաշվումը.....	149
Հ2. Կրկնվող պոտենցիալային արգելքների քվանտային թունելացումը.....	150
<i>Մեկ պոտենցիալային արգելքի դեպքը</i> .....	150
<i>Ուղղանկյուն պոտենցիալային արգելքներ</i> .....	154
Հ3. Կապված վիճակները լոկալ պարբերական պոտենցիալում.....	155
Հ4. Գրաֆեն.....	158
<i>Ածխածնային նանոխողովակները</i> .....	162
Հ5. Լազերներ.....	165
<i>Օպտիկական ռեզոնատորներ</i> .....	168
Հ6. Օպտիկական ուժեր.....	172
<i>Գրադիենտային ուժ</i> .....	174
<i>Հարթ վազող ալիքի դեպքը</i> .....	175
<i>Հանդիպակաց հարթ ալիքների դեպքը</i> .....	176
<i>Լույսի սպոնտան ճնշման ուժը</i> .....	178

Հ7. Լազերային սառեցում .....	180
<i>Դոպլերյան սառեցում.....</i>	180
<i>Դոպլերյան սառեցման սահմանը.....</i>	183
<i>Միզիֆուզյան սառեցում.....</i>	184
<i>Միզիֆուզյան սառեցման սահմանը .....</i>	188
<i>Գոլորշիացմամբ սառեցում.....</i>	189
Հ8. Սպինտրոնիկա և ատոմտրոնիկա.....	189
<i>Սպինային ալիքներ.....</i>	190
<i>Սպին-բևեռացման տեղափոխություն և մագնիսադիմադրություն.....</i>	191
<i>Ատոմտրոնիկա .....</i>	194
<i>Մշտական հոսանքներ ատոմտրոնիկ շղթաներում.....</i>	196
Օգտագործված գրականության ցանկ .....	199

Երևանի պետական համալսարան  
Ֆիզիկայի ֆակուլտետ

Մուրադյան Ատոմ, Մուրադյան Գևորգ

**ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ  
ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱՆԵՐԻ  
ՖԻԶԻԿԱ**

Դասագիրք

Հրատ. պատ. խմբագիր՝ Լ. Հովհաննիսյան  
Համակարգչային ձևավորումը՝ Կ. Չալարյանի  
Կազմի ձևավորումը՝ Ա. Պատվականյանի  
Հրատ. սրբագրումը՝ Ա. Գույումջյանի

ԵՊՀ հրատարակչություն  
ք. Երևան, 0025, Ալեք Մանուկյան 1  
[www.publishing.y-su.am](http://www.publishing.y-su.am)