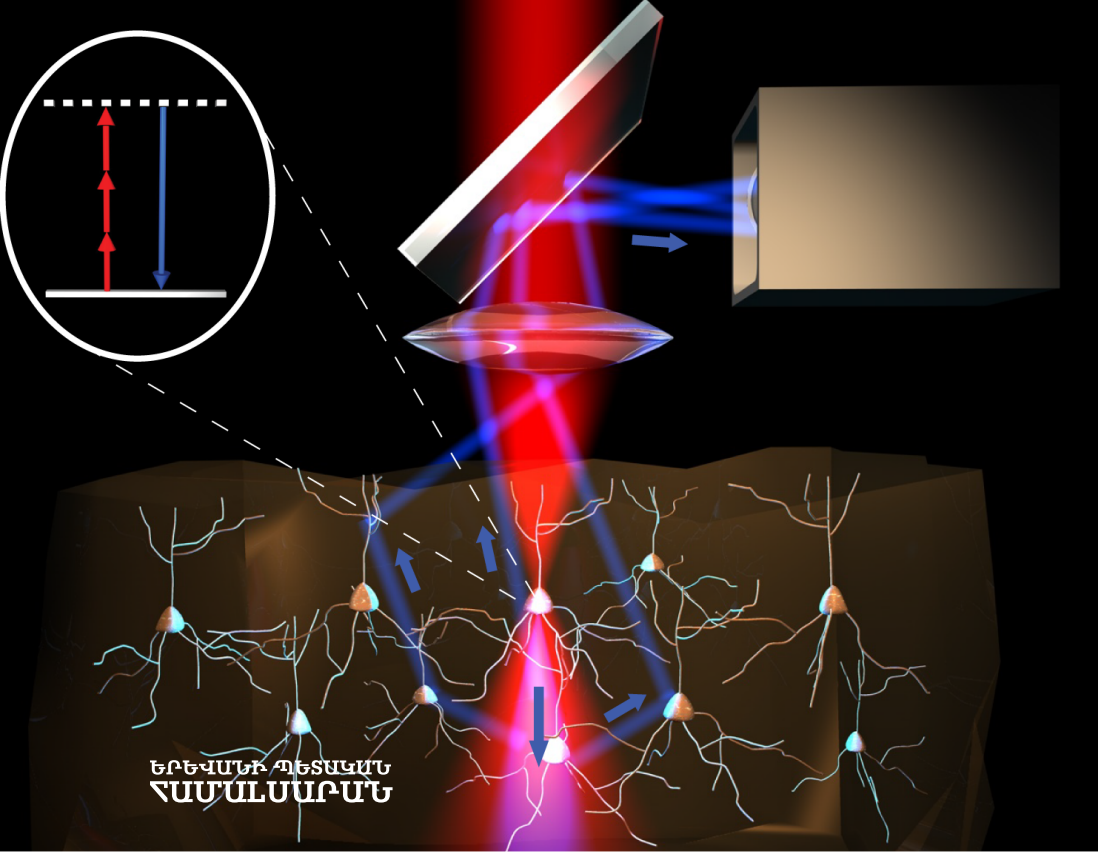


Լ. Ս. ԱՍԼԱՆՅԱՆ

ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՕՊՏԻԿԱՅԻ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ

Ուսումնական ձեռնարկ

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

Լ. Ս. ԱՍԼԱՆՅԱՆ

ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՕՊՏԻԿԱՅԻ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ

ԵՐԵՎԱՆ
ԵՊՀ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ
2019

ՀՏԴ 535.18(07)
ԳՄԴ 22.343գ7
Ա 742

Հրատարակության է երաշխավորել
ԵՊՀ ֆիզիկայի ֆակուլտետի
գիտական խորհուրդը

Գրախոսներ՝
Ֆիզ. մաթ. գիտ. դոկտոր, պրոֆ. Խ. Վ. Ներկարարյան
Ֆիզ. մաթ. գիտ. դոկտոր, պրոֆ. Ռ. Ս. Հակոբյան

Ասլանյան Լ. Ս.
Ա 742 Ոչ գծային օպտիկայի հիմունքները: Ուսումնական ձեռնարկ/
Լ. Ս. Ասլանյան: -Եր., ԵՊՀ հրատ., 2019, 218 էջ:

Լազերների հայտնագործումը հեղաշրջում առաջացրեց լույսի և միջավայրի փոխազդեցության ուսումնասիրման բնագավառում: Ստեղծվեց և բուռն զարգացում ապրեց նոր ուղղություն՝ ոչ գծային օպտիկան: Այն միանգամայն նոր հնարավորություններ ընձեռեց նյութերի վարքն արտաքին մեծ ինտենսիվությամբ լուսային դաշտերում ուսումնասիրելու համար:

Սույն ուսումնական ձեռնարկը նվիրված է ոչ գծային օպտիկայի հիմնարար սկզբունքների երևութաբանական նկարագրությանը: Այն կարող է օգտակար լինել բակալավրիատի ու մագիստրատուրայի ուսանողների, ինչպես նաև ասպիրանտների ու բոլոր այն երիտասարդ մասնագետների համար, ովքեր հետաքրքրվում են ոչ գծային օպտիկայի մեթոդներով:

ՀՏԴ 535.18(07)
ԳՄԴ 22.343գ7

ISBN 978-5-8084-2353-4

© ԵՊՀ հրատ., 2019
© Ասլանյան Լ. Ս., 2019

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ 7
ՀԱՍԱՌՈՏ ՊԱՏՄԱԿԱՆ ԱԿՆԱՐԿ 10
1. Միջլազերային փուլ 11
2. Լազերային փուլ 12
ՄԱՍ I. ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՆԿԱՐԱԳՐՈՒԹՅՈՒՆ
ԹԵՄԱ 1. ՈՉ ԿՈՀԵՐԵՆՏ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐ 16
§1.1. Կլանման հագեցում 16
§1.2. Ռամանյան (կոմբինացված) ցրում 23
§1.3. Բազմաֆոտոն կլանում և ոչ գծային ֆոտոէֆեկտ 28
§1.4. Ամփոփում 31
ԹԵՄԱ 2. ՆԵՐԱՏՈՄԱԿԱՆ ԴԱՇՏԵՐԸ ԵՎ ՆՐԱՆՑ ԿԱՐԳԸ 32
§2.1. Ներատոմական դաշտերի գնահատումը 32
§2.2. Ըստ դաշտի աստիճանների ֆեյնմենոլոգիական վերլուծություն: Գծային և ոչ գծային ընկալունակություններ 34
§2.3. Լոկալ (տեղային) դաշտի գործոնը գծային և ոչ գծային օպտիկայում 36
§2.4. Ամփոփում 38
ԹԵՄԱ 3. ՆՅՈՒԹԱԿԱՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԸ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ 39
§3.1. Ֆունդամենտալ նյութական հավասարումների ստացումը 39
§3.2. Ոչ գծային ընկալունակության թենզորի ընդհանուր հատկությունները 43
§3.3. Ոչ գծային ընկալունակության թենզորի սիմետրիան 45
§3.4. Կլեյնմանի կանոնը 45
§3.5. Ոչ գծային օպտիկական երևույթների դասակարգումը 49
§3.6. Ամփոփում 50
ԹԵՄԱ 4. ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐԻ ԷԼԵԿՏՐԱԴԻՆԱՄԻԿԱ 51
§4.1. Ներածություն 51

§4.2. Ոչ գծային ալիքային հավասարում: Կապված ալիքների համակարգ 52
§4.3. Ոչ գծային ալիքային հավասարման ուսումնասիրման դանդաղ փոփոխվող լայնույթի մեթոդ 53
§4.4. Ժամանակային կախվածությամբ լայնույթով ալիքի տարածումը 59
§4.5. Ամփոփում 61
ԹԵՄԱ 5. ՈՉ ԳԾԱՅՆՈՒԹՅԱՆ ՄԵԽԱՆԻԶՄՆԵՐ 62
§5.1. Անհարմոնիկ օսցիլյատորի մոդելը: Միլլերի կանոնը 62
§5.2. Կողմնորոշումային (օրիենտացման) մեխանիզմ 68
§5.3. Ջերմային մեխանիզմ 77
§5.4. Ամփոփում 81
ՄԱՍ II. ԸՍՏ ԴԱՇՏԻ ՔԱՌԱԿՈՒՍԱՅԻՆ ԿԱՐԳԻ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐ
ԹԵՄԱ 6. ԵՐԿՐՈՐԴ ՀԱՐՄՈՆԻԿԻ ԳԵՆԵՐՈՒՄ (ԵՀԳ) 82
§6.1. Երկրորդ հարմոնիկի գեներում (փորձարարական դիտում) 82
§6.2. Փուլային սինքրոնության պայմանը և իրականացման մեթոդները 84
§6.3. Երկրորդ հարմոնիկի գեներում: Կարճեցված հավասարումների համակարգ 92
§6.4. Մղման տրված դաշտի մոտավորություն 93
§6.5. Հետադարձ ազդեցության հաշվառումը 96
§6.6. Տրված ինտենսիվության մոտավորություն 99
§6.7. Ամփոփում 102
ԹԵՄԱ 7. ՔԱՌԱԿՈՒՍԱՅԻՆ ԱՅԼ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐ 103
§7.1. Գումարային և տարբերությունային հաճախությունների գեներում 103
§7.2. Պարամետրական ուժեղացում և գեներում 105
§7.3. Փուլային սինքրոնություն և հաճախության վերալարում 107
§7.4. Պարամետրական երևույթների էլեկտրադինամիկան 109
§7.4. Օպտիկական ուղղում (կամ դետեկտում) 112
§7.5. Ամփոփում 113

ՄԱՍ III. ԽՈՐԱՆԱՐԴԱՅԻՆ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐ

ԹԵՄԱ 8. ՀԱՐՄՈՆԻԿՆԵՐԻ ԳԵՆԵՐՈՒՄ ԵՎ ԻՆՔՆԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆ 114
§8.1. Երրորդ հարմոնիկի գեներում 114
§8.2. Սինքրոնության պայմանի իրականացումը 116
§8.3. Կոմբինացված հաճախությունների գեներում 117
§8.4. Ուժեղ լազերային դաշտով մակածված երկբեկման երևույթ.. 118
§8.5. Ինքնամակածված օպտիկական անիզոտրոպություն 121
§8.6. Օպտիկական բիստաբիլություն 123
§8.7. Ամփոփում 126
ԹԵՄԱ 9. ԻՆՔՆԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԸ ՓՆՋԵՐՈՒՄ (ԵՐԿՐԱՉԱՓԱԿԱՆ ՕՊՏԻԿԱՅԻ ՄՈՏԱՎՈՐՈՒԹՅՈՒՆ) 127
§9.1. Լույսի ինքնակիզակետման երևույթը 127
§9.2. Սահմանային հզորություն: Ոչ գծային կիզակետ 133
§9.3. Լույսի ինքնաապակիզակետումը ուժեղ ոչ գծայնությամբ միջավայրում 137
§9.4. Լույսի «բանանային» ինքնակիզակետումը 140
§9.5. Ամփոփում 141
ԹԵՄԱ 10. ԻՆՔՆԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐ ԵՎ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՔՎԱԶԻՕՊՏԻԿԱ 142
§10.1. Ինքնազդեցության երևույթներ 142
§10.2. Լույսի ոչ գծային դիսպերսիա 144
§10.3. Լույսի ոչ գծային կլանում 145
§10.4. Ոչ գծային քվազիօպտիկա 147
§10.5. Ալիքային ճակատի շրջում 154
§10.6. Ամփոփում 161
ԹԵՄԱ 11. ԼՈՒՅՍԻ ՍՏԻՊՈՂԱԿԱՆ ՑՐՄԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹԸ 162
§11.1. Ներածություն 162
§11.2. Ստիպողական ռամանյան ցրում. մակրոսկոպական տեսություն 165

§11.3 Անտիստոքսյան ցրում 174
§11.4 Ռամանյան ցրման ակտիվ սպեկտրոսկոպիա 176
§11.5 Ամփոփում 192
ԹԵՄԱ 12. ԲԱՐՁՐ ԿԱՐԳԻ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐ 194
§12.1 Բարձր կարգի ոչ գծային երևույթներ 194
§12.2 Ուղիղ և կասկադային պրոցեսներ 195
§12.3 Ամփոփում 197
ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ 198
ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ 200
ՀԱՎԵԼՎԱԾ 1. ՖՈՒՐՅԵ ՁԵՎԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ 202
ՀԱՎԵԼՎԱԾ 2. ԱՆԱԼԻՏԻԿ ԱԶԴԱՆՇԱՆ 206
ՀԱՎԵԼՎԱԾ 3. ԼՈՒՅՍԻ ԲԵՎԵՌԱՑՄԱՆ ՆԿԱՐԱԳՐՈՒԹՅՈՒՆԸ 213

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Օպտիկայի զարգացման ողջ ընթացքում, սկսած անտիկ շրջանից մինչև վերջին ժամանակները, բոլոր միջավայրերը համարվել են գծային՝ այստեղից բխող բոլոր հետևանքներով.

1. Միջավայրերի օպտիկական բնութագրերը՝ բեկման ցուցիչը և կլանման գործակիցը, կախված չեն լույսի ինտենսիվությունից:
2. Կիրառելի է լուսային դաշտերի վերադրման սկզբունքը:
3. Միջավայրով լույսի տարածման ընթացքում հաճախությունը երբեք չի փոխվում:
4. Միջավայրով տարածվող լուսային երկու փնջերը միմյանց հետ չեն փոխազդում, այնպես որ անհնար է լույսի միջոցով լույսի ղեկավարումը:

Իրավիճակն արմատապես փոխվեց XX դարի երկրորդ կեսում՝ պայմանավորված քվանտային գեներատորի (լազերի) ստեղծմամբ, որի աշխատանքի հիմքում ընկած էր Այնշթայնի կողմից հայտնագործված ստիպողական ճառագայթումը (1915թ.): 1939 թվականին Ֆաբրիկանտը ապացուցեց լույսի ուժեղացման հնարավորությունը ստիպողական ճառագայթման օգնությամբ: Միկրոալիքային տիրույթում առաջին քվանտային գեներատորները ստեղծվեցին 1954 թվականին Խորհրդային Միության Գիտությունների ակադեմիայի ֆիզիկայի ինստիտուտի տատանումների լաբորատորիայում՝ Ն. Բասովի, Ա. Պրոխորովի և միաժամանակ ԱՄՆ-ի Կոլումբիայի համալսարանում՝ Չ. Տաունսի կողմից (այդ հայտնագործության համար 1964 թ. Ն. Բասովը, Ա. Պրոխորովը և Չ. Տաունսը արժանացան Նոբելյան մրցանակի), իսկ 1960 թվականին ստեղծվեց առաջին օպտիկական քվանտային գեներատորը (լազերը) ռուբինի բյուրեղի վրա:

Այդ հայտնագործությունը հեղաշրջում առաջացրեց լույսի և միջավայրի փոխազդեցության ուսումնասիրման բնագավառում: Լազերների հայտնագործմամբ ստեղծվեց և բուռն զարգացում ապրեց ժամանակակից ֆոտոնիկայում լայնորեն կիրառվող ոչ գծային օպ-

տիկան: Դա երևույթների այն խումբն էր, որը պայմանավորված էր միջավայրի ֆիզիկական հատկությունները նկարագրող պարամետրերի՝ ընկնող լուսային դաշտի (կամ դաշտերի) լարվածությունից (կամ ինտենսիվություններից) ունեցած կախվածությամբ:

Նման մեծ հետաքրքրությունն օպտիկայի այս նորաստեղծ ուղղության նկատմամբ ուներ մի շարք պատճառներ.

- Չնակերպվեցին էլեկտրամագնիսական (լուսային) ալիքների տարածման օրենքները ոչ գծային միջավայրերում, որոնցում խախտվում էր վերադրման սկզբունքը:
- Ոչ գծային օպտիկան միանգամայն նոր հնարավորություններ ստեղծեց նյութերի վարքն արտաքին մեծ լարվածությամբ ալիքային դաշտերում ուսումնասիրելու համար: Այդպիսի դաշտերում հնարավոր էր դառնում հաճախության փոփոխությունը, ինչպես նաև միջավայրերի օպտիկական հաստատունների՝ լույսի ինտենսիվությունից կախվածության հնարավորությունը ճառագայթման տարածման ընթացքում: Դեռ ավելին, նման ոչ գծային միջավայրերում հատվող լուսային փնջերը կարող են փոխազդել, ինչը հնարավոր էր դարձնում լույսի ղեկավարումը լույսի միջոցով:
- Ոչ գծային օպտիկական երևույթներն առանձին ատոմների, մոլեկուլների, ինչպես նաև կոնդենսացված միջավայրերում նրանց փոխազդեցությունների մասին բացարձակապես նոր և այլ մեթոդների համար անմատչելի տեղեկության աղբյուր էին:

Արդարացի լինելու համար, սակայն, անպայմանորեն անհրաժեշտ է նշել, որ առաջին ոչ գծային օպտիկական երևույթը դիտվել էր դեռևս 1926 թվականին (Ս. Վավիլով, Վ. Լևշին): Դեռ ավելին, «ոչ գծային օպտիկա» տերմինը XX դարի քսանական թվականներին ներմուծվել է հենց Ս. Վավիլովի կողմից: Սա վկայությունն է առ այն, որ ոչ գծային օպտիկայի օրենքների մոտավոր բնույթի մասին պատկերացումներն առկա են եղել լազերների հայտնագործումից շատ ավելի վաղ: Հարկ է ընդգծել սակայն, որ անցումը եզակի երևույթնե-

րից առանձին, նոր գիտական ուղղության մեծավ մասամբ պայմանավորված էր հենց լազերների հայտնագործմամբ:

Ներկայումս ոչ գծային օպտիկան, բացի զուտ հիմնարար հետաքրքրությունից, ձեռք է բերել նաև լայն կիրառական նշանակություն: Նրա հիման վրա ստեղծված են հաճախության արդյունավետ փոխարկիչներ, լազերային ճառագայթման տարածական ու ժամանակային բնութագրերի կարգավորիչներ (աղապտիվ օպտիկական համակարգեր) և բազմաթիվ այլ կիրառական սարքավորումներ:

Հատկապես անհրաժեշտ է կարևորել ոչ գծային օպտիկական համակարգերի կիրառությունները տեղեկատվական տեխնոլոգիաների բնագավառներում:

Այս ձեռնարկի նպատակը ուսանողներին և երիտասարդ մասնագետներին օպտիկայի այդ համեմատաբար նոր ուղղության հետ ծանոթացնելն է:

Ձեռնարկի համար հիմք են ծառայել ԵՊՀ ֆիզիկայի ֆակուլտետի ուսանողներին՝ հեղինակի կողմից քսան տարուց ավելի կարդացվող դասախոսությունները:

Հեղինակն իր երախտագիտությունն է հայտնում ԵՊՀ ռադիոֆիզիկայի ֆակուլտետի դեկան, պրոֆ. Խ. Ներկարարյանին, ԵՊՀ ֆիզիկայի ֆակուլտետի դեկան, պրոֆ. Ռ. Հակոբյանին և օպտիկայի ամբիոնի ասիստենտ տ.գ.թ. Ա. Կիրակոսյանին ձեռնարկն ընթերցելու և արժեքավոր դիտողություններ անելու համար:

Ֆիզիկան կլիներ չանչրալի, իսկ կյանքը՝ միանգամայն անհնար, եթե շրջապատող բոլոր ֆիզիկական երևույթները լինեին գծային: Բարեբախտաբար մենք ապրում ենք ոչ գծային աշխարհում և, եթե գծայնացումը զարդարում է ֆիզիկան, ապա ոչ գծայնությունն այն դարչնում է գրավիչ:

ՅԵՆ. Ռ. ՇԵՆ

ՀԱՄԱՌՈՏ ՊԱՏՄԱԿԱՆ ԱԿՆԱՐԿ

Սեղմ ուսումնական ձեռնարկի սահմաններում անդրադառնալ բուռն զարգացում ապրող գիտական ուղղության պատմությանը գործնականում անհնար է: Սակայն պատմական տեսանկյունից հարցերի շարադրման անտեսումը նույնպես սխալ կլինի: Ուստի, չհավակնելով ամբողջական շարադրանքի, այստեղ կներկայացվի դասընթացում ներառված ոչ գծային օպտիկական երևույթների համառոտ պատմությունը:

Ընդգրկուն իմաստով՝ ոչ գծային օպտիկական երևույթների թվին են պատկանում բոլոր այն երևույթները, որոնք ներառում են լուսային ալիքների և ստատիկ էլեկտրական ու մագնիսական, ակուստիկական ալիքների փոխազդեությունը: Այսպիսի սահմանման դեպքում ոչ գծային օպտիկայի մաս պետք է կազմեն էլեկտրաօպտիկան, մագնիսաօպտիկան, ակուստաօպտիկան, լույսի ցրումները և այլն: Այդ հարցերի մի մասի շարադրումը, սակայն, դուրս է սույն ուսումնական ձեռնարկի նպատակային սահմաններից, ուստի կմնանք այն ձևակերպման սահմաններում, որն արտահայտված է ներածությունում:

Ոչ գծային օպտիկան ֆիզիկայի այն բաժինն է, որում ուսումնասիրվում է ուժեղ լուսային դաշտերում միջավայրի հատկությունների փոփոխությամբ պայմանավորված երևույթների բազմազանությունը:

Ոչ գծային օպտիկայի զարգացումը պայմանականորեն կարելի է բաժանել երկու փուլի՝ մինչլազերային և լազերային:

1. Մինչլազերային փուլ

Ոչ գծային օպտիկայի զարգացման մինչլազերային փուլը, հասկանալի պատճառներով, ներառում է խիստ սահմանափակ թվով երևույթներ:

Դրանցից առաջինը հայտնաբերվել է Ս. Վավիլովի և Վ. Լյովշինի կողմից (1926թ.): Չնայած ոչ լազերային աղբյուրների միջոցով ոչ գծային երևույթների իրականացման դժվարությանը՝ նրանց հաջողվել էր գրանցել ուրանային ապակու կլանման գործակցի ոչ մեծ փոփոխություն (1,5%) լույսի ինտենսիվության մեծացմանը զուգընթաց: Այս ոչ գծային հագեցման երևույթի առաջացումը պայմանավորված էր ստորին և վերին էներգիական մակարդակների (որոնց միջև տեղի են ունենում կլանմամբ և ճառագայթմամբ ուղեկցվող քվանտային անցումները) բնակեցվածության թվի հավասարեցմամբ և չէր պահանջվում լուսային աղբյուրի կոհերենտություն (հետագայում այս հարցին կանդրադառնանք քիչ ավելի մանրամասն):

Որպես ոչ գծային օպտիկական երևույթի մեկ այլ օրինակ անհրաժեշտ է անպայման ներառել նաև կոմբինացված (գրականությունում հիմնականում հայտնի է որպես ռամանյան) ցրումը, որը հայտնաբերվել էր 1928 թ. Գ. Լանդսբերգի ու Չ. Ռամանի կողմից:

1931 թվականին Մ. Գեպպերտ-Մայերի կողմից կանխատեսվել էր նաև երկֆոտոն կլանման երևույթը: Այն դիտվել է լազերների հայտնագործումից անմիջապես հետո՝ որպես ոչ գծային ֆլուորեսցենցիայի երևույթ:

Այս շարքում կարելի է նշել նաև օպտիկական խառնման էքսպերիմենտները (Գ. Գորելիկ, 1950թ.) և ֆոտոկաթոդի վրա սնդիկի զեմանյան դուբլետների խառնման փորձը (Ա. Ֆորրեստր, 1956թ.): Ըստ էության՝վերջինը ոչ գծային միջավայրում տարբերությունային հա-

ճախության գեներացիայի նորագույն փորձ էր: Նույն՝ 1956 թվականին, Բուկինգհեմը տեսականորեն նկարագրել էր Քերրի օպտիկական երևույթը (կամ ոչ գծային բեկման ցուցիչը), սակայն համապատասխան ինտենսիվությամբ լուսային աղբյուրների բացակայությունը այն ստուգելու հնարավորություն չէր ընձեռել:

Նշենք նաև, որ նման ոչ գծային օպտիկական երևույթների թվին կարող են դասվել նաև բազմաֆոտոն ֆոտոէֆեկտները (ներքին և արտաքին):

2. Լազերային փուլ

Լազերների հայտնագործմամբ արմատապես փոխվեց իրավիճակը դասական «գծային» օպտիկայում՝ պայմանավորված լուսային դաշտերի մեծ

$$E \sim 10^5 \div 10^6 \text{ Վ/սմ}$$

լարվածությամբ: Նման դաշտերն արդեն արհամարհելի փոքր չեն ներատոմական դաշտերի $E_a \sim 10^9$ Վ/սմ մեծության նկատմամբ: Սակայն անգամ նման դաշտերի դեպքում E / E_a հարաբերությունը դեռևս չափազանց փոքր է՝

$$\frac{E}{E_a} \sim 10^{-3} \div 10^{-4}$$

և ոչ գծային էֆեկտների կուտակման համար անհրաժեշտ են ոչ միայն միջավայրի մեծ երկարություններ, այլև փոխազդող ալիքների փուլային արագությունների հավասարություն (այլ կերպ՝ փուլային սինքրոնության պայմանի բավարարում): Այս հարցին առավել մանրամասն կանդրադառնանք §6.2-ում:

Երկրորդ հարմոնիկի գեներացիա (ԵՀԳ): 1960 թվականին, Մեյմանի (ԱՄՆ) կողմից առաջին ռուբինային լազերի ստեղծումից անմիջապես հետո, Միչիգանի համալսարանի պրոֆեսոր Պ. Ֆրանկենին հաջողվեց գրանցել ռուբինային լազերի երկրորդ հարմոնիկի

գեներացիան քվարցի անիզոտրոպ բյուրեղում (347 նմ): Սակայն, քանի որ ԵՀԳ դիտվել էր փուլային սինքրոնության բացակայության պայմաններում, փոխարկման գործակիցը բավականաչափ փոքր էր: 1962 թվականին Ջ. Ջորդմեյնն ապացուցեց երկրորդ հարմոնիկի գեներացիայի հնարավորությունը փուլային սինքրոնության պայմաններում՝ անիզոտրոպ բյուրեղների կիրառմամբ: Եթե առաջին փորձերում փոխարկման գործակիցը փոքր էր (10^{-8} կարգի), ապա 1963-1964թթ. այն հասնում էր ընկնող լազերային փնջի ինտենսիվության 10-20%-ին (Ռ. Տերհյուն (ԱՄՆ), Ս. Ախմանով (ԽՍՀՄ) և համահեղինակներ):

Այդ փորձերում ցույց տրվեց նաև լազերային փնջերի և հարթ ալիքային մոտավորության որակական տարբերությունը: Նշենք, որ հարթ ալիքային մոտավորությունը կանխատեսում էր 100%-անոց փոխակերպման հնարավորություն:

Երրորդ հարմոնիկի գեներացիա: Խորանարդային բյուրեղում երրորդ հարմոնիկի ուղիղ գեներացիան իրականացվել է Ռ. Տերհյունի և համահեղինակների կողմից 1963 թվականին: Երկու տարի անց 1965 թվականին Ս. Ախմանովի և Ռ. Խոխլովի կողմից իրականացվել է երրորդ հարմոնիկի կասկադային գեներացիան՝ քառակուսային ոչ գծայնությամբ բյուրեղներում: Յեռնիկեն և համահեղինակները 1966 թվականին ուսումնասիրել են տարբերությունային հաճախության գեներացիան նեողիումային լազերի ճառագայթման երկու գծերի միջև (հաճախային ինտերվալը ~ 100 սմ$^{-1}$):

Ոչ գծային ինքնազդեցություն: Ինքնազդեցությունը դրսևորվում է ոչ գծային միջավայրերի հիմնարար (ֆունդամենտալ) հաստատունների, ինչպիսիք են օրինակ դիէլեկտրիկական թափանցելիությունը, բեկման ցուցիչը և այլն, փոփոխությամբ արտաքին էլեկտրամագնիսական, ակուստիկական, ջերմային դաշտերի ազդեցությամբ: Խոսքն այստեղ վերաբերում է այնպիսի միջինացված (տատանման մեկ պարբերության ընթացքում) հավելումների (օրինակ՝ բեկման ցուցչին) առաջացմանը, որոնք համեմատական են ընկնող լույսի ինտենսիվությանը: Դա նշանակում է, որ այդ հավելումներն առաջանում են ոչ գծայնության խորանարդային կարգերում:

Ինքնազդեցության առաջին երևույթներից մեկը կանխատեսել է Գ. Ասկարյանը 1962 թվականին: Երևույթի էությունը լուսային (կամ ակուստիկական) ալիքի կողմից այնպիսի ուղու (կանալի) ստեղծումն է, որում բեկման ցուցիչը տարբերվում է հարևան տիրույթներից: Արդյունքում միջավայրն իրեն պահում է որպես մակածված ոսպնյակ, և փունջն ինքնաֆոկուսանում է: Դա ինքնահամաձայնեցված խնդիր էր, որն արմատապես տարբերվում էր և չուներ համարժեքը դասական օպտիկայում:

Ինքնազդեցության մեկ այլ դրսևորում էր Քերրի դասական երևույթի օպտիկական համարժեքը: Այն առաջին անգամ դիտվել է Ռ. Տերհյունի և մի քանի այլ աշխատանքներում 1964 թվականին:

Ոչ գծային սպեկտրոսկոպիա: Խորանարդային ոչ գծային օպտիկական երևույթների հայտնագործումը հզոր խթան էր նաև սպեկտրոսկոպիական նոր մեթոդների զարգացման համար: Սպեկտրոսկոպիայի զինանոցը հարստացավ այնպիսի նոր մեթոդներով, ինչպիսիք են ռամանյան և մանդելշտամ-բրիլյուենյան ցրումների ստիպողական տարբերակները, ռամանյան ցրման ակտիվ սպեկտրոսկոպիայի լայնութային և բևեռացումային տարբերակները, ֆոտոակուստիկական ռամանյան սպեկտրոսկոպիան և այլն: Այդ բոլոր մեթոդները լրացուցիչ, այլ մեթոդների համար անմատչելի, ինֆորմացիա ստանալու հնարավորություն էին ընձեռում:

Կառավարման համակարգեր: Ոչ գծային օպտիկայի երևույթների զգալի մասը, բացի զուտ գիտական հիմնարար հետաքրքրությունից, ձեռք են բերել նաև լայն կիրառական նշանակություն ֆոտոնիկայի բնագավառում: Թվարկենք այն ոչ գծային օպտիկական երևույթներից մի քանիսը, որոնք ներկայումս լայնորեն կիրառվում են ինֆորմացիայի գրանցման, կառավարման և հաղորդման ժամանակակից սարքերում.

- օպտիկական բիստաբիլություն,
- օպտիկական փուլային համալուծություն,
- ոչ գծային ֆոտոէլեկտրական երևույթներ,
- բազմաֆոտոն տեխնիկա:

Հետաքրքրությունն այս երևույթների նկատմամբ պայմանավորված է առաջին հերթին զուտ օպտիկական տրամաբանական տար-

րերի ստեղծման հնարավորությամբ: Մասնավորապես, օպտիկական բիստաբիլությունը պասիվ, չգրգռված համակարգերում (նատրիումի գոլորշիներ) առաջին անգամ դիտվել է 1974 թվականին և հետագայում կրկնվել բազմաթիվ այլ համակարգերում՝ ներառյալ մանրաթելային կիսահաղորդչային նմուշներում: Ներկայումս աշխատանքներ են տարվում այդ տարրերի օպտիմալացման՝ չափերի փոքրացման, փոխանջատումների ժամանակների փոքրացման, լուսային հոսքերի հզորացման ուղղությամբ: Ուսումնասիրություններն իրականացվում են թե՛ ոչ գծային նյութերի կատարելագործման, թե՛ կիրառվող երևույթների սպեկտրի ընդարձակման ուղղություններով:

Արժանահիշատակ է նաև ալիքային ճակատի շրջման երևույթը, որը դրսևորվում է ստիպողական ցրումների ժամանակ: Այդ երևույթն առաջին անգամ դիտվել է Մանդելշտամ-Բրիլյուենյան ստիպողական ցրման ժամանակ (Վ. Դմիտրին, Ֆ. Ֆայզուլով և այլք): Երևույթի էությունը հետևյալն էր՝ Մանդելշտամ-Բրիլյուենյան ստիպողական ցրման ժամանակ գեներվում էր անդրադարձված ալիք՝ շրջված (կամ կոմպլեքս համալուծ, 1977 թ.) ալիքային ճակատով: Ակնհայտ էր այս երևույթի կիրառական լայն հնարավորությունները աղավաղող միջավայրով (այդ թվում նաև ֆլուկտուացվող մթնոլորտով) անցնող պատկերների և ազդանշանների վերականգնման ասպարեզում:

Ամփոփենք այս համառոտ ակնարկը: Վստահորեն կարելի է պնդել, որ ներկայումս ոչ գծային օպտիկան ոչ միայն դասական ֆիզիկական օպտիկայի բաղադրիչներից մեկն է, այլ այն վեր է ածվել առանձին մի ուղղության, որը միավորում է մեկ ամբողջության մեջ ճառագայթման կոհերենտ հատկությունները և միջավայրի ոչ գծայնությունը: Ոչ գծային օպտիկայի տեսական հետազոտություններում օգտագործվում են այնպիսի մաթեմատիկական մեթոդներ, որոնք լայնորեն օգտագործվում են ոչ գծային ալիքային պրոցեսների ուսումնասիրման ժամանակ:

Մյուս կողմից, ոչ գծային խնդիրների ուսումնասիրման նպատակով ստեղծվել են այնպիսի մեթոդներ, որոնք հետագայում լայնորեն կիրառվել են հենց ոչ գծային ալիքային խնդիրներում:

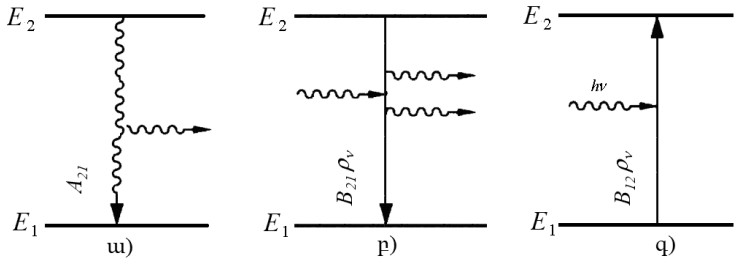
ՄԱՍ I
ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՆԿԱՐԱԳՐՈՒԹՅՈՒՆ

ԹԵՄԱ 1. ՈՉ ԿՈՀԵՐԵՆՏ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐ

§1.1. Կլանման հագեցում

Մի շարք դեպքերում ոչ կոհերենտ ոչ գծային օպտիկական երևույթները նպատակահարմար է քննարկել ճառագայթման Այնշթայնյան տեսության սահմաններում:

Ենթադրենք ν հաճախությամբ լույսը ($h\nu = E_2 - E_1$) տարածվում է E_1 և E_2 էներգիաներ ունեցող երկմակարդակ և միմյանց հետ չփոխազդող ատոմներից բաղկացած միջավայրով: Ատոմների կոնցենտրացիան (միավոր ծավալում ատոմների թիվը) նշանակենք n-ով, իսկ $n_{1,2}$-ով՝ միավոր ծավալում ատոմների թիվը $E_{1,2}$ էներգիական մակարդակներում համապատասխանաբար: Ընդունված է նաև $n_{1,2}$-ին անվանել բնակեցվածություն: Լույսի հետ փոխազդեցությամբ պայմանավորված՝ $n_{1,2}$ բնակեցվածության թվերի փոփոխությունն իրականանում է հետևյալ ֆիզիկական պրոցեսների արդյունքում (Նկ. 1.1)՝



Նկ. 1.1. Երկմակարդակ ատոմի և ճառագայթման դաշտի փոխազդեցության սխեմատիկ պատկերը:

1. Ինքնական անցումը մեծ էներգիայով մակարդակից փոքրին ($E_2 \to E_1$) կոչվում է սպոնտան (Նկ. 1ա): Ակնհայտ է, որ dt ժամանակամիջոցում $2 \to 1$ անցումների թիվը համեմատական կլինի E_2 վիճակում գտնվող ատոմների n_2 թվի և dt ժամակահատվածի արտադրյալին: Հետևաբար, dt ժամանակամիջոցում $2 \to 1$ անցումների թիվը կլինի

$$dZ = dn_1 = A_{21} n_2 dt : \qquad (1.1)$$

A_{21} համեմատականության գործակիցը նկարագրում է առանձին վերցրած ատոմում $2 \to 1$ սպոնտան անցման հավանականությունը միավոր ժամանակում: Քանի որ առանձին ատոմները ճառագայթում են մեկը մյուսից անկախ, սպոնտան ճառագայթումը կոհերենտ չէ: Որոշենք գրգռված մակարդակում գտնվող ատոմի կյանքի միջին տևողությունը:

Դրա համար նկատենք, որ $t, t+dt$ ժամանակահատվածում 2 մակարդակը լքող ատոմների քանակը՝ $A_{21} n_2 dt$ -ն, այն ատոմների թիվն է, որոնք t ժամանակահատվածի ընթացքում գտնվել են վերին էներգիական մակարդակում: Ուստին, գրգռված էներգիական մակարդակում գտնվող ատոմի կյանքի միջին տևողությունը հավասար կլինի

$$\tau = \frac{1}{n_{20}} \int_0^\infty t A_{21} n_2 dt : \qquad (1.1ա)$$

Հաշվի առնելով, որ $dn_2 = -dn_1$ և ինտեգրելով (1.1) հավասարումը, կարող ենք գրել՝

$$n_2(t) = n_{20} e^{-A_{21} t} : \qquad (1.1բ)$$

Այստեղ n_{20} -ն ատոմների կոնցենտրացիան է 2 մակարդակում ժամանակի սկզբնական պահին: (1.1ա) արտահայտությունը (1.1բ)-ի մեջ տեղադրելուց և ինտեգրելուց հետո ստանում ենք

$$\tau = A_{21}\int_0^{\infty} te^{-A_{21}t}dt = \frac{1}{A_{21}}:$$

Ընդգծենք, այս քննարկման ընթացքում հաշվի չի առնվում ատոմի կրկնակի գրգռումը սպոնտան ճառագայթված ֆոտոնների հետ փոխազդեցության արդյունքում, քանի որ ատոմների խտությունը ենթադրվում է բավականաչափ փոքր:

2. Արտաքին դաշտի ազդեցությամբ իրականացվող $2 \to 1$ անցումներն ընդունված է անվանել մականված կամ ստիպողական (Նկ. 1բ): Նման պրոցեսի արդյունքում առաջացած ճառագայթումն ունի նույն հաճախությունը, տարածման ուղղությունը և բևեռացումը, ինչ-որ ստիպող արտաքին ճառագայթումը: Ստիպող ճառագայթման և արձակված ֆոտոնների փուլերի կոշտ կապվածությամբ պայմանավորված՝ ստիպողական ճառագայթումը կոհերենտ է:

Հետևելով Այնշթայնին՝ ներմուծենք ստիպողական անցման հավանականությունը՝

$$W_{21} = B_{21}\rho_\nu :$$

Այստեղ ρ_ν-ն ճառագայթման էներգիայի սպեկտրալ խտությունն է (էներգիայի խտությունը $\nu, \nu + d\nu$ հաճախականային ինտերվալում սահմանվում է հետևյալ արտահայտությամբ՝ $\rho = \rho_\nu d\nu$): Համապատասխանաբար, անցումների թիվը dt ժամանակում կլինի

$$dZ' = dn_1' = B_{21}\rho_\nu n_2 dt : \qquad (1.1գ)$$

3. Համանման կարելի է սահմանել նաև ատոմի կողմից ֆոտոնի կլանման հավանականությունը (Նկ. 1գ)՝

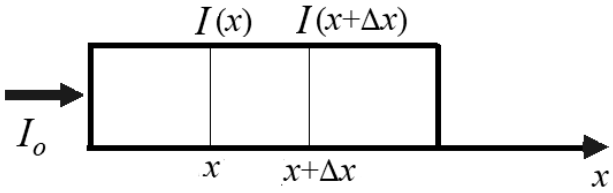
$$W_{12} = B_{12}\rho_\nu$$

և $1 \to 2$ անցումների թիվը dt ժամանակում՝

$$dZ'' = -dn_1'' = B_{12}\rho_\nu n_1 dt \ : \qquad (1.1դ)$$

Այս երեք պրոցեսների արդյունքում է հենց փոփոխվում միջավայրով տարածվող լուսային փնջի էներգիան: Նկատենք, ջերմային

ճառագայթման հավասարակշիռ լինելու պայմանից կարելի է ապացուցել, որ այլասերման բացակայության դեպքում $B_{12} = B_{21}$:



Նկ. 1.2. I_o ինտենսիվությամբ հարթ զուգահեռ փնջի տարածումը կլանող միջավայրով (երկմակարդակ, չփոխազդող ատոմներից բաղկացած համակարգ):

Այժմ դիտարկենք I_o ինտենսիվությամբ հարթ զուգահեռ լուսային փնջի տարածումը երկմակարդակ, չփոխազդող ատոմներից բաղկացած համակարգի միջով և գտնենք էներգիայի փոփոխությունը (Նկ. 1.2): Նշանակենք նմուշի լայնական հատույթի մակերեսը S-ով: Δx հաստությամբ շերտն անցնելուց հետո լուսային փնջի էներգիայի փոփոխությունը կլինի

$$\Delta E = \left\{ I(x+\Delta x) - I(x) \right\} S dt :$$

Մյուս կողմից, էներգիայի այս փոփոխությունը կարելի է ներկայացնել որպես վերը ներկայացված սպոնտան և ստիպողական անցումների արդյունք՝

$$\Delta E = h\nu \left(N_2 A_{21} + B_{21}\rho_\nu N_2 - B_{12}\rho_\nu N_1 \right) dt :$$

Այստեղ $N_{1,2}$-ը $S\Delta x$ ծավալում ատոմների թիվն է, համապատասխանաբար, 1 և 2 մակարդակներում: Հաշվի առնելով, որ $N_{1,2}/S\Delta x = n_{1,2}$ ատոմների խտությունն է տվյալ միջավայրում, կարող ենք գրել

$$\frac{I(x+\Delta x) - I(x)}{\Delta x} = h\nu (n_2 A_{21} + B_{21}\rho_\nu n_2 - B_{12}\rho_\nu n_1) :$$

Վերջապես, անցնելով սահմանի, երբ $\Delta x \to 0$, ստանում ենք

$$\frac{dI(x)}{dx} = h\nu \left\{ n_2 A_{21} + B_{21} \frac{I(x)}{c} n_2 - B_{12} \frac{I(x)}{c} n_1 \right\}: \qquad (1.2)$$

Այստեղ հաշվի է առնված նաև $I = c\rho_\nu$ կապը: Փոքր ինտենսիվությունների դեպքում սպոնտան ճառագայթված ֆոտոնները ((1.2) հավասարման $n_2 A_{21}$ գումարելիին) կարելի է հաշվի չառնել, քանի որ դրանց շատ չնչին մասն է ուղղված լույսի տարածման ուղղությամբ, ինչպես նաև երկրորդ մակարդակի բնակեցվածության թվի փոքր լինելու պատճառով (Բոլցմանի բաշխմամբ պայմանավորված): Այդ դեպքում (1.2)-ից ստանում ենք

$$-dI = \hbar\omega \frac{IB}{c}(n_1 - n_2)dx: \qquad (1.3)$$

(1.3) հավասարման լուծումը կլինի

$$I(x) = I_0 \exp(-\alpha \cdot x): \qquad (1.4)$$

Այստեղ համառոտության համար ներմուծված է

$$\alpha = \frac{\hbar\omega B}{\mathrm{c}}(\mathrm{n}_1 - n_2) \qquad (1.5)$$

նշանակումը: Այդ մեծության ընդունված է անվանել կլանման գործակից, իսկ (1.4) օրենքը՝ Բուգեր-Լամբերտ-Բերի օրենք: Այն նկարագրում է ինտենսիվության փոփոխման արագությունը միջավայրով տարածման ընթացքում:

Մեծ ինտենսիվությունների դեպքում նույնպես (1.2) հավասարումը և $n_1 + n_2 = n$ պայմանը հնարավորություն են ընձեռում որոշել $n_{1,2}$ բնակեցվածությունները՝ արտահայտված միավոր ծավալում ատոմների n թվով: Լուծենք այդ համակարգը ստացիոնար վիճակի համար ($(dn_1/dt) = (dn_2/dt) = 0$): Համապատասխան լուծումներն ունեն հետևյալ տեսքը՝

$$n_1 = \frac{A + IB/c}{A + 2IB/c} n, \qquad (1.6ա)$$

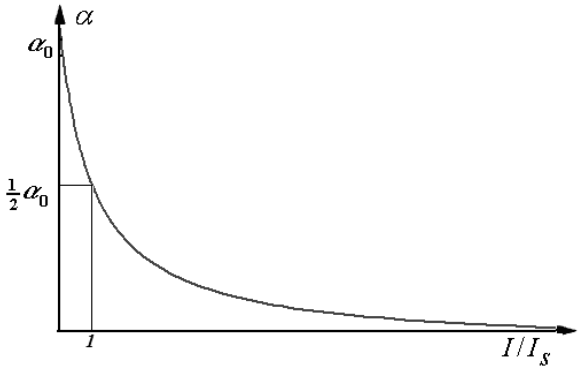
$$n_2 = \frac{IB/c}{A + 2IB/c} n: \qquad (1.6բ)$$

Այդ դեպքում միավոր ծավալում կլանված ինտենսիվությունը և կլանման գործակիցն արտահայտված բնակեցվածությունների $n_1 - n_2 = nA/(A+2IB/c)$ տարբերությամբ ունեն հետևյալ տեսքը՝

$$I_{\text{կլ}}(I) = \alpha(I)I\,, \tag{1.7ա}$$

$$\alpha(I) = \frac{\alpha_0}{1+I/I_s}: \tag{1.7բ}$$

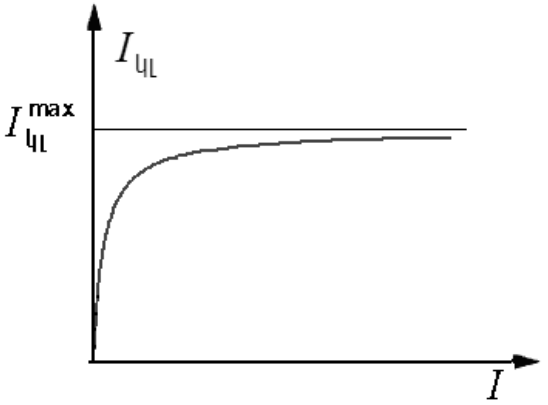
Այստեղ $\alpha_0 = \hbar\omega Bn/c$, իսկ $I_s = Ac/2B$: Ինչպես երևում է (1.7բ) արտահայտությունից, մեծ ինտենսիվությունների դեպքում կլանման գործակիցը դադարում է միջավայրը նկարագրող հաստատուն մեծություն լինել: I_s-մեծությունը կոչվում է հագեցման ինտենսիվություն, իսկ I/I_s մեծությունը՝ հագեցման պարամետր: Այդ դեպքում, հագեցման I_s ինտենսիվությունը կհամապատասխանի կլանման գործակցի երկու անգամ նվազմանը:



Նկ. 1.3. Կլանման α գործակցի կախվածությունը հագեցման I/I_s պարամետրից:

Ինչպես հետևում է (1.6ա) և (1.6բ) արտահայտություններից, հագեցման I/I_s պարամետրի փոքր արժեքների դեպքում ($I/I_s << 1$) համարյա բոլոր ատոմները գտնվում են ստորին E_1 էներգիական

մակարդակում ($n_1 \approx n, n_2 \approx 0$), և կլանման գործակիցը կախված չէ ինտենսիվությունից ու հավասար է $\alpha_0 = \hbar\omega BN/c$: Ինտենսիվության աճին զուգընթաց E_1 և E_2 մակարդակների բնակեցվածությունները հավասարվում են և $I/I_s \to \infty$ դեպքում $n_{1,2} \approx n/2$, իսկ կլանման գործակիցը՝ $\alpha \to 0$: Այս կախվածությունը ներկայացված է Նկ. 1.3-ում: Նկարագրված երևույթը կոչվում է **կլանման հագեցման** կամ **միջավայրի թափանցիկացման** երևույթ: Այն հետևանք է երկու մակարդակների բնակեցվածությունների հավասարեցման: Ընկնող լույսի մեծ ինտենսիվությունների դեպքում ստիպողական անցումների հավանականությունը կարող է մոտենալ սպոնտան անցումների հավանականությանը, որոնց միջոցով ատոմներն ազատվում են իրենց ավելցուկային էներգիայից: Սա նշանակում է հետևյալը՝ կլանված $I_{\text{կլ}}$ ինտենսիվությունը $I/I_s << 1$ դեպքում նախ գծայնորեն աճում է ինտենսիվության աճին զուգընթաց, այնուհետև այդ աճը դանդաղում է և, ի վերջո, հասնում վերջավոր



Նկ. 1.4. Կլանված ինտենսիվության կախվածությունը ընկնողից:

$$I_{\text{կլ}}^{\max} = \alpha_0 I_s = \frac{1}{2}\hbar\omega \cdot An = \frac{\hbar\omega n}{2\tau} \qquad (1.8)$$

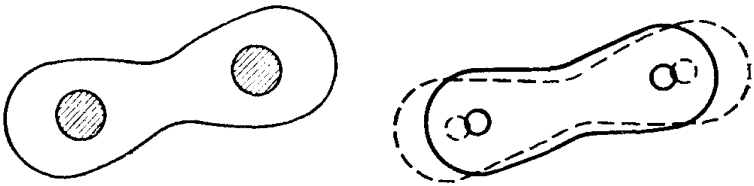
արժեքի (տես Նկ. 1.4): Այդ արժեքի մեծությունը որոշվում է ռելաքսացիայի τ ժամանակով (այսինքն՝ ատոմների կողմից ավելցուկային էներգիան շրջապատին հաղորդելու արագությամբ): Ընկնող լույսից միջավայրը կլանում է այնքան էներգիա, որքան կարող են սպոնտան ճառագայթել գրգռված ատոմները: Մեծ ինտենսիվությունների դեպքում միջավայրի թափանցիկացման այս երևույթը լայնորեն կիրառվում է լազերային տեխնիկայում: Այն օգտագործվում է օպտիկական ռեզոնատորների բարորակության մոդուլյացիայի համար՝ հզոր գերկարճ լազերային իմպուլսների գեներման նպատակով: Ոչ գծային կլանմամբ բջիջը տեղակայվում է ռեզոնատորի հայելիների միջև և գործում որպես ավտոմատ օպտիկական փական, որը բացվում է հզոր լուսային իմպուլսի ազդեցությամբ: Նման փականների գլխավոր բնութագիրը փոքր իներցիոնություն է, որի հետևանքով այն շատ արագ նորից դառնում է անթափանց թույլ լույսի համար:

§1.2. Ռամանյան (կոմբինացված) ցրում

1928 թվականին Չ. Ռամանը և Ռ. Կրիշնանը գազերում ու հեղուկներում լույսի ցրման ուսումնասիրման ժամանակ հայտնաբերեցին, որ ընկնող լույսի ինտենսիվության շատ փոքր մասը (10^{-6}-10^{-8}) միջավայրից դուրս է գալիս զգալիորեն շեղված հաճախությամբ (մի քանի հարյուր անգստրեմի կարգի): Միաժամանակ Գ. Լանդսբերգը և Լ. Մանդելշտամը նման երևույթ դիտել էին բյուրեղներում: Նշված երևույթն ամբողջականորեն հնարավոր է մեկնաբանել քվանտային մեխանիկայի օգնությամբ, սակայն հիմնական առանձնահատկությունների քննարկումը կարելի է սահմանափակել դասական նկարագրությամբ:

Ռամանյան ցրումը մոլեկուլը կազմող ատոմների միջուկների և նրանց շրջապատող էլեկտրոնային ամպի միջև առկա փոխազդեցության հետևանք է: Ասվածը նշանակում է հետևյալը՝ արտաքին լուսային դաշտի էլեկտրական բաղադրիչի ազդեցությամբ էլեկտրո-

նային ամպի դեֆորմացիան անմիջականորեն կախված է միջուկների տվյալ պահի կոնֆիգուրացիայից: Միջուկների տատանման (կամ այլ տիպի պարբերական շարժումների, օրինակ՝ պտույտի) դեպքում էլեկտրոնային ամպի դեֆորմացման ունակությունը փոփոխվում է միջուկների տատանման հաճախությամբ: Համանման ձևով, էլեկտրոնային ամպի դեֆորմացման հետևանքով կարող են առաջանալ նաև մոլեկուլի կմախքի տատանումներ (տես Նկ. 1.5):



ա) չփպտանվող ***բ) փպտանվող***

Նկ. 1.5. Էլեկտրոնային ամպով շրջապատված միջուկներից բաղկացած մոլեկուլների համակարգ:

Այսպիսի մեկնաբանության դեպքում ռամանյան ցրման երևույթը կարելի է դիտարկել որպես մոլեկուլների կմախքի տատանման հետևանքով միջավայրում լուսային դաշտի ազդեցությամբ մակածված դիպոլային մոմենտի մոդուլում: Մանրամասնենք ասվածը: Ենթադրենք մոլեկուլի վրա ընկնում է մոնոքրոմատիկ լուսային ալիք՝

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos\left(\omega_L t\right): \tag{1.9}$$

Այս դաշտի կողմից մոլեկուլում մակածված դիպոլային մոմենտը կլինի

$$\vec{P} = \alpha \vec{E}: \tag{1.10}$$

α մեծությունը կոչվում է մոլեկուլի բևեռացվելիություն: Համաձայն վերևում բերված մեկնաբանության՝ մոլեկուլի բևեռացվելու ունակությունը կախված է կմախք կազմող միջուկների միջև ժամանակի տվյալ պահին եղած հեռավորությունից: Նշանակենք այդ հեռա-

վորությունը q-ով: Այդ դեպքում մոլեկուլի α բևեռացվելիությունը կարելի է գրել $\alpha(q)$ տեսքով: Սահմանափակվենք փոքր տատանումների դեպքով և վերածենք այն շարքի $q=0$ հավասարակշռության վիճակի շուրջ (Պլաչեկի մոտեցում)՝

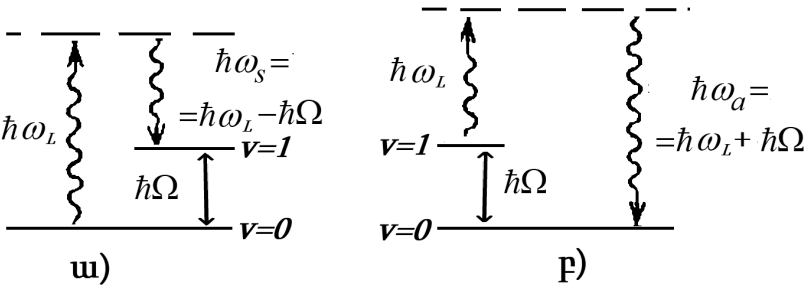
$$\alpha(q)=\alpha_0+\left(\frac{\partial\alpha}{\partial q}\right)_0 q+\ldots: \tag{1.11}$$

Ներկայացնենք միջուկների տատանումը $q=q_0\cos(\Omega t)$ տեսքով և (1.9), (1.11) արտահայտությունները տեղադրենք (1.10) հավասարման մեջ, կստանանք

$$\begin{aligned}\vec{P}(t)&=\left\{\alpha_0+\left(\frac{\partial\alpha}{\partial q}\right)_0 q_0\cos(\Omega t)\right\}\vec{E}_0\cos(\omega_L t)=\\ &=\alpha_0\vec{E}_0\cos(\omega_L t)+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial q}\right)_0\vec{E}_0 q_0\cos\{(\omega_L-\Omega)t\}+\\ &+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial q}\right)_0\vec{E}_0 q_0\cos\{(\omega_L+\Omega)t\}:\end{aligned} \tag{1.12}$$

Ինչպես երևում է (1.12)-ից, մակածված դիպոլային մոմենտի մոդուլման արդյունքում ցրված լույսի սպեկտրում հայտնվում են $\omega_L-\Omega$ և $\omega_L+\Omega$ հաճախությամբ բաղադրիչներ, այսինքն՝ տեղի ունի հաճախության շեղմամբ ցրման պրոցես: Ցածր՝ $\omega_L-\Omega$, հաճախությամբ բաղադրիչին անվանում են ստոքսյան, իսկ բարձր՝ $\omega_L+\Omega$-ին՝ անտիստոքսյան: Նշված երկու տիպի անցումները սխեմատիկորեն պատկերված են Նկ. 1.6-ում: Ստոքսյան ցրման ժամանակ մոլեկուլը գտնվում է հիմնական $(v=0)$ տատանողական (պլտտական, էլեկտրոնային) վիճակում: ω_L հաճախությամբ ընկնող ֆոտոնը կլանվում է և, միաժամանակ, վերաճառագայթվում է ստոքսյան $(\omega_s=\omega_L-\Omega)$

հաճախությամբ ֆոտոն: Էներգիայի պահպանման օրենքի համաձայն մոլեկուլն անցնում է գրգռված $(\mathrm{v}=1)$ վիճակի (տես Նկ. 1.6ա):

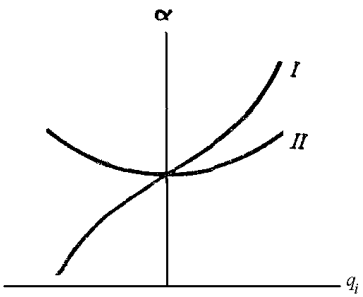


Նկ. 1.6. Սպոնքսյան և անտիսպոնքսյան ցրումները:

Ընդհակառակը, գրգռված վիճակում գտնվող մոլեկուլը, կլանելով ω_L հաճախությամբ ընկնող ֆոտոն, վերաճառագայթում է անտիստոքսյան $\left(\omega_a = \omega_L + \Omega\right)$ հաճախության ֆոտոն (տես Նկ. 1.6բ): Քանի որ գրգռված վիճակում գտնվող մոլեկուլների քանակը, Բոլցմանի բաշխման համաձայն, զգալիորեն փոքր է, համապատասխանաբար, անտիստոքսյան ազդանշանը թույլ է $\exp(-\hbar\Omega / KT)$ գործակցով: Այստեղ T-ն բացարձակ ջերմաստիճանն է, K-ն՝ Բոլցմանի հաստատունը:

Իհարկե, բացի հիմնականից, սպեկտրում առկա են նաև ավելի բարձր՝ $\omega_L \pm n \cdot \Omega$, կարգի բաղադրիչներ, սակայն նրանց գոյությանը չենք անդրադառնա բավականաչափ թույլ լինելու պատճառով:

Համաձայն (1.12)-ի՝ Ռամանի երևույթը համեմատական է $\left(\partial\alpha/\partial q\right)_0$ մեծությանը: Հետևաբար, եթե բևեռացվելիության կախվածությունը տատանողական կոորդինատից ունի Նկ. 1.7-ի **I** կորի տեսքը, ապա նման միջավայրում հնարավոր է դիտել Ռամանի երևույթը, հակառակ դեպքում (**II** կոր)՝առաջին կարգի երևույթն արգելված է և (1.12)-ում հարկ է հաշվի առնել վերլուծության հաջորդ անդամները ևս:



Նկ. 1.7. Բևեռացվելիությունը որպես տատանողական կոորդինատի ֆունկցիա (սխեմատիկ):

Ընդգծենք հետագայի համար չափազանց կարևոր մի հանգամանք: Ինչպես նշվել է, $\left(\partial\alpha/\partial q\right)_0$ անդամը նկարագրում է միջավայրում լույսի ազդեցությամբ մակածված բևեռացման մողուլումը մոլեկուլային տատանումների (կամ այլ տիպի պարբերական շարժումների) կողմից: Եթե q-ն պայմանավորված է ջերմային տատանումներով, ապա (1.12)-ը նկարագրում է սպոնտան ռամանյան ցրումը: Միաժամանակ $\alpha(q)$ կախվածությունը պայմանավորում է լույսի հետադարձ ազդեցությունը մոլեկուլային տատանումների վրա: Իսկապես, լուսային դաշտի և մոլեկուլի փոխազդեցության էներգիան ներկայացվում է

$$U = -\vec{P}\vec{E} = -\alpha(q)E^2 \tag{1.13}$$

տեսքով և, հետևաբար, $\left(\partial\alpha/\partial q\right) \neq 0$ դեպքում դրսևորվում է մոլեկուլային տատանումների վրա ազդող

$$F = -\frac{\partial U}{\partial q} = -\left(\frac{\partial\alpha}{\partial q}\right)E^2 \tag{1.14}$$

ուժը: Համաձայն (1.14) արտահայտության՝ եթե դաշտը պարունակի ω_1 և ω_2 հաճախությամբ բաղադրիչներ, որոնց տարբերությունը մոտ է մոլեկուլային տատանման հաճախությանը $\left(\omega_1 - \omega_2 \sim \Omega\right)$, ապա հնարավոր է մոլեկուլային տատանման ռեզոնանսային ուժեղացման

երևույթը: Նման պայմաններում քառսային ջերմային տատանումներին ավելանում է ստիպողական բաղադրիչը, որոնց փուլերը տարբեր մոլեկուլներում պայմանավորված են արտաքին դաշտի փուլով, այսինքն՝ իրականացվում է տարբեր մոլեկուլների տատանումների համափուլացում: Դա, այսպես կոչված, ստիպողական ռամանյան ցրման երևույթն է, որին կանդրադառնանք հետագայում (Թեմա 11):

§1.3. Բազմաֆոտոն կլանում և ոչ գծային ֆոտոէֆեկտ

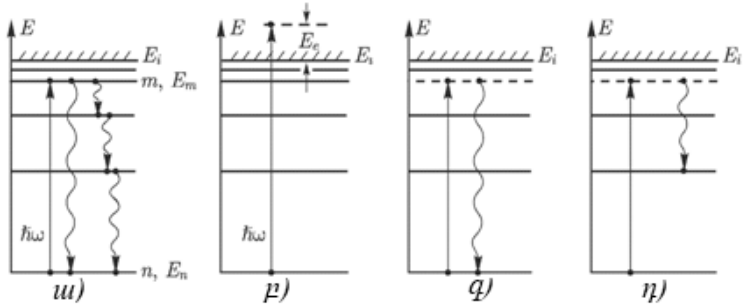
Փոքր ինտենսիվությամբ լազերային ճառագայթման և միջավայրի փոխազդեցությունը հանգում է հետևյալ չորս պրոցեսներին (տես Նկ. 1.8ա, բ, գ, դ).

ա) ատոմի միաֆոտոն կլանում (տես Նկ. 1.8ա)

բ) ատոմի միաֆոտոն իոնացում (տես Նկ. 1.8բ)

գ) ատոմում առաձգական (ռելեյան) ցրում (տես Նկ. 1.8գ)

դ) ատոմում ոչ առաձգական (կոմբինացված կամ ռամանյան) ցրում (տես Նկ. 1.8դ):



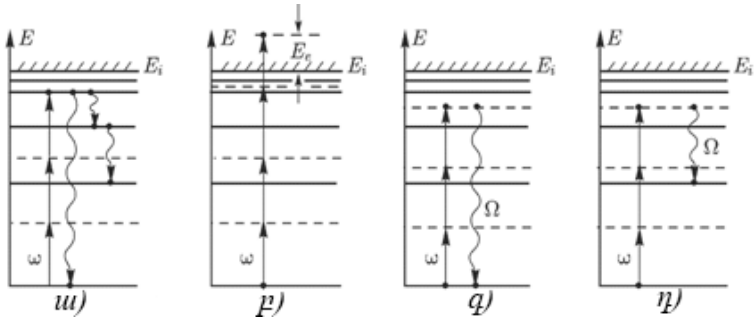
Նկ. 1.8. Միաֆոտոն պրոցեսների սխեմաները: E_e-ն ազատ էլեկտրոնի կինետիկ էներգիան է, E_i-ն՝ իոնացման: Ընդհատ գծերը համապատասխանում են ատոմում էլեկտրոնի վիրտուալ մակարդակներին:

Բոլոր այս պրոցեսների ընդհանրությունն այն է, որ փոխազդեցության արդյունքում ատոմական էլեկտրոնը կլանում է ճառագայթման մեկ ֆոտոն (նման պրոցեսները կոչվում են միաֆոտոն):

Այլ է իրավիճակը մեծ ինտենսիվությունների դեպքում: Եթե, ինչպես նշվեց նախորդ պարագրաֆում, մեծ ինտենսիվությունների դեպքում անթափանց (միաֆոտոն կլանմամբ) միջավայրը թափանցիկանում էր (կլանման հագեցման երևույթ), ապա այլ է իրավիճակը օպտիկապես թափանցիկ միջավայրերի դեպքում (տես Նկ. 1.9): Թույլ ինտենսիվությունների համար թափանցիկ միջավայրը բավականաչափ ուժեղ լազերային դաշտերում կարող է կլանել բազմաֆոտոն պրոցեսների արդյունքում, օրինակ, $\hbar\omega_1 + \hbar\omega_2 = E_m - E_n$, մասնավորապես,

$$\omega_1 = \omega_2 = (\mathrm{E}_m - E_n)/(2\hbar):$$

Նման պրոցեսը ընդունված է անվանել երկֆոտոն կլանում:



Նկ. 1.9. Բազմաֆոտոն պրոցեսների սխեմաները.
ա) ատոմի բազմաֆոտոն կլանում, բ) ատոմի բազմաֆոտոն իոնացում, գ) բազմաֆոտոն ռեզեյան ցրումն ատոմում, դ) բազմաֆոտոն ռամանյան ցրումն ատոմում: Ընդհատ գծերը համապատասխանում են ատոմում էլեկտրոնի վիրտուալ մակարդակներին:

Հնարավոր է նաև երեք ու ավելի ֆոտոնների միաժամանակյա կլանում: Բազմաֆոտոն կլանման այս երևույթը լայնորեն կիրառվում է ոչ գծային լազերային սպեկտրոսկոպիայում և հնարավորություն է ընձեռում ինֆորմացիա ստանալ քվանտային համակարգերի այն-

պիսի էներգիական մակարդակների մասին, որոնք անմատչելի են դասական սպեկտրոսկոպիայի այլ մեթոդների համար՝ քվանտային ջոկման կանոններով արգելված լինելու պատճառով:

Ոչ գծային կլանման երևույթների թվին է պատկանում նաև բազմաֆոտոն ֆոտոէֆեկտը: Ֆոկուսացված լազերային փնջերում էներգիայի խտության այնպիսի արժեքներ են հասանելի լինում, որ դիտվում են 7-8 ֆոտոնների միաժամանակյա կլանմամբ երևույթներ: Արդյունքում հնարավոր է լինում ատոմների ֆոտոիոնացումը փոքր հաճախությամբ լազերային լույսով: Այսինքն՝ ինտենսիվ լազերային փնջերում գործնականում վերանում է առանձին ատոմի ֆոտոէֆեկտի (այդ թվում նաև սովորական ֆոտոէֆեկտի) կարմիր սահմանի հասկացությունը: Այսպես օրինակ՝ համաձայն ֆոտոէֆեկտի համար Այնշթայնի բանաձևի՝

$$\hbar\omega = A + eU : \qquad (1.15)$$

Այստեղ ω-ն ընկնող լույսի հաճախությունն է, $A = \hbar\omega_0$-ն՝ տվյալ մետաղի ելքի աշխատանքը, իսկ U-ն՝ էլեկտրոնների վրա լարումը: Այստեղից ֆոտոէֆեկտի կարմիր սահմանի (ω_0) համար կարելի է գրել

$$\omega_0 \le \omega : \qquad (1.16)$$

Բազմաֆոտոն ֆոտոէֆեկտի դեպքում (1.15) արտահայտությունը կարելի է ձևափոխել հետևյալ կերպ՝

$$n\hbar\omega = \hbar\omega_0 + eU : \qquad (1.17)$$

Այստեղ n-ը պրոցեսին մասնակցող ֆոտոնների թիվն է: Ինչպես երևում է (1.17) արտահայտությունից

$$\frac{\omega_0}{n} \le \omega ,$$

այսինքն՝ համապատասխան անգամ փոքրանում է ֆոտոէֆեկտի կարմիր սահմանը:

§1.4. Ամփոփում

Քննարկված ոչ գծային օպտիկական երևույթները պատկանում են, այսպես կոչված ոչ կոհերենտ երևույթների թվին, քանի որ միջավայրի տարբեր տեղամասերում նրանք ընթանում են միմյանցից անկախ, այսինքն՝ պայմանավորված չեն ոչ գծային գրգիռի կետից կետ կուտակմամբ: Այս դեպքում լազերային ճառագայթման տարածական կոհերենտությունը դեր չի խաղում և կարևոր է միայն նրա մեծ հզորությունը:

Առավել ընդգծված, սակայն ոչ գծային օպտիկայի կարևորությունը, գեղեցկությունը և առանձնահատկությունները դրսևորվում են կոհերենտ երևույթներում:

Հետագայում կանդրադառնանք միայն այն ոչ գծային օպտիկական երևույթներին, որոնց համար, բացի մեծ ինտենսիվությունից, կարևոր է նաև լուսային ալիքի կոհերենտությունը:

ԹԵՄԱ 2. ՆԵՐԱՏՈՄԱԿԱՆ ԴԱՇՏԵՐԸ ԵՎ ՆՐԱՆՑ ԿԱՐԳԸ

§2.1. Ներատոմական դաշտերի գնահատումը

Լազերային ճառագայթման բարձր մոնոքրոմատիկությունը և ուղղորդվածությունը սկզբունքային դեր են խաղում կոհերենտ ոչ գծային օպտիկական երևույթներում, որոնց համար կարևոր են փոխազդող ալիքների միջև փուլային առնչությունները: Այս երևույթների համար բնորոշ է տարածական կուտակումը՝ միջավայրում լուսային ալիքների տարածմանը զուգընթաց: Գծային միջավայրի օպտիկական բնութագրերը՝բեկման ցուցիչը և կլանման գործակիցները, հաստատուն մեծություններ են և կախված չեն տարածվող լույսի ինտենսիվությունից: Սակայն այս պնդումն իրավացի էր, եթե արտաքին դաշտի նկատմամբ միջավայրի արձագանքը՝ միջավայրի բևեռացվելիությունը, նկարագրվում էր $\vec{P} = \chi^{(1)}\vec{E}$ նյութական գծային հավասարմամբ, այսինքն, երբ միջավայրի բևեռացումը համեմատական էր դաշտի լարվածությանը, իսկ $\chi^{(1)}$ ընկալունակությունը կախված էր միայն միջավայրի հատկություններից: Այս մոտեցումը, սակայն, մոտավոր է և իրավացի է միայն ներատոմական դաշտերից զգալիորեն փոքր էլեկտրական դաշտերի համար: Այսինքն՝ գծային օպտիկան ուսումնասիրում է երևույթներն այնպիսի $\vec{E}$ լուսային դաշտերում, որոնց համար իրավացի է $\left|\vec{E}\right| << \left|\vec{E}_{\text{ատ}}\right|$ պայմանը: Այդպիսի լուսային դաշտերում միջավայրի $\vec{P}$ բևեռացման և արտաքին $\vec{E}$ դաշտի միջև կապը գծային է՝ $\vec{P} = \chi^{(1)}\vec{E}$, իսկ օպտիկական երևույթների բնույթը կախված չէ լույսի ինտենսիվությունից: Արդյունքում պահպանվում է միջավայրով տարածվող ալիքի տեսքը: Տարբեր հաճախության ալիքները միջավայրում տարածվում են միմյանցից անկախ և տեղի ունի վերադրման սկզբունքը:

Ի տարբերություն նախորդի, ոչ գծային օպտիկան ուսումնասիրում է օպտիկական երևույթներն այնպիսի ինտենսիվությունների

դեպքում, երբ ներգործող լուսային ալիքի էլեկտրական դաշտի լարվածության մեծությունը համեմատելի է օպտիկական էլեկտրոնի վրա ազդող ներատոմական կապի ուժերով որոշվող էլեկտրական դաշտի լարվածության մեծությանը՝ $\left|\vec{E}\right| \sim \left|\vec{E}_{\text{ատ}}\right|$: Այդ դեպքում միջավայրի $\vec{P}$ բևեռացման ու ազդող $\vec{E}$ դաշտի միջև կապը դառնում է ոչ գծային:

Սովորական (ոչ լազերային) աղբյուրների (օրինակ մոմի, շիկացման լամպի) արձակած լույսը ոչ մոնոքրոմատիկ է, ոչ էլ կոհերենտ: Այդպիսի լույսի ինտենսիվությունը՝

$$I = \frac{cn}{4\pi}\left\langle E(\vec{r},t)E^{*}(\vec{r},t)\right\rangle_{t} = \frac{cn}{8\pi}E_0^2, \qquad (2.1)$$

մեծ չէ և կազմում է 0,1-100Վտ/սմ^2: Նկատենք, (2.1) արտահայտությունում անկյունային փակագծերը՝ $\langle ... \rangle_t$, միջինացումն է ըստ ժամանակի մեկ պարբերության ընթացքում: Այսպիսի ճառագայթումը միջավայրի հետ փոխազդեցության ժամանակ (բեկման, անդրադարձման, ցրման, կլանման երևույթներ և այլն) չի փոխում նրա մակրոսկոպական հատկությունները և միկրոկառուցվածքը: Պարզ ձևափոխությունների արդյունքում (2.1)-ից կարելի է ստանալ գնահատականներ կատարելու ժամանակ լայնորեն կիրառվող հետևյալ արտահայտությունը՝

$$E_0\left(\frac{\text{Վ}}{\text{սմ}}\right) \approx 27{,}5\sqrt{\frac{I}{n}\left(\frac{\text{Վտ}}{\text{սմ}^2}\right)}: \qquad (2.2)$$

Այս արտահայտության միջոցով հեշտությամբ կարելի է պարզել, որ դասական աղբյուրների լույսին համապատասխանող էլեկտրական դաշտերի լարվածությունը կազմում է 10-10^{3}Վ/սմ: Համեմատության համար գնահատենք $E_{\text{ա}}$ դաշտի մեծությունը ջրածնի ատոմի օրինակով: Օգտվենք

$$\left|\vec{E}_{\text{ատ}}\right| = k\frac{e}{a^2}$$

բանաձևից, որտեղ $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Կլ-ն տարրական լիցքն է, $a = 5.29 \cdot 10^{-11}$ մ՝ Բորի շառավիղը, իսկ k-ն՝ միավորների համակարգի ընտրությունից կախված համեմատականության գործակից (SI համակարգում $k = 9 \times 10^9$ Նմ^2/Կլ^2): Ջրածնի ատոմի համար միջուկի կողմից էլեկտրոնի վրա ազդող դաշտի լարվածությունը կլինի՝ $\left|\vec{E}_{\text{ատ}}\right| = 5{,}15 \cdot 10^9$ Վ / սմ: Բյուրեղներում այն $\sim 10^8$ Վ/սմ, կիսահաղորդիչներում՝ $\sim 10^7$ Վ / սմ, իսկ մոլեկուլային հեղուկներում՝ $\sim 10^5$ - 10^6 Վ/սմ կարգի մեծություններ են: Թույլ լուսային դաշտերում, օրինակ, արեգակնային ճառագայթման էլեկտրական դաշտի համար, լարվածությունը ~ 10Վ/սմ է և $/\vec{E}//\vec{E}_{\text{ատ}}/ \sim 2 \cdot 10^{-9}$ կարգի մեծություն է, ինչի հետևանքով ոչ գծային օպտիկական երևույթների դիտումը հնարավոր չէ: Այլ է վիճակը լազերների դեպքում, որտեղ ներկայումս հասանելի են 10^{21}Վտ / սմ^2 կարգի ինտենսիվություններ և դաշտի լարվածությունը, համաձայն (2.2) բանաձևի՝ կազմում է $\left|\vec{E}_{Լազ}\right| \sim (10^{11} - 10^{12})$Վ / սմ:

§2.2. Ըստ դաշտի աստիճանների ֆենոմենոլոգիական վերլուծություն: Գծային և ոչ գծային ընկալունակություններ

Քննարկենք ոչ գծային, ոչ մագնիսական՝ $\mu = 1$, համասեռ և օպտիկապես թափանցիկ միջավայրերում լույսի տարածումը: Միջավայրի ինդուկցիայի $\vec{D}$ վեկտորը ընկնող լուսային դաշտի լարվածության վեկտորի հետ կապող նյութական հավասարումն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}: \qquad (2.3)$$

Այստեղ $\vec{P}$-ն միավոր ծավալի դիպոլային մոմենտն է կամ միջավայրի բևեռացումը (ընդունված է նաև անվանել միջավայրի բևեռացվելիություն): Առավել պարզության համար սահմանափակվենք սկալյար մոտեցմամբ: Արձագանքի թենզորական բնույթի և միջա-

վայրի սիմետրիայի միջև կապին կանդրադառնանք ավելի ուշ (Թեմա 3):

Որպես միջավայրի արձագանք արտաքին դաշտին P բևեռացումն ակնհայտորեն պետք է ֆունկցիա լինի լուսային դաշտի էլեկտրական բաղադրիչի լարվածությունից՝ $P = P(E)$: Այն դեպքում, երբ միջավայրի վրա ընկնող դաշտերը շատ անգամ փոքր են ներատոմական դաշտերից, $P = P(E)$ արտահայտությունը կարելի է վերածել շարքի (այսպես կոչված երևութաբանական կամ ֆենոմենոլոգիական մոտեցում): Այս դեպքում կստանանք

$$P(E) = P_0 + \left(\frac{\partial P}{\partial E}\right)_0 E + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 P}{\partial E^2}\right)_0 E^2 + \ldots = \quad (2.4)$$

$$= P_0 + \chi^{(1)}E + \chi^{(2)}E^2 + \ldots$$

P_0-ն միջավայրը կազմող մասնիկների սեփական դիպոլային մոմենտն է (հետագայում այն բաց կթողնենք՝ համարելով, որ մոլեկուլները ոչ բևեռային են, քանի որ միջավայրերի զգալի մասի մոտ այն բացակայում է): $\chi^{(1)} = (\partial P / \partial E)_0$-ն, ինչպես արդեն նշվել էր, կոչվում է միջավայրի գծային ընկալունակություն: Ընդհանրացնելով՝ կարելի է

$$\chi^{(n)} = \frac{1}{n!}\left(\frac{\partial^n P}{\partial E^n}\right)_0$$

մեծությանն $(n \geq 2)$ անվանել միջավայրի ոչ գծային ընկալունակություն: Դժվար չէ, համաձայն (2.4) արտահայտության, գնահատել $\chi^{(n)}$ ոչ գծային ընկալունակությունների կարգը: Նկատելով, որ բեկման ցուցիչը $\chi^{(1)}$ գծային ընկալունակության հետ կապված է

$$\varepsilon = n^2 = 1 + 4\pi\chi^{(1)}$$

առնչությամբ և, ընդունելով $n = 1,5$ (սովորական ապակու դեպքում), ստանում ենք $\chi^{(1)} \sim 0,1$: Բարձր կարգի ընկալունակությունների

գնահատման համար ընդունելով, որ $\chi^{(1)}E_{\text{ատ}} \sim \chi^{(2)}E_{\text{ատ}}^2 \sim \chi^{(3)}E_{\text{ատ}}^3$, ստանում ենք

$$\chi^{(2)} \sim \frac{\chi^{(1)}}{E_{\text{ատ}}} \sim 1.94 \cdot 10^{-11} \frac{\text{սմ}}{\text{Վ}}; \qquad \chi^{(3)} \sim \frac{\chi^{(1)}}{E_{\text{ատ}}^2} \sim 3.78 \cdot 10^{-21} \frac{\text{սմ}^2}{\text{Վ}^2}$$

Նկատենք, բերված գնահատականները բավականաչափ լավ համընկնում են փորձարարական չափումներից ստացվածների հետ: Ընդգծենք, որ սրանք ընդամենը մոդելային գնահատականներ են ոչ գծային ընկալունակությունների մեծությունների մասին պատկերացում կազմելու համար: Ներկայումս հայտնի ոչ գծայնության բազմաթիվ այլ մեխանիզմների մեծությունները բաշխված են արժեքների չափազանց լայն տիրույթում:

§2.3. Լոկալ (տեղային) դաշտի գործոնը գծային և ոչ գծային օպտիկայում

Ոչ գծային օպտիկական երևույթների դիտման համար անհրաժեշտ դաշտերի մեծության իրատեսական գնահատականներ ստանալու համար անհրաժեշտ է անդրադարձ կատարել նաև միջավայրում գտնվող էլեկտրոնի վրա ազդող դաշտի և ընկնող լուսային ալիքի դաշտի կապին: Ասվածը նշանակում է հետևյալը՝ միջավայրի գծային և ոչ գծային արձագանքները գնահատելիս անհրաժեշտ է միջավայրի ներսում վերցնել դաշտերի այն արժեքները, որոնք մակածված են արտաքին դաշտի ազդեցության հետևանքով:

Իզոտրոպ միջավայրերի դեպքում $\vec{E}^{loc}$ դաշտը կարելի է արտահայտել միջավայրի բևեռացմամբ հետևյալ արտահայտության օգնությամբ՝

$$\vec{E}^{loc} = \vec{E}^{ext} + \frac{4\pi}{3}\vec{P}: \tag{2.5}$$

Հաշվի առնելով $4\pi\vec{P} = (\varepsilon - 1)\vec{E}^{ext}$ կապը՝ կարող ենք գրել, որ

$$\vec{E}^{loc} = \frac{\varepsilon + 2}{3}\vec{E}^{ext} : \tag{2.6}$$

Սահմանենք լոկալ դաշտի գործակիցը հետևյալ արտահայտության օգնությամբ՝

$$L(\omega) = \frac{\varepsilon(\omega) + 2}{3} : \tag{2.7}$$

Այդ դեպքում արտաքին և լոկալ դաշտերի կապը կընդունի $\vec{E}^{loc} = L(\omega)\vec{E}^{ext}$ տեսքը: (2.7) հավասարմամբ ներմուծված $L(\omega)$ գործակիցը անվանում են Լորենցի գործոն: Այս գործոնի հաշվառումը հատկապես կարևոր է փորձարարական և տեսական արդյունքների համեմատման ժամանակ:

Համաձայն (2.4) արտահայտության՝ միջավայրի արձագանքը ուժեղ լազերային դաշտերում կարելի է ներկայացնել շարքի տեսքով՝

$$P = \chi^{(1)}E^{loc} + \chi^{(2)}\left(E^{loc}\right)^2 + \chi^{(3)}\left(E^{loc}\right)^3 + \ldots , \tag{2.8}$$

որտեղ

$$E^{loc}\left(r,t\right) = \sum_{\alpha=1}^{N} E_{\alpha}^{loc}\left(r,t\right): \tag{2.9}$$

N-ով նշանակված է միջավայրում փոխազդող ալիքների թիվը, α-ով՝ այդ ալիքի համարը: (2.8) արտահայտությունում ներկայացվածները լոկալ դաշտերն են և պետք է փոխարինվեն համապատասխան մակրոսկոպականով՝ համաձայն

$$E_{\alpha}^{loc}(\omega_{\alpha}) = L(\omega_{\alpha})E_{\alpha}^{ext}$$

արտահայտության: Հասկանալի լինելու համար ներկայացնենք միջավայրի երկրորդ կարգի բևեռացման արտահայտությունը, ասենք օրինակ, $\omega_s = \omega_1 + \omega_2$ պարամետրական փոխազդեցության դեպքում

$$P^{(2)}\left(\omega\right) = L\left(\omega_1\right)L\left(\omega_2\right)\chi^{(2)}E^{ext}\left(\omega_1\right)E^{ext}\left(\omega_2\right): \tag{2.10}$$

Համառոտության համար կարելի է օգտագործել նաև հետևյալ նշանակումը՝

$$L^{(2)} = \left(\frac{\varepsilon(\omega_1) + 2}{3}\right)\left(\frac{\varepsilon(\omega_2) + 2}{3}\right):$$

Այդ դեպքում (2.10) արտահայտությունը կարելի ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$P_i^{(2)}(\omega) = L^{(2)}\chi_{ijk}^{(2)}E_j^{ext}(\omega_1)E_k^{ext}(\omega_2):$$

Այստեղ $L(\omega_1)$ և $L(\omega_2)$ Լորենցի գործոններն են համապատասխանաբար ω_1 և ω_2 հաճախությունների համար:

§2.4. Ամփոփում

Հասկանալու համար, թե ինչու են ոչ գծային օպտիկական երևույթների դիտման համար անհրաժեշտ մեծ ինտենսիվության լուսային դաշտեր, այս թեմայում համառոտ անդրադարձ է կատարված լույսի և միջավայրի փոխազդեցության ֆիզիկային: Պարզագույն մոդելի՝ ջրածնի ատոմի, օրինակով գնահատված է միջավայրում ներքին դաշտերի մեծությունը, որով և պայմանավորված է միջավայրի կողմից էլեկտրոնի վրա ազդող վերադարձնող ուժի մեծությունը: Բերված են գնահատականներ փոքրության պարամետրի՝ $E/E_{ատ}$, համար և գնահատված է լուսային դաշտերի ինտենսիվության այն արժեքները, որոնց դեպքում կիրառելի է միջավայրի մակածված բևեռացման Թեյլորի շարքի վերլուծումը: Նման վերլուծման արդյունքում հայտնվում են միջավայրի օպտիկական հատկությունները նկարագրող նոր ֆիզիկական մեծություններ՝ ոչ գծային ընկալունակություններ: Այդ գործակիցները նյութերը, ըստ իրենց օպտիկական հատկությունների, դասակարգելու ավելի լայն հնարավորություն են ընձեռում:

Ոչ գծային օպտիկական երևույթների դրսևորման համար անհրաժեշտ դաշտերի մեծության իրատեսական գնահատականներ ստանալու նպատակով անդրադարձ է կատարված նաև միջավայրում գտնվող էլեկտրոնի վրա ազդող դաշտի և ընկնող լուսային ալիքի դաշտի կապին: Սահմանված է դրանց միջև կապ հաստատող լոկալ դաշտի գործակիցը (Լորենցի գործոնը):

ԹԵՄԱ 3. ՆՅՈՒԹԱԿԱՆ ՀԱՎԱՍ ԱՐՈՒՄՆԵՐԸ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

§3.1. Ֆունդամենտալ նյութական հավասարումների ստացումը

Ընդհանուր դեպքում միջավայրերի օպտիկական հատկությունները կախված են ինչպես նրանցում լույսի տարածման ուղղությունից, այնպես էլ լույսի բևեռացման վիճակից: Նյութի որևէ ֆիզիկական հատկության ուղղությունից ունեցած կախվածությունը կոչվում է անիզոտրոպություն: Միջավայրի անիզոտրոպությունը պայմանավորված է նրա կառուցվածքային առանձնահատկություններով: Որպես հետևանք, միջավայրի փոքր ծավալում լուսային ալիքի կողմից մակածված դիպոլային մոմենտի ուղղությունը չի համընկնում լուսային ալիքի էլեկտրական վեկտորի հետ: Այս պատճառով էլ ինդուկցիայի $\vec{D}$ վեկտորի և $\vec{E}$ դաշտի կապն ավելի բարդ տեսք է ընդունում: Ոչ գծայնության հաշվառմամբ զգալիորեն ընդլայնվում է նաև լույսի բևեռացմամբ պայմանավորված երևույթների սպեկտրը բնական կամ մակածված անիզոտրոպությամբ միջավայրերում:

Ընդհանուր դեպքում $\vec{P},\vec{E}$ և $\vec{D},\vec{E}$ վեկտորների կապը թենզորական է: Հաշվի առնելով հարցի կարևորությունը՝ անդրադառնանք այս հարցին մանրամասն:

Գծային միջավայրի լոկալ արձագանքի (այսինքն՝ տարածական և ժամանակային դիսպերսիայի բացակայության) դեպքում էլեկտրական ինդուկցիայի վեկտորի և դաշտի լարվածության կապը ներկայացվում է հետևյալ տեսքով՝

$$D_i(\vec{r},t) = E_i(\vec{r},t) + 4\pi P_i(\vec{r},t), \tag{3.1}$$

որտեղ

$$P_i(\vec{r},t) = \chi_{ij}^{(1)}(\vec{r},t)E_j(\vec{r},t): \tag{3.1ա}$$

Միջավայրի $P_i(t)$ բևեռացումը՝ միավոր ծավալի դիպոլային մոմենտը, ընդհանուր դեպքում ունի հետևյալ տեսքը՝

$$P_i(\vec{r},t)=\int\limits_{-\infty}^{t}\chi_{ij}^{(1)}(\vec{r},t,t')E_j(\vec{r},t')dt'\,: \qquad (3.2)$$

Նկատենք, որ այն հնարավորություն է ընձեռում հաշվառել ժամանակի նախորդ պահերին դաշտի ունեցած արժեքների ազդեցությունը ժամանակի տվյալ t պահին միջավայրի բևեռացման վրա (այլ կերպ ասած, հաշվի առնել հնարավոր ռելաքսացիոն պրոցեսների առկայությունը): Ամբողջական լինելու նպատակով ներկայացնենք նաև համապատասխան արտահայտությունը տարածական ոչ լոկալ արձագանքի հաշվառմամբ՝

$$P_i(\vec{r},t)=\int\limits_{-\infty}^{t}dt'\int\chi_{ij}^{(1)}(\vec{r},t,\vec{r}',t')E_j(\vec{r}',t')d\vec{r}'\,: \qquad (3.3)$$

Այս արտահայտության ֆիզիկական իմաստը հետևյալն է. տարածության տվյալ $\vec{r}$ կետում և ժամանակի տվյալ t պահին միջավայրի արձագանքը (բևեռացումը տվյալ դեպքում) պայմանավորված է ամբողջ տարածությունում և մինչև ժամանակի տվյալ t պահը ներառյալ դաշտի ունեցած արժեքներով: Ինտեգրման սահմանները ներառում են նաև պատճառականության սկզբունքը՝ միջավայրի արձագանքը չի կարող կախված լինել դաշտի ապագայում ունենալիք արժեքներից: Միջավայրի մակածված բևեռացման՝ հարևան կետերում դաշտի ունեցած արժեքներից կախվածությունը կարելի է բացատրել, օրինակ, դիֆուզիոն պրոցեսներով: Այսինքն՝ ժամանակի տվյալ t պահին տարածության $\vec{r}$ կետում կարող են ջերմային շարժման հետևանքով հայտնվել հարևան $\vec{r}'$ կետերում դաշտի այլ արժեքի ազդեցությանը ենթարկված մասնիկներ: Հետևաբար, կարող է խախտվել միջավայրի արձագանքի լոկալությունը: Միջավայրի ոչ լոկալությունը զգալի է միայն դաշտի մեծ փոփոխությունների առկայության պայմաններում: Սովորաբար, $|\vec{r}-\vec{r}'|$-ի աճին զուգընթաց $\chi_{ij}^{(1)}$ ֆունկցիան արագ նվազում է: Հետագայում արձագանքի տարածական ոչ լոկալությամբ պայմանավորված երևույթներին հիմնականում չենք անդրադառնա: Ստացիոնար միջավայրերի դեպքում

$\chi_{ij}^{(1)}(t,t')$ ֆունկցիան կախված է միայն ժամանակների $\tau = t - t'$ տարբերությունից: Ուստիև

$$\chi_{ij}^{(1)}(t,t') = \chi_{ij}^{(1)}(t-t') = \chi_{ij}^{(1)}(\tau): \qquad (3.4)$$

Տարրական մաթեմատիկական ձևավոխություններից հետո (3.2) արտահայտությունը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$P_i(t) = \int_0^\infty \chi_{ij}^{(1)}(\tau) E_j(t-\tau) d\tau: \qquad (3.5)$$

(3.5) հավասարման աջ և ձախ մասերը բազմպատկենք $e^{i\omega t}$ -ով և ինտեգրենք ըստ ժամանակի, կստանանք

$$\begin{aligned}
&\int_{-\infty}^{\infty} P_i(t) e^{i\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_0^\infty \chi_{ij}^{(1)}(\tau) E_j(t-\tau) d\tau \right\} e^{i\omega t} dt = \\
&= \int_0^\infty \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \chi_{ij}^{(1)}(\tau) E_j(t-\tau) e^{i\omega t} dt \right\} d\tau = \\
&= \int_0^\infty \chi_{ij}^{(1)}(\tau) e^{i\omega\tau} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} E_j(t-\tau) e^{i\omega(t-\tau)} d(t-\tau) \right\} d\tau = \\
&= E_j(\omega) \int_0^\infty \chi_{ij}^{(1)}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau
\end{aligned} \qquad : \qquad (3.5ա)$$

Նշանակելով

$$\chi_{ij}^{(1)}(\omega;\omega) = \int_0^\infty \chi_{ij}^{(1)}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau$$

և հաշվի առնելով, որ (տես Հավելված 1)

$$P_i(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P_i(t) e^{i\omega t} dt,$$

վերջնականորեն կարող ենք գրել՝

$$P_i(\omega) = \chi_{ij}^{(1)}(\omega;\omega) E_j(\omega): \qquad (3.6)$$

Ոչ գծային միջավայրերում այս արտահայտություններն ընդհանրացման կարիք ունեն: Մասնավորապես, արդեն նշել ենք, որ

մեծ դաշտերի դեպքում միջավայրի արձագանքում անհրաժեշտ է հաշվի առնել նաև ոչ գծային գումարելիները՝

$$\vec{P}(t) = \vec{P}^{l}(t) + \vec{P}^{nl}(t): \tag{3.7}$$

$\vec{P}^{nl}$ ոչ գծային բևեռացման համար (3.2)-ին համանման կարելի է գրել

$$P_i^{nl}(t) = \int_{-\infty}^{t} dt' \int_{-\infty}^{t'} \chi_{ijk}^{(2)}(t,t',t'') E_j(t') E_k(t'') dt'' + \\ + \int_{-\infty}^{t} dt' \int_{-\infty}^{t'} dt'' \int_{-\infty}^{t''} \chi_{ijkl}^{(3)}(t,t',t'',t''') E_j(t') E_k(t'') E_l(t''') dt''' ... \tag{3.8}$$

Այստեղ $\chi_{ijk}^{(2)}$ գործակիցը քառակուսային ոչ գծային ընկալունակությունն է, $\chi_{ijkl}^{(3)}$-ը՝ խորանարդային և այլն: Ընդհանրացնելով (3.5) արտահայտությունը՝ կարող ենք գրել՝

$$P_i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} d\tau_1 \int_0^{\infty} d\tau_2 \cdots \int_0^{\infty} d\tau_n \chi_{ij\ldots}^{(n)}(\tau_1, \ldots . \tau_n) E_j(t-\tau_1) \cdots E_n(t-\tau_n): \tag{3.9}$$

(3.5ա) ձևափոխություններին համանման գործողություններից հետո կարելի է ոչ գծային բևեռացումները նույնպես ներկայացնել հաճախականային տիրույթում: Այսպես, օրինակ, $\omega_s = \omega_1 + \omega_2$ պրոցեսը նկարագրող քառակուսային ոչ գծային ընկալունակության համար կարելի է գրել՝

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_s; \omega_1, \omega_2) = \int_0^{\infty} d\tau_1 \int_0^{\infty} d\tau_2 \chi_{ijk}^{(2)}(\tau_1, \tau_2) e^{i(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2)}, \tag{3.9ա}$$

իսկ $\omega_s = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$ պրոցեսը նկարագրող խորանարդային ոչ գծային ընկալունակության համար՝

$$\chi_{ijkl}^{(3)}(\omega_s; \omega_1, \omega_2, \omega_3) = \int_0^{\infty} d\tau_1 \int_0^{\infty} d\tau_2 \int_0^{\infty} d\tau_3 \chi_{ijkl}^{(3)}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) e^{i(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2 + \omega_3\tau_3)}: \tag{3.9բ}$$

Այս արտահայտությունները կազմում են ոչ գծային օպտիկական երևույթների ֆենոմենոլոգիական նկարագրության հիմքը: Առավել մանրամասն այս հարցի շարադրանքը ներկայացված է Հավելված 2-ում:

§3.2. Ոչ գծային ընկալունակության թենզորի ընդհանուր հատկությունները

Անդրադառնանք գծային և ոչ գծային ընկալունակությունների որոշ ընդհանուր հատկություններին: Նախ քննարկենք

$$P_i^{(1)}(t) = \int_0^\infty \chi_{ij}^{(1)}(\tau) E_j(t-\tau) d\tau \qquad (3.10)$$

գումարելին: Ինտեգրման փոխարեն անցնենք գումարման՝ ըստ փոքր $\Delta\tau = \tau_{l+1} - \tau_l$ ժամանակային ինտերվալի

$$P_i^{(1)}(t) = \sum_l \chi_{ij}^{(1)}(\tau_l) E_j(t-\tau_l)\Delta\tau : \qquad (3.10ա)$$

Այդ դեպքում ակնհայտ է դառնում, որ դաշտի լարվածության դերը կարելի է մեկնաբանել որպես նյութական միջավայրի վրա ազդող տարբեր բարձրություններ ունեցող ուղղանկյունաձև իմպուլսների խիտ հաջորդականություն (սահմանային դեպքում՝ δ-ֆունկցիաների): $P_i^{(1)}(t)$-ֆունկցիան, ինչպես երևում է (3.10ա) արտահայտությունից, աղիտիվ գումարվող մեծություն է: Ընդ որում, գումարելիներից յուրաքանչյուրը համեմատական է դաշտի լարվածության այն արժեքին, որը գոյություն է ունեցել մինչև ժամանակի τ_l պահը (Նկ. 3.1): $\chi_{ij}^{(1)}(\tau_l)$-ֆունկցիան նկարագրում է միջավայրի արձագանքը (այսինքն՝ միջավայրի բևեռացումը) τ_l ժամանակի ավարտին: Փաստացի այս ֆունկցիան միջավայրի «հիշողության» քանակական բնութագիրն է:

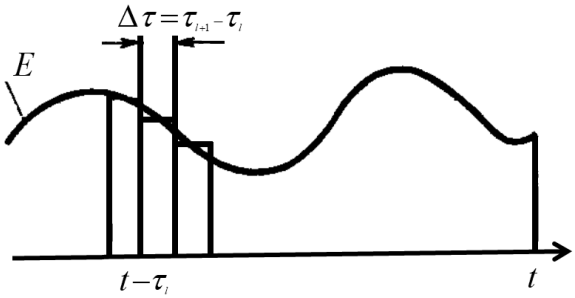
Համանման կարելի է բնութագրել նաև քառակուսային և հաջորդ՝ բարձր, կարգի գումարելիները: Այսպես, օրինակ, քառակուսայինի դեպքում

$$P_i^{(2)}(t) = \int_0^\infty d\tau_1 \int_0^\infty \chi_{ijk}^{(2)}(\tau_1, \tau_2) E_j(t-\tau_1) E_k(t-\tau_2) d\tau_2 : \quad (3.10բ)$$

Դաշտի իմպուլսները, որոնք տրված են ժամանակի $(t-\tau_1)$ և $(t-\tau_2)$ պահերին $(\tau_1,\tau_2)\geq 0$, t պահին առաջացնում են արձագանք, որը համեմատական է այդ լարվածությունների արտադրյալին: Այդ արձագանքի մեծությունը $\chi_{ijk}^{(2)}(\tau_1,\tau_2)$ ֆունկցիայի միջոցով կախված է լինում τ_1 և τ_2 պահերից: $P_i^{(2)}(t)$ մեծության լրիվ արժեքը ստացվում է մինչև ժամանակի t պահը (ներառյալ) ազդող դաշտի լարվածության իմպուլսների զույգերի ազդեցությունների գումարմամբ: Յուրաքանչյուր զույգի ազդեցությամբ պայմանավորված արձագանքը կախված է ինչպես դաշտի լարվածությունների արտադրյալից, այնպես էլ ժամանակի t պահի նկատմամբ այդ իմպուլսների ունեցած ժամանակային հեռավորությունից: Ընդ որում, հարկ է նկատել, որ վերջնական ազդեցության համար էական չէ, թե որ իմպուլսին է վերագրվում $(t-\tau_1)$ կամ $(t-\tau_2)$ պահը, քանի որ դա պայմանավորված է նշանակումների ընտրությամբ: Ուստիև կարելի է գրել՝

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\tau_1,\tau_2)=\chi_{ikj}^{(2)}(\tau_2,\tau_1): \qquad (3.11)$$

Ասվածը նշանակում է, որ միջավայրի արձագանքը նկարագրող $\chi_{ijk}^{(2)}(\tau_1,\tau_2)$ ֆունկցիայի մասին ողջ ինֆորմացիան պարունակվում է (τ_1,τ_2) հարթության առաջին քառորդի կեսում՝ անկյունագծով սահմանափակված տիրույթում: Նկատենք, համանման պնդում կարելի է անել նաև ավելի բարձր կարգի ոչ գծային ընկալունակությունների համար:



Նկ. 3.1. Դաշտի լարվածության իմպուլսի վերլուծությունը:

§3.3. Ոչ գծային ընկալունակության թենզորի սիմետրիան

(3.11) առնչության, ինչպես նաև միջավայրի տարածական սիմետրիայի հետևանքով ոչ գծային ընկալունակության թենզորները ենթարկվում են որոշակի օրինաչափությունների: Անդրադառնանք այս հարցին $\chi^{(2)}_{ijk}(\omega,\omega_1,\omega_2)$ քառակուսային ոչ գծայնության օրինակով: Նախ և առաջ $\chi^{(2)}_{ijk}(\omega,\omega_1,\omega_2)$ ընկալունակությունն օժտված է հետևյալ տիպի տեղափոխական սիմետրիայով՝

$$\chi^{(2)}_{ijk}(\omega,\omega_1,\omega_2)=\chi^{(2)}_{ikj}(\omega,\omega_2,\omega_1): \tag{3.12}$$

Դժվար չէ համոզվել, որ այս առնչությունը (3.11)-ի անմիջական հետևանք է: Ասվածը նշանակում է, որ բացի առաջին ինդեքսից, մնացած բոլորը կարելի է տեղափոխել՝ միաժամանակ փոխելով նաև արգումենտում հաճախությունների տեղերը:

§3.4. Կլեյնմանի կանոնը

Ավելին, տեղափոխել կարելի է բոլոր ինդեքսները՝ $\omega_s,\omega_1,\omega_2$ հաճախությունների վրա կլանման բացակայության դեպքում **(Կլեյնմանի կանոն)**: Ապացուցենք այս պնդումը: Ընդունենք, որ միջավայրը թափանցիկ է ω_1,ω_2, ինչպես նաև $\omega_s=\omega_1+\omega_2$ հաճախությունների վրա: Այդ դեպքում, էլեկտրամագնիսական դաշտի էներգիայի խտության միջինի ժամանակային փոփոխության համար կարող ենք գրել՝

$$\frac{dU_{լրիվ}}{dt}=\frac{dU}{dt}+\frac{dU_1}{dt}+\frac{dU_2}{dt}=0: \tag{3.13}$$

Հաշվենք (3.13) արտահայտության առանձին գումարելիները:

$$\frac{dU}{dt}=-\left\langle \vec{E}(\omega_s)\frac{d\vec{P}^{nl}(\omega_s)}{dt}\right\rangle=\frac{1}{4}\left\langle\left[E_i e^{-i\omega_s t}+c.c.\right]\cdot\left[-i\omega_s P_i^{nl}(\omega_s)e^{-i\omega t}+c.c.\right]\right\rangle=$$

$$=-\frac{\omega_s}{2}\mathrm{Im}\left[E_i^* P_i^{nl}(\omega_s)\right]$$

$$\frac{dU_1}{dt}=\frac{1}{4}\left\langle\left[E_i^{(1)}e^{-i\omega_1 t}+c.c.\right]\cdot\left[-i\omega_1 P_i^{nl}(\omega_1)e^{-i\omega_1 t}+c.c.\right]\right\rangle=\frac{\omega_1}{2}\mathrm{Im}\left[E_i^{(1)}P_i^{nl*}(\omega_1)\right]$$

$$\frac{dU_2}{dt}=\frac{\omega_2}{2}\mathrm{Im}\left[E_i^{(2)}P_i^{nl*}(\omega_2)\right]:$$

Այստեղ $c.c.$-ով նշանակված է կոմպլեքս համալուծը: Այս արտահայտությունները գրենք բացված տեսքով՝վերագրելով i ինդեքսը ω_s հաճախությամբ դաշտին, j ինդեքսը՝ ω_1-ին և k-ն՝ ω_2-ին:

$$E_i^{(1)}P_i^{nl*}(\omega_1)=D\chi_{ijk}^{(2)*}(\omega_1;\omega_s,-\omega_2)E_i^{(1)}E_j^*E_k^{(2)}=$$
$$=D\chi_{jik}^{(2)*}(\omega_1;\omega_s,-\omega_2)E_i^*E_j^{(1)}E_k^{(2)}$$:

Համանման ճանապարհով կարող ենք գրել՝

$$E_i^{(2)}P_i^{nl*}(\omega_2)=D\chi_{kij}^{(2)*}(\omega_{21};\omega_s,-\omega_1)E_i^*E_j^{(1)}E_k^{(2)}:$$

Ստացված արտահայտությունների օգնությամբ կարելի է ձևափոխել (3.13) բանաձևը՝

$$\frac{dU_{լրիվ}}{dt}=$$
$$=\frac{D}{2}[(\omega_1+\omega_2)\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_s;\omega_1,\omega_2)-\omega_1\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_1;\omega_s,-\omega_2)-$$
$$-\omega_2\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_2;\omega_s,-\omega_1)]\,\mathrm{Im}(E_i^*E_j^{(1)}E_k^{(2)})=0:$$

Քանի որ $E_i^*,E_j^{(1)},E_k^{(2)}$ դաշտերի փուլերը կարող են ընտրվել կամայական, ապա բնականաբար՝ $\mathrm{Im}(E_i^*E_j^{(1)}E_k^{(2)})\neq 0$: Հետևաբար՝

$$(\omega_1+\omega_2)\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_s;\omega_1,\omega_2)-\omega_1\chi_{jik}^{(2)}(\omega_1;\omega_s,-\omega_2)-\omega_2\chi_{kij}^{(2)}(\omega_2;\omega_s,-\omega_1)=0:$$

Հաշվի առնելով նաև ω_1 և ω_2 հաճախությունների կամայական ընտրությունը՝ կստանանք

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_s;\omega_1,\omega_2)=\chi_{jik}^{(2)}(\omega_1;\omega_s,-\omega_2)=\chi_{kij}^{(2)}(\omega_2;\omega_s,-\omega_1):\quad(3.14)$$

Այսպիսով՝ միջավայրի թափանցիկության տիրույթում կարելի է տեղափոխել ոչ գծային ընկալունակության թենզորի բոլոր ինդեքսները՝ միաժամանակ տեղափոխելով հաճախությունները համապատասխան նշանով: Եթե բացակայում է նաև հաճախային դիսպերսիան, ապա տեղափոխական (3.14) սիմետրիան անկախ է դառնում նաև հաճախությունից: Բարձր կարգի ոչ գծայնությունների համար Կլեյնմանի կանոնն իրավացի է, եթե բացի փոխազդողներից, բացակայում են կլանումները կոմբինացված բոլոր հաճախությունների վրա:

Որպես միջավայրի օպտիկական բնութագրեր ոչ գծային ընկալունակությունների վրա պետք է ազդեն նաև միջավայրի սիմետրայի հատկությունները: Ասվածը ցուցադրելու համար օգտվենք Ֆոն Նեյմանի սկզբունքից:

Ֆոն Նեյմանի սկզբունք: Միջավայրի մակրոհատկության սիմետրիան չպետք է ցածր լինի միջավայրի սիմետրիայից (այսինքն՝ պետք է ներառի միջավայրի սիմետրիայի բոլոր տարրերը):

Ոչ գծային ընկալունակության թենզորի վրա միջավայրի տարածական սիմետրիայի ազդեցությունը պարզելու համար հիշենք, թե ինչպես են ձևափոխվում թենզորների տարրերը կոորդինատական համակարգի ձևափոխությունների ժամանակ:

Հայտնի է, որ նման դեպքերում թենզորի տարրերը ձևափոխվում են որպես համապատասխան կոորդինատների արտադրյալ: Այսինքն՝ $\chi^{(2)}_{ijk} \to \chi^{(2)}_{i'j'k'}$ ձևափոխությունը համարժեք է $x_i x_j x_k \to x_{i'} x_{j'} x_{k'}$ ձևափոխությանը: Չնափոխություն ասելով կհասկանանք սիմետրիայի օպերացիան և այն նկարագրող անցման մատրիցան:

	x	y	z
x'	a_{11}	a_{12}	a_{13}
y'	a_{21}	a_{22}	a_{23}
z'	a_{31}	a_{32}	a_{33}

Ասվածից հետևում է, որ համապատասխան սիմետրիայի ձևափոխությունը կարելի է ներկայացնել հետևյալ կերպ՝

$$\chi^{(2)}_{i'j'k'} = \sum_{i,j,k} a_{ii'}a_{jj'}a_{kk'}\chi^{(2)}_{ijk}: \qquad (3.15)$$

Որպես օրինակ քննարկենք ինվերսիայի կենտրոնի առկայությունը քառակուսային ոչ գծայնության վրա: Ենթադրենք միջավայրն ինվարիանտ է ինվերսիայի՝ $a_{ij} = -\delta_{ij}$ ձևափոխության նկատմամբ: Հաշվի առնենք, որ

$$E_{i'} = -E_i;\ \chi^{(2)}_{i'j'k'} = \sum_{i,j,k} a_{ii'}a_{jj'}a_{kk'}\chi^{(2)}_{ijk} = -\chi^{(2)}_{ijk}:$$

Այստեղից էլ $\chi^{(2)}_{ijk} = 0$: Այսպիսով՝ բոլոր իզոտրոպ միջավայրերի մոտ քառակուսային ոչ գծային ընկալունակությունները բացակայում են: Այս սահմանափակումը չի տարածվում մակերևույթին ընթացող քառակուսային երևույթների վրա: Իսկապես, կենտրոնահամաչափ բյուրեղի, ինչպես նաև իզոտրոպ միջավայրերի մակերևութային շերտերում խախտվում է կենտրոնական սիմետրիան (նյութը զբաղեցնում է միայն մի կիսահարթությունը): Որպես հետևանք, այդ մակերևութային շերտերում առաջանում է դիպոլային քառակուսային բևեռացում, ինչը հնարավորություն է ընձեռում ոչ գծային օպտիկայի մեթոդներն օգտագործել այդ շերտերի դիագնոստիկայի համար: Նկատենք, որ այդ սահմանափակումը չի գործում նաև այն դեպքերում, երբ հաշվի են առնվում քվադրուպոլային կամ մագնիսադիպոլային մոմենտները:

Ընդհանուր դեպքում, երբ միաջավայրն ունի սիմետրայի n էլեմենտներ, ապա կարելի է գրել (3.15)-ին համանման հավասարումների համակարգ, որից կհետևի որոշակի օրինաչափություններ ոչ գծային ընկալունակության թենզորի բաղադրիչների միջև:

§3.5. Ոչ գծային օպտիկական երևույթների դասակարգումը

Հաշվի առնելով, որ ընդհանուր դեպքում գծային և ոչ գծային ընկալունակություններն ունեն թենզորական բնույթ, (2.4)-ի փոխարեն կարող ենք գրել

$$P_i = \chi_{ij}^{(1)} E_j + \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k + \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l + \dots : \qquad (3.16)$$

(3.16) արտահայտության մեջ $\chi_{ijk}^{(2)}$-ը երկրորդ ռանգի թենզոր է, որն ընդհանուր դեպքում ունի 27 բաղադրիչ, իսկ $\chi_{ijkl}^{(3)}$-ը՝ երրորդ, որն ունի 81 բաղադրիչ: Հասկանալի է, որ ոչ գծային $\chi^{(n)}$ ընկալունակությունները ավելի հարուստ են, քան միայն գծային ընկալունակությունները և նոր ինֆորմացիա են պարունակում նյութի մասին: Այստեղ կսահմանափակվենք միայն երկրորդ (քառակուսային՝ պայմանավորված $\chi_{ijk}^{(2)}$-ով) և երրորդ (խորանարդային՝ պայմանավորված $\chi_{ijkl}^{(3)}$-ով) կարգի երևույթներով: Ստորև թվարկված են դրանցից մի քանիսը.

Քառակուսային երևույթներ

- Օպտիկական ուղղում
- Երկրորդ հարմոնիկի գեներացիա
- Գումարային հաճախության գեներացիա
- Տարբերությունային հաճախության գեներացիա

Խորանարդային երևույթներ

- Երրորդ հարմոնիկի գեներացիա
- Ինքնաֆոկուսացում և ինքնաապաֆոկուսացում
- Փուլային ինքնամոդուլյացիա
- Ստիպողական ցրումներ

Բարձր կարգի երևույթներ

- Ուղիղ պրոցեսներ
- Կասկադային պրոցեսներ

Հետագայում ավելի մանրամասն կանդրադառնանք այս և մի շարք այլ երևույթներին ու դրանց առանձնահատկություններին:

§3.6. Ամփոփում

Նյութերի ուսումնասիրման ոչ գծային օպտիկական մեթոդների ամբողջականության համար կարևոր է նաև միջավայրի սիմետրիայի և ոչ գծային ընկալունակությունների միջև կապի բացահայտումը: Ուստին այս թեմայում անդրադարձ է կատարված հենց այդ հարցերին: Բացահայտված է դաշտերի (կամ համապատասխան Ֆուրյե բաղադրիչների) և ոչ գծային ընկալունակության թենզորի ինդեքսների փոխատեղման օրինաչափությունները:

Բերված է նաև ֆենոմենոլոգիական նկարագրման սահմաններում ոչ գծային օպտիկական երևույթների դասակարգումը և դիտվող երևույթներն այդ դասակարգման սահմաններում:

ԹԵՄԱ 4. ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐԻ ԷԼԵԿՏՐԱԴԻՆԱՄԻԿԱ

§4.1. Ներածություն

Նախորդ քննարկումները լիովին սահմանափակվում էին երևութաբանական մակարդակով, երբ կարևորվում էր դիտվող նոր և բազմազան երևույթների բովանդակային էությունը: Սակայն նյութերի հատկությունների ուսումնասիրման զինանոցում ներառվելու, ինչպես նաև կիրառական խնդիրների լուծման համար կարևորվում են նաև քանակական նկարագրությունները: Ուստիև անհրաժեշտություն է առաջանում ուսումնասիրել նման միջավայրերում լուսային ալիքների տարածման առանձնահատկությունները:

Ոչ գծային փոխազդեցությամբ միջավայրերում ալիքների տարածման ուսումնասիրությունը հանգում է կապված ալիքային հավասարումների համակարգի վերլուծությանը: Բնականաբար, ոչ գծայնության կարգի աճմանը զուգընթաց ավելանում են նաև կապված համակարգում ներառվող հավասարումների քանակը, ինչը զգալիորեն բարդացնում է տեսական վերլուծությունը: Ոչ գծային ընկալունակությունների և, որպես հետևանք, նրանցով պայմանավորված ներդրումների փոքրությունը, սակայն, թույլ են տալիս լայնորեն կիրառել լավ զարգացած մոտավոր մեթոդների ապարատը և մի շարք դեպքերում ստանալ անալիտիկ լուծումները ու բացահայտել քանակական օրինաչափությունները:

Այս թեմայում կանդրադառնանք կապված ալիքային հավասարումների համակարգի ստացմանը և լայնորեն կիրառվող մոտավոր մեթոդներից մեկին՝ դանդաղ փոփոխվող լայնույթի մեթոդին: Մեթոդի առանձնահատկությունները և առավելությունները, ակնառության նպատակով, քննարկված են քառակուսային կարգի ոչ գծային երևույթների օրինակով, սակայն ընդհանրացումը որևէ դժվարություն չի ներկայացնում:

§4.2. Ոչ գծային ալիքային հավասարում: Կապված ալիքների համակարգ

Ալիքային հավասարման ընդհանուր տեսքը ցանկացած միջավայրում հետևյալն է՝

$$rotrot\vec{E}(r,t)+\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}(r,t)}{\partial t^2}=-\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2\vec{P}(r,t)}{\partial t^2}: \tag{4.1}$$

Այստեղ $\vec{E}$-ն լուսային ալիքի էլեկտրական դաշտի լարվածության վեկտորն է, $\vec{P}$-ն՝ միջավայրի բևեռացման վեկտորը: Ինչպես նշվել է §3.1-ում, միջավայրի բևեռացումը կարելի է ներկայացնել գծային և ոչ գծային գումարելիների տեսքով՝

$$\vec{P}(\vec{r},t)=\vec{P}^{l}(\vec{r},t)+\vec{P}^{nl}(\vec{r},t): \tag{4.2}$$

Ենթադրենք ոչ գծային միջավայրով տարածվում են մի քանի մոնոքրոմատիկ ալիքներ: Ստացիոնար (այսինքն՝ լայնույթի ժամանակային կախվածության բացակայության դեպքում) ներկայացնենք այդ դաշտերը հետևյալ տեսքով՝

$$\vec{E}(\vec{r},t)=\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N}\vec{E}_j\left(\vec{r}\right)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_j t}+\mathrm{c.c.}: \tag{4.3}$$

Այս ալիքները մակածում են գծային և ոչ գծային բևեռացումներ

$$\vec{P}(\vec{r},t)=\frac{1}{2}\sum_{q}\vec{P}_q(\vec{r})\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_q t}+\mathrm{c.c.} \tag{4.4}$$

կոմբինացված

$$\omega_q=\sum_j m_j\omega_j,\qquad m_j=0,\pm1 \tag{4.5}$$

հաճախությունների վրա: Մակածված դիպոլների վերաճառագայթմամբ ոչ գծային միջավայրում գրգռվում են էլեկտրամագնիսական ալիքներ՝ կոմբինացված հաճախությունների վրա: Նոր՝ բևեռացմամբ մակածված, ալիքները նույնպես կարող են փոխազդել այլ ալիքների հետ: Որպես հետևանք մեկ ալիքային հավասարման փոխարեն ստացվում է կապված հավասարումների համակարգ: Ուստին (4.1) հավասարումը վեր է ածվում կապված ալիքային հավասարումների

համակարգի, որի լուծումը ընդհանուր դեպքում պրակտիկորեն անհնար է: Սակայն, բոլոր այն դեպքերում, երբ միջավայրի ոչ գծային բևեռացումը կարելի է ներկայացնել (3.16) տեսքով, այսինքն՝ ոչ գծայնությունները կարելի է համարել փոքր, կիրառելի է մոտավոր մեթոդների զինանոցը: Ոչ գծային օպտիկայում այդ մեթոդներից առավել տարածված է դանդաղ փոփոխվող լայնույթի մեթոդը, որով և կասհմանափակվենք հետագա շարադրանքի ընթացքում:

Տեղադրելով (4.2)-(4.4) արտահայտությունները (4.1) ալիքային հավասարման մեջ՝ կարող ենք ստանալ

$$rotrot\vec{E}_j(r)-\frac{\omega_j^2}{c^2}\hat{\varepsilon}_0\left(\omega_j\right)\vec{E}_j(r)=\frac{4\pi\omega_j^2}{c^2}\vec{P}_j^{(nl)}\left(\vec{r}\right): \qquad (4.6)$$

Ընդգծենք, (4.6) հավասարման j ինդեքսն այստեղ ֆիքսում է մակածված դաշտի հաճախության համարը: Այստեղ $\vec{D}_j=\hat{\varepsilon}_0\vec{E}_j$, իսկ

$$\hat{\varepsilon}_0\left(\omega_j\right)=1+4\pi\hat{\chi}^{(1)}\left(\omega_j\right) \qquad (4.7)$$

միջավայրի դիէլեկտրական թափանցելիության թենզորն է թույլ լուսային դաշտերի դեպքում, իսկ ոչ գծային բևեռացումը՝ $\vec{P}^{(nl)}\left(\vec{r}\right)$, տրվում է (3.16) առնչությամբ:

Հավասարումների (4.6) համակարգն ընդունված է անվանել կապված ալիքային հավասարումների համակարգ: Ինչպես երևում է կապված հավասարումների (4.6) համակարգից, ոչ գծային բևեռացումները հենց ալիքների միջև կապն իրականացնող փոխազդեցություններն են:

§4.3. Ոչ գծային ալիքային հավասարման ուսումնասիրման դանդաղ փոփոխվող լայնույթի մեթոդ

Հավասարումների (4.6) համակարգի լուծումը կապված է զգալի դժվարությունների հետ: Նման դեպքերում խնդիրը պարզեցվում է մոտավոր մեթոդների կիրառմամբ: Դասական ոչ գծային օպտիկայում լայնորեն կիրառվում է դանդաղ փոփոխվող լայնույթի մեթոդը:

Այս մեթոդի հիմքում հետևյալ բնական ենթադրությունն է. լուսային ալիքի կոմպլեքս լայնույթի փոփոխությունը բավականաչափ դանդաղ է $\lambda = cT/n(\omega)$ ալիքի երկարության վրա և այն կարելի է արհամարհել: Նշված մեթոդի առավելությունները ցուցադրենք երկրորդ հարմոնիկի գեներացիայի օրինակով: Ենթադրենք քառակուսային ոչ գծայնությամբ միջավայրում տարածվում է $\omega_1 = \omega$ հաճախությամբ լուսային ալիք և միջավայրում գեներվում է $\omega_2 = 2\omega$ հաճախությամբ հարմոնիկը: Դանդաղ փոփոխությամբ պայմանավորված՝ գումարային դաշտը և մակածված ոչ գծային բևեռացումը միջավայրում կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \sum_{j=1}^{2} \vec{E}_j\left(\vec{r},t\right) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{2} \vec{e}_j E_j\left(\vec{r}\right) e^{i\omega_j t} + c.c.: \qquad (4.8\text{ա})$$

$$\vec{P}(\vec{r},t) = \sum_{q} \vec{e}_q P_q(\vec{r},t) = \frac{1}{2}\sum_{q} \vec{e}_q P_q(\vec{r})\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_j t} + \mathrm{c.c.}: \qquad (4.8\text{բ})$$

Այս մոտավորությամբ ընդունված է $\vec{E}_j\left(\vec{r}\right)$ դաշտը և $P_q(\vec{r})$ մակածված բևեռացումը ներկայացնել հետևյալ կերպ՝

$$\vec{E}_j\left(\vec{r}\right) = \vec{e}_j A_j\left(\vec{r}\right) e^{-i\vec{k}_j\vec{r}}, \qquad (4.8\text{գ})$$

$$\vec{P}_q(\vec{r}) = \vec{e}_q P_q(\vec{r})\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\vec{k}_q\vec{r}}: \qquad (4.8\text{դ})$$

Այստեղ $\vec{e}_q$-միջավայրի համապատասխան հաճախության բևեռացման միավոր վեկտորն է, $\vec{e}_j$-ն՝ լուսային ալիքի: $A_j\left(\vec{r}\right)$-ը՝ համապատասխան լուսային ալիքի կոմպլեքս լայնույթը: Միջավայրի ոչ գծայնության փոքրության հետևանքով $A_j\left(\vec{r}\right)$ գործակցի տարածական փոփոխությունը զգալիորեն դանդաղ է $\exp\left(-i\vec{k}_j\vec{r}\right)$ արտադրիչի համեմատ, այսինքն՝

$$\frac{1}{\vec{k}_j}\frac{\partial A_j}{\partial \vec{r}} \ll A_j: \qquad (4.9)$$

(4.9) պայմանը կարելի է մեկնաբանել հետևյալ կերպ՝ $A_j(\vec{r})$ ֆունկցիայի փոփոխությունները $\lambda_j = 2\pi/k_j$ հեռավորությունների վրա կարելի է արհամարհել և համարել հաստատուն: Հատուկ անհրաժեշտ է մեկնաբանել կոմպլեքս համալուծի գոյությունը, որն ապահովում է օգտագործվող դաշտերի իրական լինելը: Գծային տեսությունում, ի տարբերություն (4.8ա) արտահայտության,

$$\vec{E}_j(\vec{r},t) = \vec{e}_j A_j(\vec{r}) \exp\left\{i\left(\omega_j t - \vec{k}_j \vec{r}\right)\right\}$$

գրառումը թույլատրելի է, քանի որ $\mathrm{Re}\,\vec{E}_j$ և $\mathrm{Im}\,\vec{E}_j$ կարող են դիտարկվել մեկը մյուսից անկախ: Ոչ գծային օպտիկայում նման մոտեցումը կարող է հանգեցնել լուրջ սխալների, քանի որ քառակուսային անդամների առկայությամբ պայմանավորված $\mathrm{Re}\,\vec{E}_j$ և $\mathrm{Im}\,\vec{E}_j$ մեծությունները դառնում են փոխկապակցված: (4.9) մոտավորության օգնությամբ կարելի է պարզեցնել (4.6) համակարգը: Ձնափոխենք (4.1) հավասարման ձախ մասի առաջին գումարելին՝ վեկտորական հանրահաշվից հայտնի $rotrot\vec{E}_j = graddiv\vec{E}_j - \Delta\vec{E}_j$ առնչության օգնությամբ: Իզոտրոպ և ազատ լիցքեր ($\rho = 0$) չպարունակող միջավայրերում $div\vec{E}_j = 0$: Անիզոտրոպ միջավայրերում այս առնչությունը կարող է խախտվել՝ մակածվող երկայնական բաղադրիչի պատճառով, սակայն փոքրության պատճառով այն կարելի է արհամարհել, ուստին կարող ենք օգտվել

$$div\vec{E}_j \approx 0$$

լրացուցիչ պայմանից: Իսկապես, համաձայն (3.1) և (3.7) արտահայտությունների՝

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + 4\pi \vec{P}^{nl},$$

որտեղից

$$div\vec{D} = \varepsilon_0 div\vec{E} + 4\pi div\vec{P}^{nl} = 0:$$

Ուստին

$$\varepsilon_0 div\vec{E} = -4\pi div\vec{P}^{nl}:$$

Սակայն $div\vec{P}^{nl}$ զրոյից տարբեր է դանդաղ փոփոխվող և փոքր $\vec{P}^{nl}$ մեծության ածանցյալների հաշվին, ուստին կարելի է անտեսել: Հաշվի առնելով, որ հարթ ալիքային մոտավորությամբ բացակայում են նաև լայնական կոորդինատից կախվածությունները, կարող ենք (4.6) հավասարումը ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\frac{d^2\vec{E}_j(\vec{r})}{dz^2}+\frac{\omega_j^2}{c^2}\hat{\varepsilon}_0\left(\omega_j\right)\vec{E}_j(\vec{r})=-\frac{4\pi\omega_j^2}{c^2}\vec{P}_j^{(nl)}\left(\vec{r}\right): \qquad (4.10)$$

(4.10) հավասարման յուրաքանչյուր $\vec{E}_j$ դաշտի համար անհրաժեշտ է աջ մասում վերցնել միջավայրի ոչ գծային բևեռացման համապատասխան գումարելին: (3.16)-ի օգնությամբ ներկայացնենք քառակուսային ոչ գծային բևեռացումը միջավայրում հետևյալ տեսքով՝

$$\vec{P}^{(2)}\left(z,t\right)=\frac{1}{4}\{\hat{\chi}^{(2)}(2\omega)\vec{e}_1\vec{e}_1A_1^2\left(z\right)e^{i(2\omega t-2k_\omega z)}+ \qquad (4.11)$$
$$+2\hat{\chi}^{(2)}(\omega)\vec{e}_1\vec{e}_2A_1^*\left(z\right)A_2\left(z\right)e^{i[\omega t-(k_{2\omega}-k_\omega)z]}+c.c.\}$$

Հիմնական հաճախությամբ ալիքի համար կարող ենք գրել

$$\left(\frac{d^2}{dz^2}+\frac{\omega^2}{c^2}\hat{\varepsilon}_0(\omega)\right)\vec{e}_1A_1(z)e^{-ik_\omega z}= \qquad (4.12ա)$$
$$=-\frac{4\pi\omega^2}{c^2}\left\{\hat{\chi}^{(2)}(\omega)\vec{e}_1\vec{e}_2A_1^*(z)A_2(z)e^{-i(k_{2\omega}-k_\omega)z}\right\}$$

Նմանատիպ ձևափոխություններով երկրորդ հարմոնիկի համար կարող ենք գրել

$$\left(\frac{d^2}{dz^2}+\frac{4\omega^2}{c^2}\hat{\varepsilon}_0(2\omega)\right)\vec{e}_2A_2(z)e^{-ik_{2\omega}z}= \qquad (4.12բ)$$
$$=-\frac{8\pi\omega^2}{c^2}\left\{\hat{\chi}^{(2)}(2\omega)\vec{e}_1\vec{e}_1A_1\left(z\right)A_1(z)e^{-2ik_\omega z}\right\}$$

Երկու համանման հավասարում կարելի է գրել նաև A_1^*, A_2^* լայնույթների համար: Հետագա ձևափոխությունները ներկայացնենք միայն (4.12ա) հավասարման համար:

$$\left(\frac{d^2}{dz^2}+\frac{\omega^2}{c^2}\hat{\varepsilon}_0(\omega)\right)\vec{e}_1A_1(z)e^{-ik_\omega z}=$$

$$=\left(\frac{d^2A_1(z)}{dz^2}-2ik_\omega\frac{dA_1(z)}{dz}-k_\omega^2A_1(z)+\frac{\omega^2}{c^2}\hat{\varepsilon}_0(\omega)A_1(z)\right)\vec{e}_1e^{-ik_\omega z}\quad :$$

Լայնույթի դանդաղ փոփոխման (4.9) պայմանը համարժեք է այս դեպքում

$$\frac{d^2A_1(z)}{dz^2}\ll 2k_\omega\frac{dA_1(z)}{dz}$$

պայմանին, ուստիև $d^2A_1(z)/dz^2$ գումարելին կարելի է անտեսել: Կարելի է ապացուցել, որ այս գումարելու արհամարհելը համարժեք է հակառակ ուղղությամբ տարածվող թույլ երկրորդ հարմոնիկի ալիքի անտեսելուն: Նկատենք նաև հետևյալը: Ընդհանուր դեպքում միջավայրը կարող է լինել նաև կլանող: Համապատասխանաբար, դիէլեկտրական թափանցելիությունն անհրաժեշտ է փոխարինել կոմպլեքս մեծությամբ՝

$$\hat{\varepsilon}_0(\omega)=\hat{\varepsilon}'(\omega)-i\hat{\varepsilon}''(\omega),$$

որտեղ $\hat{\varepsilon}'(\omega)=\mathrm{Re}\,\hat{\varepsilon}_0(\omega)$, $\hat{\varepsilon}''(\omega)=\mathrm{Im}\,\hat{\varepsilon}_0(\omega)$: «-» նշանի ընտրությունը պայմանավորված է դաշտի (4.8ա) տեսքով: Հաշվի առնենք նաև, որ

$$k_\omega^2=\frac{\omega^2}{c^2}\hat{\varepsilon}'(\omega):$$

Վերջնականորեն (4.12ա) հավասարման համար ստանում ենք

$$\left(2ik_\omega\frac{dA_1(z)}{dz}+i\frac{\omega^2}{c^2}\hat{\varepsilon}''(\omega)A_1(z)\right)\vec{e}_1=$$

$$=\frac{4\pi\omega^2}{c^2}\left\{\hat{\chi}^{(2)}(\omega)\vec{e}_1\vec{e}_2A_1^*(z)A_2(z)e^{-i(k_{2\omega}-2k_\omega)z}\right\}\quad :$$

Համանման ձևով կարող ենք (4.12բ) համար ստանալ

$$\left(2ik_{2\omega}\frac{dA_2(z)}{dz}+i\frac{4\omega^2}{c^2}\hat{\varepsilon}''(2\omega)A_2(z)\right)\vec{e}_2=$$

$$=\frac{8\pi\omega^2}{c^2}\left\{\hat{\chi}^{(2)}(2\omega)\vec{e}_1\vec{e}_1A_1^2(z)e^{i(k_{2\omega}-2k_\omega)z}\right\}\quad :$$

Համառոտագրության համար ներմուծենք հետևյալ նշանակումները՝

$$\delta_1 = k_\omega \frac{\vec{e}_1 \hat{\varepsilon}''(\omega)\vec{e}_1}{2\hat{\varepsilon}'(\omega)}; \delta_2 = \frac{1}{2} k_{2\omega} \frac{\vec{e}_1 \hat{\varepsilon}''(2\omega)\vec{e}_2}{2\hat{\varepsilon}'(2\omega)};$$
$$\sigma_1 = 2\pi k_\omega \frac{\vec{e}_1 \chi^{(2)}(\omega)\vec{e}_1\vec{e}_2}{\hat{\varepsilon}'(\omega)}; \sigma_2 = \pi k_{2\omega} \frac{\vec{e}_2 \chi^{(2)}(2\omega)\vec{e}_1\vec{e}_1}{\hat{\varepsilon}'(2\omega)}: \quad (4.13)$$

δ_i մեծությունները կոչվում են գծային կլանման, իսկ σ_i-երը՝ ոչ գծային կապի գործակիցներ: Այժմ կապված ալիքային հավասարումների համակարգը կարող ենք գրել հետևյալ տեսքով՝

$$\left.\begin{aligned} \frac{dA_1(z)}{dz} + \delta_1 A_1(z) &= -i\sigma_1 A_1^*(z) A_2(z) e^{-i\Delta kz} \\ \frac{dA_2(z)}{dz} + \delta_2 A_2(z) &= -i\sigma_2 A_1(z) A_1(z) e^{i\Delta kz} \end{aligned}\right\}: \quad (4.14)$$

$\Delta k = k_{2\omega} - 2k_\omega$ մեծությունը փուլային ապալարքն է հիմնական և երկրորդ հարմոնիկի ալիքների միջև: Նշենք, որ $\Delta k = 0$ պայմանը համապատասխանում է փուլային սինքրոնության: Հետագայում մանրամասն կանդրադառնանք այս հարցին: (4.14) կոչվում է կարճեցված հավասարումների համակարգ: Այն հիմնական է երկրորդ հարմոնիկի գեներացիայի տեսական վերլուծության համար: Հետագա քննարկումները չծանրաբեռնելու նպատակով ընդունենք, որ ω և 2ω հաճախությունները ընկած են կլանման գծերից հեռու տիրույթներում, այսինքն՝ կլանման գործակիցները՝ $\delta_{1,2} = 0$: Այդ դեպքում կարճեցված հավասարումների համակարգը ընդունում է հետևյալ տեսքը՝

$$\left.\begin{aligned} \frac{dA_1(z)}{dz} &= -i\sigma_1 A_1^*(z) A_2(z) e^{-i\Delta kz} \\ \frac{dA_2(z)}{dz} &= -i\sigma_2 A_1(z) A_1(z) e^{i\Delta kz} \end{aligned}\right\}: \quad (4.15)$$

Ընգդծենք մեկ անգամ ևս, չնայած կարճեցված հավասարումների համակարգը դուրս բերվեց մասնավոր, երկրորդ հարմոնիկի գենե-

րացիայի օրինակով, ընդհանրացումը այլ երևույթների համար կարող է իրականացվել առանց էական դժվարությունների:

§4.4. Ժամանակային կախվածությամբ լայնույթով ալիքի տարածումը

Չնայած հետագայում չենք անդրադառնալու ոչ գծային միջավայրով լուսային իմպուլսների տարածմանը, սակայն ամբողջականության համար քննարկենք այս հարցը ևս: Նախորդ պարագրաֆներում, ներկայացնելով դաշտը

$$\vec{E}(\vec{r},t)=\frac{1}{2}\sum_{j=1}\vec{e}_j A_j\left(\vec{r},t\right)e^{i\left(\omega_j t-\vec{k}_j\vec{r}\right)}+c.c. \qquad (4.16)$$

տեսքով, $A_j\left(\vec{r},t\right)$ լայնույթի ժամանակային կախվածությունն անտեսում էինք: Սակայն այդպիսի մոտեցումը միշտ չէ, որ արդարացված է, հատկապես ոչ գծային միջավայրերում տարածվող գերկարճ լազերային իմպուլսների դեպքում: Նախ և առաջ նկատենք, որ ժամանակային կախվածության նկատմամբ նույնպես կարելի է կիրառել դանդաղ փոփոխվող լայնույթի մոտավորությունը: Քննարկենք այժմ քվազիմոնոքրոմատիկ լույսի տարածումը ոչ գծային միջավայրով: Նորից անդրադառնանք (4.10) հավասարմանը: Լուծումը փնտրենք հետևյալ տեսքով՝

$$\vec{E}_j\left(\vec{r},t\right)=\vec{e}_j A_j\left(\vec{r},t\right)\exp\left\{i\left(\omega_j t-\vec{k}_j\vec{r}\right)\right\}: \qquad (4.17)$$

Ի տարբերություն նախորդ թեմաների, այստեղ չի անտեսվում $A_j\left(\vec{r},t\right)$ լայնույթի ժամանակային կածվածությունը քվազիմոնոքրոմատիկ ալիքի դեպքում: Պարզության համար քննարկենք հարթ ալիքի դեպքը, այսինքն, ըստ x և y կոորդինատների, ածանցյալներն անտեսվում են: Ներկայացնենք $\vec{E}_j\left(z,t\right)$ դաշտը Ֆուրյեի ինտեգրալի տեսքով՝

$$\vec{E}_j(z,t)=\vec{e}_j\int A_j(\omega_j+\eta)e^{i\left[(\omega_j+\eta)t-k_jz\right]}d\eta: \qquad (4.18)$$

Համեմատելով (4.17)-ի հետ՝ դժվար չէ նկատել, որ

$$A_j(z,t)=\int A_j(\omega_j+\eta)e^{i\eta t}d\eta: \qquad (4.18ա)$$

Ֆուրյեի ինտեգրալի վերածենք նաև ինդուկցիայի $\vec{D}_j(z,t)$ վեկտորը՝

$$\vec{D}_j(z,t)=\vec{e}_j\int\varepsilon(\omega_j+\eta)A_j(\omega_j+\eta)e^{i\left[(\omega_j+\eta)t-k_jz\right]}d\eta: \qquad (4.18բ)$$

Չնափոխենք (4.10) հավասարման ձախ մասի երկրորդ գումարելին՝ $\varepsilon(\omega_j+\eta)$ և $A_j(\omega_j+\eta)$՝ վերածելով շարքի և անտեսելով η^2 համեմատական գումարելիները՝

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{D}_j(z,t)}{\partial t^2}=\vec{e}_j\int\left[-\left(\omega_j+\eta\right)^2/c^2\right]\varepsilon(\omega_j+\eta)A_j(\omega_j+\eta)e^{i\left[(\omega_j+\eta)t-k_jz\right]}d\eta\approx$$
$$\approx-\frac{1}{c^2}\vec{e}_j\int\left(\omega_j^2\varepsilon(\omega_j)+2\omega_j\eta\varepsilon(\omega_j)+\omega_j^2\eta\frac{\partial\varepsilon}{\partial\omega_j}\right)A_j(\omega_j+\eta)e^{i\left[(\omega_j+\eta)t-k_jz\right]}d\eta= \qquad (4.19)$$
$$=\vec{e}_j\left\{-\frac{\omega_j^2}{c^2}\varepsilon(\omega_j)A_j(z,t)-2ik\frac{1}{\mathrm{v}_\mathrm{g}}\frac{\partial A_j(z,t)}{\partial t}\right\}e^{i(\omega_jt-k_jz)}$$

Այստեղ $\mathrm{v}_\mathrm{g}=\left(\partial\omega/\partial k\right)$-ն խմբային արագությունն է: Հաշվի առնելով նաև ըստ տարածական z կոորդինատի դանդաղ փոփոխվելու հանգամանքը՝ կարող ենք գրել՝

$$\frac{\partial\left\{\vec{e}_jA_j(z,t)\right\}}{\partial z}+\frac{1}{\mathrm{v}_\mathrm{g}}\frac{\partial\left\{\vec{e}_jA_j(z,t)\right\}}{\partial t}=i\frac{2\pi\omega_j^2}{kc^2}\vec{P}^{nl}(z,t)e^{-i(\omega_jt-k_jz)}: \qquad (4.20)$$

Ստացված հավասարումը կարող է կիրառվել ոչ գծային միջավայրերում գերկարճ լազերային իմպուլսների տարածման խնդիրներում: Պետք է առանձնահատուկ ընդգծել, որ ներկայումս լազերների ֆիզիկայում հասանելի է դարձել մեկ պարբերությանը հավասար տևողությամբ լազերային իմպուլսներ: Նման պարագայում, իհարկե, դանդաղ փոփոխվող լայնույթի մեթոդը բացարձակապես կիրառելի չէ:

§4.5. Ամփոփում

Միջավայրի ոչ գծայնության հաշվառումը արմատապես փոխեց ևս դասական (գծային) էլեկտրաղինամիկայի նկարագրական մեթոդները: Ալիքային հավասարումը և միջավայրի նյութական հավասարումները դադարեցին լինել մեկը մյուսից անկախ և դա հանգեցրեց խնդիրների լուծման արմատական բարդացմանը: Մեկ հավասարման փոխարեն հայտնվեց կապված ալիքների հավասարումների համակարգը, իսկ նյութական հավասարումներն իրենք դարձան կախված տարածվող լուսային ալիքների բնութագրերից: Նման ինքնահամաձայնեցված խնդրի ամբողջական լուծումը պրակտիկորեն անհնար էր: Այդ պատճառով էլ մշակվեցին հավասարումների պարզեցման և նման պարզեցված համակարգի լուծման մոտավոր մեթոդներ:

Այս թեմայում ներկայացվեց գոյություն ունեցող մոտավոր մեթոդներից ամենատարածվածը՝ դանդաղ փոփոխվող լայնույթի մեթոդը և, որպես հետևանք ստացվող, կարճեցված հավասարումների համակարգը: Հետագայում այն կկիրառվի քննարկվող մի շարք երևույթների քանակական նկարագրության նպատակով:

ԹԵՄԱ 5. ՈՉ ԳԾԱՅՆՈՒԹՅԱՆ ՄԵԽԱՆԻԶՄՆԵՐ

§5.1. Անհարմոնիկ օսցիլյատորի մոդելը: Միլլերի կանոնը

Գծային և ոչ գծային ընկալունակությունները բնութագրում են միջավայրի օպտիկական հատկությունները: Եթե միջավայրի համար հայտնի են $\chi^{(n)}$ ընկալունակությունները, ապա սկզբունքորեն հնարավոր է կանխատեսել և քանակապես նկարագրել ոչ գծային օպտիկական n-րդ կարգի երևույթները:

Երևութաբանական մոտեցման սահմաններում այդ ընկալունակությունները (3.16) վերլուծության գործակիցներն են և ենթակա են փորձարարական որոշման: Մյուս կողմից, այդ ընկալունակությունները անմիջականորեն կապված են միջավայրի միկրոկառուցվածքի հետ: Առավել ամբողջական այդ կապը կարելի է նկարագրել քվանտային մեխանիկայի սահմաններում: Մի շարք դեպքերում, սակայն, արդարացված է ֆենոմենոլոգիական մոդելային մոտեցումը, քանի որ այն հնարավորություն է ընձեռում բացահայտել ոչ գծային օպտիկական երևույթների ընդհանուր օրինաչափությունները:

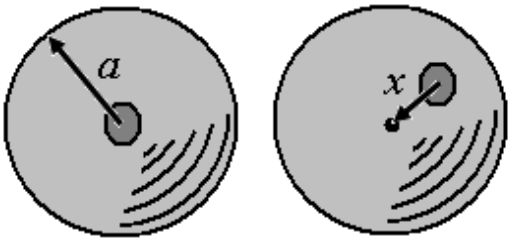
Միջավայրի ոչ գծային արձագանքը նկարագրող պարզագույն մոդելներից է անհարմոնիկ օսցիլյատորի մոդելը: Այս մոդելում ենթադրվում է, որ միջավայրը բաղկացած է դասական, չփոխազդող օսցիլյատորներից, որոնց կոնցենտրացիան միջավայրում N է:

Էլեկտրոնային ոչ գծայնությունը նկարագրելու համար նպատակահարմար է օգտագործել ատոմի թոմսոնյան մոդելը: Համաձայն այդ մոդելի՝ ատոմը կարելի է պատկերել որպես համասեռ դրական լիցքավորված գունդ, որի կենտրոնում գտնվում է էլեկտրոնը (տես Նկ. 5.1):

Արտաքին լուսային դաշտի էլեկտրական բաղադրիչի ազդեցությամբ էլեկտրոնը տեղաշարժվում է x չափով և, դրական լիցքի հետ փոխազդեցությամբ պայմանավորված, առաջանում է ետ վերադարձնող ուժ (Նկ. 5.1): Համարելով x շեղումը ոչ շատ մեծ՝ էլեկտրոնի $U(x)$ պոտենցիալ էներգիան ատոմում հավասարակշռության վի-

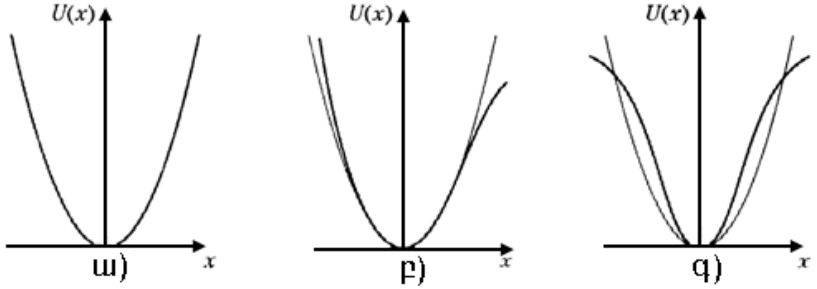
ճակի շուրջ կարելի է վերածել Թեյլորի շարքի՝ ըստ x-ի աստիճաններին՝

$$U(x)=\frac{1}{2!}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)_0 x^2+\frac{1}{3!}\left(\frac{\partial^3 U}{\partial x^3}\right)_0 x^3+\frac{1}{4!}\left(\frac{\partial^4 U}{\partial x^4}\right)_0 x^4+\cdots: \quad (5.1)$$



Նկ. 5.1. Ջրածնանման ատոմի համար Թոմսոնի մոդելը:

Նկատենք, որ վերլուծության մեջ ներառված չեն $U(0)$ և $\left(\partial U/\partial x\right)_0$ գումարելիները: Առաջինից կարելի է ազատվել պոտենցիալ էներգիայի զրոյական մակարդակի ընտրությամբ, իսկ երկրորդը զրո է ներգործող արժեքի շուրջ շարքի վերլուծության պատճառով (էքստրեմումի կետում ածանցյալը զրո է): Հարմոնիկ մոտավորությունը սահմանափակվում է քառակուսային անդամով (Նկ. 5.2.ա): Հաջորդ մոտավորություններում անհրաժեշտ է հաշվի առնել վերլուծության բարձր կարգի անդամները: Ոչ գծայնության հստակ տեսքը պայմանավորված է օսցիլյատորի տեսակով: Այսպես, օրինակ, կենտրոնահամաչափություն չունեցող բյուրեղներում դրսևորվում է խորանարդային աստիճան պարունակող գումարելին (Նկ. 5.2.բ), իսկ կենտրոնահամաչափության առկայությամբ՝ չորրորդ աստիճան պարունակողը (Նկ. 5.2.գ):



Նկ. 5.2. Հարմոնիկ (ա) և անհարմոնիկ (բ, գ) օսցիլյատորների պոտենցիալ էներգիան:

Քանի որ, սահմանման համաձայն, ազդող ուժը

$$f(x) = -\frac{\partial U}{\partial x},$$

ապա արտաքին փոքր դաշտերի դեպքում, երբ (5.1) արտահայտությունում հաշվի է առնվում միայն առաջին գումարելին, այն քվազիառածգական է՝

$$f(x) = -kx, \tag{5.2}$$

ինչը հանգեցնում է ներդաշնակ տատանումների: Հասկանալի է, մեծ դաշտերի դեպքում ուժը կախված է լինում նաև x-ի բարձր աստիճաններից՝

$$f(x) = -kx - ax^2 - bx^3 - \ldots: \tag{5.3}$$

Հաշվի առնելով (5.3)-ը՝ արտաքին լուսային դաշտի առկայությամբ էլեկտրոնի շարժման հավասարման համար այժմ կարելի է գրել

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + \Gamma\frac{dx}{dt} + kx + ax^2 + bx^3 + \ldots = F: \tag{5.4}$$

Այստեղ m-ը էլեկտրոնի զանգվածն է, Γ-ն՝ մարումը (ճառագայթային կորուստները) նկարագրող անդամը, $k, a, b, \ldots$-ն ֆենոմենոլոգիական գործակիցներ են, $F = qE$-ն էլեկտրոնի վրա լուսային դաշտի կողմից ազդող պոնդերոմոտորային ուժը:

Դիտարկենք այն դեպքը, երբ միջավայրի վրա ընկնում են երկու մոնոքրոմատիկ ալիքներ՝ ω_1 և ω_2 հաճախություններով: Նշանակենք

$$\frac{\Gamma}{m}=\gamma,\quad \frac{k}{m}=\omega_0^2,\quad \frac{a}{m}=\alpha,\quad \frac{b}{m}=\beta,$$

իսկ

$$E(t)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}E_i\,\mathrm{e}^{-i\omega_i t}+c.c.:$$

Այդ դեպքում (5.4) հավասարումը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\ddot{x}+\gamma\dot{x}+\omega_0^2x+\alpha x^2=\frac{q}{m}E(t): \tag{5.5}$$

Նկատենք, որ այստեղ սահմանափակվել ենք միայն քառակուսային ոչ գծայնության հաշվառմամբ: Քանի որ անհարմոնիկ գումարելին պետք է լինի շատ փոքր ($\alpha x^2 << \omega_0^2 x$), այս հավասարումը կարելի է լուծել խոտորումների մեթոդով՝

$$x=x^{(1)}+x^{(2)}+x^{(3)}+\ldots: \tag{5.6}$$

Այդ դեպքում միջավայրում մակածված բևեռացման համար կարելի է ուղղակի գրել

$$P=Nqx=Nqx^{(1)}+Nqx^{(2)}+Nqx^{(3)}=P^{(1)}+P^{(2)}+P^{(3)}: \tag{5.6ա}$$

Բաց թողնելով հաշվարկի մանրամասները՝ հաջորդական մոտավորությունների համար կստանանք.

Առաջին մոտավորություն: Համապատասխանում է (5.5) հավասարման լուծմանը, երբ արհամարհվում է αx^2 ոչ գծային գումարելին

$$x^{(1)}=x^{(1)}(\omega_1)+x^{(1)}(\omega_2)+c.c.,$$

որտեղ

$$x^{(1)}(\omega_i)=\frac{(q/m)E_i}{\omega_0^2-\omega_i^2-i\omega_i\gamma}\exp[-i\omega_i t]: \tag{5.7}$$

Երկրորդ մոտավորություն: Լուծումն այս մոտավորությամբ ստացվում է, եթե (5.5) հավասարման մեջ αx^2-ն փոխարինվում է $\alpha[x^{(1)}]^2$-ով: Այն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$x^{(2)} = x^{(2)}(\omega_1+\omega_2)+x^{(2)}(\omega_1-\omega_2)+x^{(2)}(2\omega_1)+ \\ x^{(2)}(2\omega_2)+x^{(2)}(0)+c.c. \qquad (5.8)$$

որտեղ

$$\begin{cases} x^{(2)}(\omega_1\pm\omega_2) = -\dfrac{\alpha(q/m)^2 E_1E_2\exp[-i(\omega_1\pm\omega_2)t]}{(\omega_0^2-\omega_1^2-i\omega_1\gamma)(\omega_0^2-\omega_2^2\mp i\omega_2\gamma)[\omega_0^2-(\omega_1\pm\omega_2)^2-i(\omega_1\mp\omega_2)\gamma]} & (5.8\text{ա}) \\ x^{(2)}(2\omega_i) = -\dfrac{\alpha(q/m)^2 E_i^2\exp[-2i\omega_i t]}{2(\omega_0^2-\omega_i^2-i\omega_i\gamma)^2(\omega_0^2-4\omega_i^2-2i\omega_i\gamma)} & (5.8\text{բ}) \\ x^{(2)}(0) = -\dfrac{\alpha(q/m)^2}{\omega_0^2}\left[\dfrac{1}{\omega_0^2-\omega_1^2-i\omega_1\gamma}+\dfrac{1}{\omega_0^2-\omega_2^2-i\omega_2\gamma}\right]: & (5.8\text{գ}) \end{cases}$$

Նման ճանապարհով կարելի է գտնել նաև լուծումն ավելի բարձր մոտավորությունների դեպքում: Ինչպես հետևում է (5.8) լուծումից, երկրորդ մոտավորության գումարելիները նկարագրում են գումարային և տարբերությունային հաճախության գեներացիան (5.8ա), երկրորդ հարմոնիկի գեներացիան (5.8բ), օպտիկական դետեկտումը կամ հաստատուն դաշտի մակածումը միջավայրի վրա ընկնող լույսի ազդեցությամբ (5.8գ): αx^2 գումարելու փոքրության մասին ենթադրությունը համարժեք է E դաշտի փոքրության մասին ենթադրությանը, ինչը թույլ է տալիս $P=P(E)$ բևեռացումը շարքի վերածել ըստ E դաշտի աստիճանների: Կարելի է գնահատել $P^{(n)}$ բևեռացման փոքրացումը ոչ գծայնության կարգի մեծացմանը զուգընթաց: Երբ լուսային դաշտի ազդեցությամբ էլեկտրոնի շեղումը դառնում է այնքան մեծ, որ հարմոնիկ ($\omega_0^2 x$) և անհարմոնիկ (αx^2) փոխազդեցությունները նկարագրող անդամները դառնում են նույն կարգի՝

$$\alpha x^2 \sim \omega_0^2 x \text{ կամ } x \sim \omega_0^2/\alpha \ ,$$

ապա այդ երկու գումարելին էլ դառնում են էլեկտրոնին ատոմում պահող ուժի կարգի՝

$$\left|qE_{\text{ատ}}\right| \sim m\cdot\omega_0^2 x \sim m\omega_0^2\cdot\frac{\omega_0^2}{\alpha}=\frac{m\omega_0^4}{\alpha} \tag{5.9}$$

Այստեղից դժվար չէ գտնել, որ

$$\left|E_{\text{ատ}}\right| \sim \frac{m\omega_0^4}{q\alpha}: \tag{5.10}$$

Օգտվելով $P^{(1)}$ և $P^{(2)}$-ի վերևում ստացված (5.6ա)-(5.8) և (5.10) արտահայտություններից՝ ոչ ռեզոնանսային $\omega_0 >> \omega_{1,2}$ դեպքում կարող ենք գրել՝

$$\left|\frac{P^{(2)}}{P^{(1)}}\right| \sim \left|\frac{qaE}{m\omega_0^4}\right| = \left|\frac{E}{E_{\text{ատ}}}\right|: \tag{5.11}$$

Նման ճանապարհով կարելի է ցույց տալ, որ ընդհանուր դեպքում նույնպես

$$\left|\frac{P^{(n+1)}}{P^{(n)}}\right| \sim \left|\frac{E}{E_{\text{ատ}}}\right|: \tag{5.12}$$

Այսպիսով՝ $\left|E/E_{\text{ատ}}\right|$ պարամետրը հենց խոտորումների մեթոդի վերլուծության պարամետրն է: Վերևում բերված գնահատականների համաձայն՝ $\left|E_{\text{ատ}}\right| \sim 10^9$Վ/սմ է: Մյուս կողմից, $I \sim 2.5$Վտ/սմ^2 ինտենսիվությամբ փնջի համար, համաձայն (2.2) բանաձևի՝ $\left|E\right| \sim 30$Վ/սմ: Ուստի, $\left|E/E_{\text{ատ}}\right| \sim 10^{-7}$: Սա նշանակում է, որ ոչ գծային երևույթները դիտելու համար անհրաժեշտ են մեծ ինտենսիվության լազերներ:

Հարկ է նկատել, որ (5.12) արտահայտությունը, ինչպես նշվեց վերևում, ճիշտ է ռեզոնանսից հեռու տիրույթներում: Ռեզոնանսային հայտարարների գոյությամբ պայմանավորված՝ $\omega_0 \sim \omega_{1,2}$ դեպքում $/P^{(n+1)}/P^{(n)}/$ հարաբերությունը կտրուկ աճում է՝

$$\chi^{(1)}(\omega_i)=\frac{Nq^2}{m}\frac{1}{\omega_0^2-\omega_i^2-i\omega_i\gamma}$$

$$\chi^{(2)}(\omega_i,\omega_j)=-\frac{m\alpha}{N^2q^3}\chi^{(1)}(\omega_i)\chi^{(1)}(\omega_j)\chi^{(1)}(\omega_i+\omega_j):$$

Հետևաբար, ռեզոնանսների մոտակայքում ոչ գծային էֆեկտները կարելի է դիտել զգալիորեն փոքր ինտենսիվությունների դեպքում:

§5.2. Կողմնորոշումային (օրիենտացման) մեխանիզմ

Ոչ գծայնության կողմնորոշումային մեխանիզմի քննարկումը սկսենք դասական համանմանից, այսինքն՝ անդրադառնանք կողմնորոշումային բևեռացվելիությանը արտաքին ստատիկ էլեկտրական դաշտում:

Սենյակային ջերմաստիճանում ջրի ստատիկ դիէլեկտրական թափանցելիությունը 81-է, իսկ օպտիկական հաճախությունների տիրույթում՝ 1,77: Այս տարբերությունը հիմնականում պայմանավորված է կողմնորոշումային բևեռացվելիությամբ, որը, լինելով արդյունավետ ցածր հաճախականային տիրույթում, զգալիորեն փոքր ներդրում է ունենում օպտիկական տիրույթում: Անդրադառնանք այս հարցին քիչ ավելի մանրամասն:

Սեփական դիպոլային մոմենտների առկայությամբ արտաքին էլեկտրաստատիկ դաշտի ուղղությամբ դիպոլների լիակատար կողմնորոշմանը խոչնդոտում է ջերմային շարժումը: Դիպոլային p մոմենտով մոլեկուլի պոտենցիալ էներգիան $\vec{E}$ լարվածությամբ էլեկտրաստատիկ դաշտում հավասար է

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -pE\cos\theta, \qquad (5.13)$$

որտեղ θ-ով նշանակված է դաշտի լարվածության և մոլեկուլի դիպոլ մոմենտի կազմած անկյունը: Համապատասխանաբար, միջավայրի բևեռացումը կարելի է ներկայացնել

$$P = Np\langle\cos\theta\rangle \qquad (5.13ա)$$

տեսքով: Այստեղ N-ով նշանակված է մոլեկուլների թիվը միավոր ծավալում, իսկ անկյունային փակագծերով՝ միջինացումը, ըստ մոլեկուլների տարածական բաշխվածության, ջերմային հավասարա-

կշռության վիճակում: Համապատասխանաբար, $\langle\cos\theta\rangle$-ն կարելի է գտնել Բոլցմանի բաշխման օգնությամբ՝

$$\langle\cos\theta\rangle = \frac{\int e^{-U(\theta)/kT}\cos\theta d\Omega}{\int e^{-U(\theta)/kT}d\Omega}: \qquad (5.14)$$

Այստեղ ինտեգրումը կատարվում է ըստ լրիվ մարմնային անկյան, իսկ k-ն Բոլցմանի հաստատունն է: Խնդրի սիմետրիայից ակնհայտ է, որ $d\Omega = 2\pi\sin\theta d\theta$: Համառոտության համար նշանակելով $s = \cos\theta, x \equiv pE/kT$՝ կստանանք՝

$$\langle\cos\theta\rangle = \left(\int_{-1}^{1} se^{sx}ds\right)\left(\int_{-1}^{1} e^{sx}ds\right)^{-1} = \frac{d}{dx}\ln\left(\int_{-1}^{1} e^{sx}ds\right) = \qquad (5.14ա)$$
$$= \frac{d}{dx}\ln\left(e^{x} - e^{-x}\right) - \frac{d}{dx}\ln x = cthx - \frac{1}{x} \equiv L(x)$$

Այսպիսով՝ $\langle\cos\theta\rangle$ արտահայտվում է Լանժևենի ֆունկցիայով, որը ներկայացված է Նկ. 5.3-ում: Ինչպես երևում է նկարից, $pE \gg kT$ դեպքում դիտվում է հագեցում:

Առավել հետաքրքրություն է ներկայացնում $pE \ll kT$ դեպքը: Այսպես, օրինակ, $E \sim 3000$ Վ/սմ լարվածության, $p \sim 10^{-29}$ Կլ*մ և սենյակային ջերմաստիճանում $x \equiv pE/kT \approx 1/4000$, հետևաբար, $x \ll 1$ դեպքում կարելի է գրել

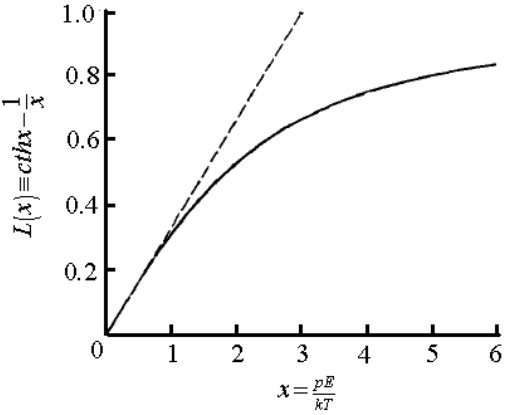
$$cthx = \frac{1}{x} + \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + \cdots; L(x) \approx \frac{x}{3} = \frac{pE}{3kT}: \qquad (5.14բ)$$

Համապատասխանաբար, միջավայրի բևեռացումը կներկայացվի հետևյալ տեսքով՝

$$P = Np\langle\cos\theta\rangle = \frac{Np^2E}{3kT}: \qquad (5.15)$$

Այսպիսով՝ կողմնորոշումային բևեռացվելիության համար (մեկ մոլեկուլին բաժին ընկնող միջին բևեռացումը) կլինի

$$\alpha_d = \frac{p^2E}{3kT}: \qquad (5.15ա)$$



Նկ. 5.3. Լանժևենի $L(x)$ ֆունկցիայի գրաֆիկը: Կոորդինատների սկզբնակետում կորի թեքությունը պատկերված է ընդհատ գծով:

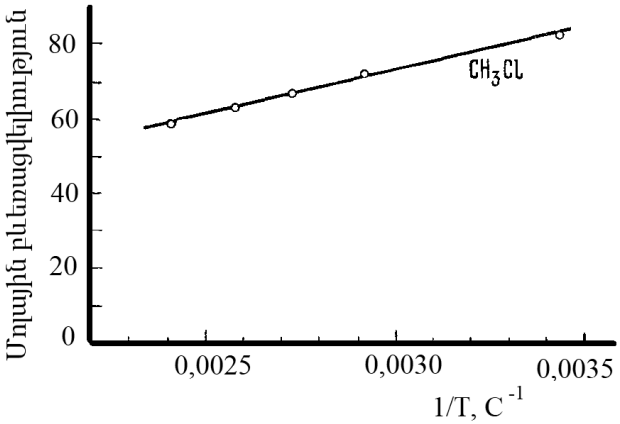
Նկատենք, սենյակային ջերմաստիճանում կողմնորոշումային և էլեկտրոնային բևեռացվելիությունների մեծությունները նույն կարգի են:

Նկ. 5.4-ում, որպես օրինակ, բերված է մեթանային շարքի միացություններից գազային վիճակում գտնվող մեթիլքլորիդի (CH_3Cl)-ի

$$\frac{n^2-1}{n^2+2}V_m \sim \alpha_d$$

մոլյար բևեռացվելիության (V_m-ը մոլային ծավալն է) կախվածությունը հակադարձ բացարձակ ջերմաստիճանից: Շրջանակներով պատկերված են փորձարարական կետերը: Ինչպես երևում է նկարից, այն լիովին համապատասխանում է ստացված (5.15ա) օրինաչափությանը:

Անիզոտրոպ, այսինքն՝ բեևզորական բևեռացվելիություն ունեցող մոլեկուլներից բաղկացած հեղուկները սովորաբար ունեն մեծ ոչ գծայնության գործակիցներ: Նման միջավայրերի ոչ գծայնությունը, ի տարբերություն նախորդ դեպքի, պայմանավորված է արտաքին լուսային դաշտի էլեկտրական բաղադրիչի երկայնքով մոլեկուլների կողմնորոշմամբ:

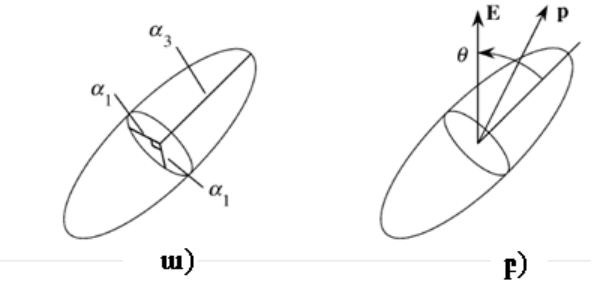


Նկ. 5.4. Գազային վիճակում գտնվող բևեռային մեթիլքլորիդի (CH_3Cl) մոլային բևեռացվելիության կախվածությունը հակադարձ բացարձակ ջերմաստիճանից: Բաց շրջանները փորձարարական կետերն են:

Որպես օրինակ դիտարկենք ծծմբածխածնի (CS_2) (Նկ. *5.5ա.*) մոլեկուլը (պտտման էլիպսոիդ): Ինչպես երևում է Նկ. *5.5ա*-ից $\alpha_3 > \alpha_1$: Որպես հետևանք, խախտվում է $\vec{P}$ և $\vec{E}$ վեկտորների զուգահեռությունը (տես Նկ. 5.5բ) և մականված դիպոլային մոմենտը շեղված է մոլեկուլի սիմետրիայի առանցքի ուղղությամբ: Ազդող պտտման

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} \tag{5.16}$$

մոմենտը ձգտում է մոլեկուլները կողմնորոշել դաշտի երկայնքով: Լիակատար կողմնորոշմանը խոչընդոտում է մոլեկուլների ջերմային շարժումը: Կողմնորոշման աստիճանը նկարագրելու համար կարելի է օգտվել Բոլցմանի բաշխումից: Հաշվենք այդպիսի մոլեկուլի պոտենցիալ էներգիայի արժեքը կիրառված արտաքին էլեկտրական դաշտում:



Նկ. 5.5 ա) Ծծմբածխածնի մոլեկուլի տեսքը (պտտման էլիպսոիդ)
բ) Լուսային դաշտի $\vec{E}$ բաղադրիչով մակածված $\vec{P}$ դիպոլային մոմենտը:

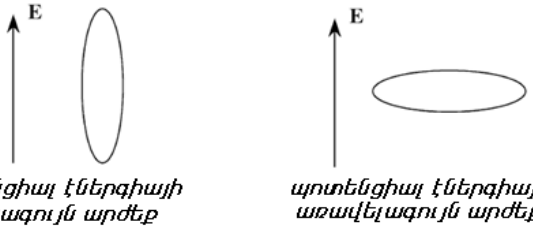
Կիրառված դաշտի արժեքը $d\vec{E}$ -ով փոխելու դեպքում կողմնորոշումային պոտենցիալ էներգիան փոխվում է

$$dU = -\vec{p} \cdot d\vec{E} = -p_1 \cdot dE_1 - p_3 \cdot dE_3 \qquad (5.17)$$

չափով: Հաշվի առնենք, որ $p_i = \alpha_i E_i$, որտեղ $i = 1,3$: Տեղադրելուց և ինտեգրելուց հետո ստանում ենք

$$U = -\frac{1}{2}(\alpha_1 E_1^2 + \alpha_3 E_3^2): \qquad (5.18)$$

Չնափոխենք այս արտահայտությունը՝ ներմուծելով $\vec{E}$ վեկտորի և մոլեկուլի գլխավոր առանցքի կազմած θ անկյունը (տես Նկ. 5.5բ): Այդ դեպքում կողմնորոշումային պոտենցիալ էներգիայի (5.18) արտահայտությունը ներկայացվում է հետևյալ տեսքով՝



Նկ. 5.6. Մոլեկուլի պոտենցիալ էներգիան՝ պայմանավորված դաշտի ներգործությամբ ունեցած կողմնորոշմամբ:

$$U = -\frac{1}{2}(\alpha_1 E^2 \sin^2\theta + \alpha_3 E^2 \cos^2\theta) = \\ = -\frac{1}{2}\alpha_1 E^2 - \frac{1}{2}(\alpha_3 - \alpha_1) E^2 \cos^2\theta \quad : \tag{5.19}$$

Քանի որ ծծմբածխածնի դեպքում $(\alpha_3 - \alpha_1) > 0$, ապա պոտենցիալ էներգիան նվազագույնն է $\theta = 0$ (դաշտը զուգահեռ է մոլեկուլի առանցքին) և առավելագույնն է՝ $\theta = \pi/2$ (դաշտն ուղղահայաց է մոլեկուլի առանցքին) դեպքերում (տես Նկ. 5.6):

Այս քննարկումը վերաբերում էր էլեկտրաստատիկ դաշտերին: Լուսային դաշտերի դեպքին անդրադառնալու համար փոխարինենք ստատիկ $\vec{E}$ դաշտը ժամանակի ընթացքում փոփոխվող $\vec{E}(t)$ լուսայինով: Դաշտի քառակուսուն համեմատական գումարելիները (տես (5.19)) պարունակում են զրո և կրկնակի հաճախությամբ բաղադրիչներ: Քանի որ մոլեկուլների կողմնորոշման ռելաքսացիոն պրոցեսները մի քանի պիկովայրկյանի կարգ են, երկրորդ հարմոնիկի ազդեցությունն արհամարհելի փոքր է և կարելի է անտեսել: Ասվածից հետևում է, որ անցումը ստատիկից լուսային դաշտի համարժեք է (5.19)-ում E^2-ն $\overline{E^2(t)}$-ով փոխարինելուն:

Այժմ անդրադառնանք արտաքին լուսային դաշտում տեղակայված հեղուկի բեկման ցուցչի հաշվարկին: Համաձայն սահմանման՝

$$n^2 = 1 + 4\pi\chi^{(1)} = 1 + 4\pi N\langle\alpha\rangle : \tag{5.20}$$

Այստեղ N-ը ատոմների թիվն է միավոր ծավալում, իսկ $\langle\alpha\rangle$-ն՝ մեկ մոլեկուլի, ըստ կողմնորոշման, միջինացված բևեռացվելիությունը: Ինչպե՞ս կարելի է գտնել $\langle\alpha\rangle$: Համաձայն (5.19)-ի՝ կողմնորոշումային փոխազդեցության միջինացված պոտենցիալ էներգիան կարելի է ներկայացնել

$$\langle U\rangle = -\frac{1}{2}\langle\alpha\rangle|E|^2 \tag{5.21}$$

տեսքով, որտեղ

$$\langle\alpha\rangle=\alpha_1\langle\sin^2\theta\rangle+\alpha_3\langle\cos^2\theta\rangle=\alpha_1+(\alpha_3-\alpha_1)\langle\cos^2\theta\rangle: \quad (5.21ա)$$

Համապատասխանաբար, $\langle\cos^2\theta\rangle$-ն կարելի է գտնել Բոլցմանի բաշխման օգնությամբ՝

$$\langle\cos^2\theta\rangle=\frac{\int e^{-U(\theta)/kT}\cos^2\theta d\Omega}{\int e^{-U(\theta)/kT}d\Omega}: \quad (5.22)$$

Այստեղ ինտեգրումը կատարվում է ըստ լրիվ մարմնային անկյան: Այս դեպքում նույնպես ակնհայտ է, որ $d\Omega=2\pi\sin\theta d\theta$: Համառոտության համար սահմանենք ինտենսիվության պարամետրը՝

$$J=\frac{1}{2}(\alpha_3-\alpha_1)\frac{\overline{E^2(t)}}{kT}:$$

Համապատասխանաբար՝

$$\langle\cos^2\theta\rangle=\frac{\int_0^\pi\cos^2\theta\exp(J\cos^2\theta)\sin\theta d\theta}{\int_0^\pi\exp(J\cos^2\theta)\sin\theta d\theta}: \quad (5.23)$$

(5.20) և (5.23) արտահայտությունները թույլ են տալիս գտնել լուսային դաշտում մոլեկուլների կողմնորոշմամբ պայմանավորված բեկման ցուցչի արտահայտությունը:

Նախ անդրադառնանք թույլ օպտիկական դաշտերի դեպքին ($J\to 0$): Հեշտ է տեսնել, որ այդ դեպքում

$$\langle\cos^2\theta\rangle_0=\frac{\int_0^\pi\cos^2\theta\sin\theta d\theta}{\int_0^\pi\sin\theta d\theta}=\frac{1}{3}$$

և, համաձայն (5.21ա) արտահայտության՝

$$\langle\alpha\rangle_0=\frac{2}{3}\alpha_1+\frac{1}{3}\alpha_3:$$

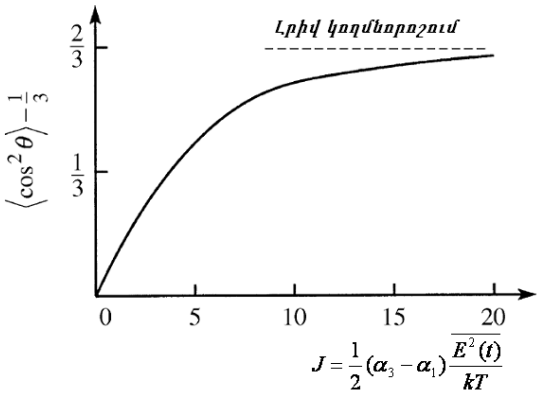
Վերջնականորեն (5.20) արտահայտությունից բեկման ցուցչի համար ստանում ենք

$$n_0^2 = 1 + 4\pi N\left(\frac{2}{3}\alpha_1 + \frac{1}{3}\alpha_3\right): \qquad (5.24)$$

Ստացված արտահայտությունն ունի պարզ ֆիզիկական մեկնաբանություն: Փոխազդեցության բացակայության պայմաններում միջին բևեռացվելիությունը համապատասխան թենզորի գլխավոր արժեքների միջին թվաբանականն է:

Այն դեպքերում, երբ լուսային դաշտերն արհամարհել հնարավոր չէ, (5.21ա) և (5.23) արտահայտություններից ստանում ենք

$$n^2 - n_0^2 = 4\pi N\left(\alpha_3 - \alpha_1\right)\left(\left\langle \cos^2\theta \right\rangle - \frac{1}{3}\right): \qquad (5.25)$$



Նկ. 5.7. $\left(\left\langle \cos^2\theta \right\rangle - 1/3\right)$ *ֆունկցիայի* J *պարամետրից կախվածությունը պատկերող դիագրամա: Նկատենք, որ մինչև* $J \le 5$ *արժեքը կախվածությունը համարյա գծային է:*

Նկատենք, սովորաբար $n^2 - n_0^2 << n_0^2$, ուստիև կարելի է կատարել հետևյալ ձևափոխությունը՝

$$n^2 - n_0^2 = (n - n_0)(n + n_0) \approx 2n_0(n - n_0):$$

Այստեղից էլ բեկման ցուցչի լուսային դաշտով պայմանավորված փոփոխության համար ստանում ենք

$$\delta n \equiv n - n_0 = \frac{2\pi N}{n_0}\left(\alpha_3 - \alpha_1\right)\left(\left\langle \cos^2\theta \right\rangle - \frac{1}{3}\right): \qquad (5.26)$$

Նկ. 5.7-ում պատկերված է $\left(\left\langle \cos^2\theta \right\rangle - 1/3\right)$ ֆունկցիայի կախվածությունը ինտենսիվության J պարամետրից: Ինչպես երևում է նկարից, այս դեպքում ևս առկա է կողմնորոշումային բևեռացվելիության հագեցումը և կախվածությունը հակադարձ բացարձակ ջերմաստիճանից:

Բեկման ցուցչի փոփոխության անալիտիկ արտահայտությունը ստանալու համար (5.23)-ում վերլուծենք $\exp(J\cos^2\theta)$ արտահայտությունը շարքի և ինտեգրենք: Կստանանք

$$\left\langle \cos^2\theta \right\rangle = \frac{1}{3} + \frac{4J}{45} + \frac{8J^2}{945} + \ldots:$$

Բեկման ցուցչի փոփոխության համար վերջնականորեն ստանում ենք

$$\delta n \equiv n - n_0 = \frac{4\pi N}{45 n_0}\left(\alpha_3 - \alpha_1\right)^2 \frac{\overline{E^2(t)}}{kT}: \qquad (5.27)$$

Սահմանենք կողմնորոշումային ոչ գծայնության գործակիցը հետևյալ առնչությամբ՝

$$n_2 = \frac{4\pi N}{45 n_0}\frac{\left(\alpha_3 - \alpha_1\right)^2}{kT}: \qquad (5.27ա)$$

Այդ դեպքում կարող ենք գրել

$$n = n_0 + n_2\overline{E^2(t)}: \qquad (5.27բ)$$

Ինչպես հետևում է (5.27ա) արտահայտությունից, այս դեպքում նույնպես կողմնորոշումային հավելումը համեմատական է բացարձակ ջերմաստիճանի հակադարձ մեծությանը:

Անդրադառնանք նաև թվային գնահատականներին: Բեկման ցուցչի փոփոխության առավելագույն հնարավոր արժեքը հավասար է 0.58 (համապատասխանում է բոլոր մոլեկուլների լիակատար կողմնորոշմանը): Այսպես, օրինակ, ծծմբածխածնի (CS_2) համար $J = 1$

արժեքը համապատասխանում է 3×10^{9} Վ/մ լարվածությամբ լուսային դաշտերին: Այդ դեպքում դժվար չէ գնահատել, որ $n_2 \sim 3\times10^{-22}$ մ^2/Վ:

§5.3. Ջերմային մեխանիզմ

Ոչ գծայնության տարածված մեխանիզմներից է նաև ջերմային երևույթներով պայմանավորվածը: Անդրադառնանք այդ մեխանիզմի էությանը: Միջավայրով տարածման ընթացքում լազերային լույսի ոլորշակի մասը կլանվում է: Որպես հետևանք բարձրանում է լուսավորված հատվածի ջերմաստիճանը, ինչն էլ փոխում է բեկման ցուցիչը: Գազերի դեպքում բեկման ցուցիչը միայն կարող է նվազել, իսկ կոնդենսացված միջավայրերի դեպքում կամ աճել, կամ նվազել՝ կախված միջավայրի հատկություններից: Հաշվի առնելով ջերմաստիճանային գործակցի փոքր լինելու հանգամանքը՝ բեկման ցուցչի ջերմաստճանային կախվածությունը կարելի է ներկայացնել հետևյալ շարքի տեսքով՝

$$n(T) = n_0 + \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{T_0}(T - T_0), \tag{5.28}$$

որտեղ T_0-ն միջավայրի ջերմաստիճանն է լուսային դաշտի բացակայությամբ, T-ն՝ լազերային փնջով լուսավորելիս: Ջերմաստիճանի $\delta T = T - T_0$ տարբերության վարքը կարելի է նկարագրել ջերմահաղորդականության

$$\rho_0 C \frac{\partial \delta T}{\partial t} = \chi \Delta \delta T + \alpha I(r,t) \tag{5.29}$$

հավասարմամբ: Այստեղ χ-ն ջերմահաղորդման գործակիցն է, $\rho_0 C$-ն՝ միավոր ծավալի ջերմունակությունը, α-ն՝ կլանման գործակիցը, իսկ $I(r,t)$-ն՝ լազերային փնջի ինտենսիվությունը:

Նախապես գնահատենք միջավայրի ջերմային արձագանքի հաստատման ժամանակը (τ): Դրա համար կատարենք հետևյալ փոխարինումները՝

$$\frac{\partial \delta T}{\partial t} \approx \frac{\delta T}{\tau};\ \Delta \delta T \approx \frac{\delta T}{R^2},$$

որտեղ R-ը՝ լազերային փնջի շառավիղն է: Այստեղից ստանում ենք

$$\tau \approx \frac{(\rho_0 C) R^2}{\chi}: \tag{5.30}$$

Կատարենք թվային գնահատականներ (5.30) արտահայտությունում առկա մեծությունների բնութագրական արժեքների (ասենք, օրինակ, հալված սիլիցիում) համար՝ $(\rho_0 C) \approx 10^6 \text{Ջ}/\text{մ}^3 \cdot \text{Կ}$; $\chi \approx 1 \text{Վտ}/\text{մ} \cdot \text{Կ}$; $R \approx 1 \text{մմ}$: Կստանանք $\tau \approx 1$ վ: Միայն լավ կոլիմացված փնջերի դեպքում ($R \approx 10$ մկմ) $\tau \approx 100$ մկվ: Սահմանափակվենք կարճ լազերային իմպուլսների դեպքով, երբ իմպուլսի τ_p տևողությունը (սովորաբար 10^{-3}-ից 10^{-9}վ կարգի) չափազանց փոքր է ջերմային արձագանքի հաստատման ժամանակից $(\tau_p << \tau)$: Այդ դեպքում (5.29) հավասարումը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\rho_0 C \frac{\partial \delta T}{\partial t} = \alpha I(t): \tag{5.31}$$

Ինտեգրելուց հետո ստանում ենք

$$\delta T = \frac{\alpha}{\rho_0 C} \int_0^{\tau_p} I(t) dt: \tag{5.32}$$

Ընդունենք լազերային իմպուլսն ուղղանկյունաձև է, այսինքն՝

$$I(t) = \begin{cases} I_0; & 0 < t \le \tau_p \\ 0; & t > \tau_p \end{cases}: \tag{5.32ա}$$

Այդ դեպքում լազերային իմպուլսի ազդեցությամբ մակածված ջերմաստիճանի փոփոխությունը կլինի

$$\delta T = \frac{\alpha I_0}{\rho_0 C}\tau_p : \qquad (5.32\text{բ})$$

Վերջնականորեն ստանում ենք

$$n(T) = n_0 + \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{T_0} \frac{\alpha \tau_p}{\rho_0 C} I_0 = n_0 + n_2 I_0 , \qquad (5.33)$$

որտեղ ոչ գծայնության n_2 գործակիցը

$$n_2 = \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{T_0} \frac{\alpha \tau_p}{\rho_0 C} :$$

Գնահատենք ստացված մեծությունը (նույն հալված սիլիցիումի դեպքում): Քանի որ

$$\rho_0 C \sim 10^6 \text{Ջ} / \text{մ}^3 \cdot \text{Կ}; \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{T_0} \sim 10^{-5} \text{Կ}^{-1} \ ; \ \alpha \sim 10^2 \text{մ}^{-1},$$

ապա ջերմային ոչ գծայնությամբ պայմանավորված n_2 գործակցի համար ստանում ենք

$$n_2 \sim 10^{-9} \tau_p \left(\frac{\text{մ}^2}{\text{Ջ}}\right) :$$

Ջերմային երևույթների բնորոշ առանձնահատկությունը նրանց ինտեգրալային բնույթն է, այսինքն՝ կախվածությունը լազերային իմպուլսի ոչ թե հզորությունից, այլ էներգիայից ($\tau_p I_0$): Հիշեցնենք, որ ոչ գծայնության կողմնորոշումային մեխանիզմի (Քերրի ոչ գծայնություն) դեպքում, համաձայն (5.27ա) արտահատության, ոչ գծային հավելումը համեմատական էր լույսի ինտենսիվությանը:

Անդրադառնանք նաև ոչ գծայնության ջերմային մեխանիզմին անընդհատ լազերային փնջերի դեպքում: Ջերմահաղորդականության (5.29) հավասարման համար կարող ենք գրել

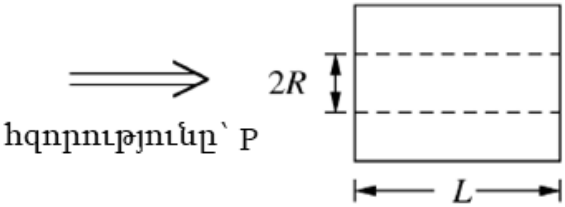
$$-\chi \Delta \delta T = \alpha I(r,t) , \qquad (5.34)$$

քանի որ $\partial \delta T / \partial t$ ածանցյալը դեր չի խաղում կայունացված պրոցեսների դեպքում: (5.34) հավասարումը կարելի է լուծել լազերային փն-

ջի ինտենսիվության ցանկացած $I(r,t)$ բաշխվածության դեպքում, սակայն մեր նպատակների համար բավարար է կատարել թվային գնահատականներ: Փոխարինենք $\Delta\delta T \sim T^{(\max)} / R^2$-ով, կստանանք

$$T^{(\max)} = \frac{\alpha I^{(\max)} R^2}{\chi}: \qquad (5.34ա)$$

Այստեղ $I^{(\max)}$ լազերային փնջի ինտենսիվությունն է կենտրոնում (տես Նկ. 5.8), իսկ R-ը՝ փնջի շառավիղը:



Նկ. 5.8. Ջերմային ոչ գծայնության երևույթի նկարագրման երկրաչափությունը:

Համաձայն (5.28), (5.34) և (5.34ա) հավասարումների՝ կարող ենք գրել

$$\Delta n = \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{T_0} \frac{\alpha I^{(\max)} R^2}{\chi}: \qquad (5.35)$$

Սահմանենք այս դեպքի համար ջերմային ոչ գծայնության գործակիցը

$$\Delta n = n_2 I^{(\max)} \qquad (5.35ա)$$

առնչությամբ: Կստանանք

$$n_2 = \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{T_0} \frac{\alpha R^2}{\chi}: \qquad (5.36)$$

Նկատենք, այս գործակիցը զուտ նյութի բնութագրական մեծություն չէ, քանի որ կախված է նաև փնջի չափերը բնութագրող պարամետրից: (5.36) օգնությամբ գնահատենք ոչ գծայնության n_2 գործակցի կարգը: Օգտվելով պարամետրերի հետևյալ արժեքներից՝

$$\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{T_0} \sim 10^{-5}\,\text{К}^{-1}; \quad \alpha \sim 1\text{см}^{-1}, R \approx 1\text{мм}; \chi \approx 1\frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot\text{К}},$$

ստանում ենք

$$n_2 = 10^{-5}\,\text{см}^2/\text{Вт}:$$

Նույնիսկ փոքր չափերով փնջերի ($R \approx 10\text{мкм}$) և փոքր կլանման գործակցի ($\alpha \sim 0.01\text{см}^{-1}$) դեպքում ոչ գծայնության գործակիցը դեռևս զգալի է $n_2 = 10^{-11}\,\text{см}^2/\text{Вт}$: Այս արդյունքները վկայում են, որ անընդհատ լազերային փնջերի դեպքում ջերմային էֆեկտները գերակայում են:

§5.4. Ամփոփում

Բազամաթիվ և բազմաբնույթ են այն մեխանիզմները, որոնք կարող են տարբեր միջավայրերում մակածել ոչ գծային ընկալունակություններ: Առաջին հերթին դրանք պայմանավորված են ուսումնասիրվող նյութի տեսակով: Կարևոր է նաև այն ոչ գծային օպտիկական երևույթը, որն օգտագործվում է տվյալ ոչ գծային ընկալունակությունն ուսումնասիրելու համար: Բնական է, որ անդրադառնալ բոլոր հնարավոր մեխանիզմներին մեկ ձեռնարկի սահմանում հնարավոր չէ, ուստիև այս թեմայում ներկայացված են դրանցից առավել տարածվածները.

- Անհարմոնիկ օսցիլյատորի մեխանիզմ
- Քերրի մեխանիզմ
- Ջերմային մեխանիզմ

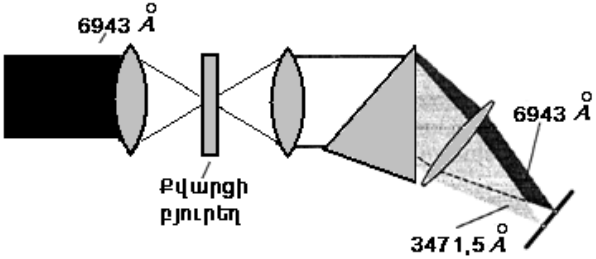
Քննարկված են նրանց առաջացման համար անհրաժեշտ պայմանները, ներկայացված են նկարագրող մոդելները, ինչպես նաև գնահատված է դրանց մեծության կարգը:

ՄԱՍ II
ԸՍՏ ԴԱՇՏԻ ՔԱՌԱԿՈՒՍԱՅԻՆ ԿԱՐԳԻ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐ

ԹԵՄԱ 6. ԵՐԿՐՈՐԴ ՀԱՐՄՈՆԻԿԻ ԳԵՆԵՐՈՒՄ (ԵՀԳ)

§6.1. Երկրորդ հարմոնիկի գեներում (փորձարարական դիտում)

ԵՀԳ-ն առաջին ոչ գծային օպտիկական երևույթն է, որ դիտվել է 1961 թվականին Պ. Ֆրանկենի կողմից՝ լազերների հայտնագործումից անմիջապես հետո: Պարզագույն սարքը, որի օգնությամբ կարելի է դիտել այս երևույթը, հետևյալն է (տես Նկ. 6.1): Ռուբինային լազերի ճառագայթման կարմիր փունջը ($\lambda = 6943\,\mathring{A}$) ոսպնյակի օգնությամբ ֆոկուսացվում էր քվարցի բյուրեղի ներսում: Ոչ գծային փոխազդեցության հետևանքով նրանում առաջանում էր կիսալիքի երկարությամբ ($\lambda_2 = \lambda_1 / 2 = 3471,5\,\mathring{A}$) կապտամանուշակագույն ճառագայթում: Հիմնական և երկրորդ հարմոնիկի ճառագայթումները տարանջատվում էին դիսպերսող պրիզմայի օգնությամբ և ընկնում էկրանին (կամ գրանցող սարքի վրա): Նախնական փորձերում փոխարկման գործակիցն աննշան փոքր մեծություն էր (10^{-8} կարգի): Հետագայում (1963թ.) այն կազմում էր 20-30%:



Նկ. 6.1. Երկրորդ հարմոնիկի գեներման սարքի սխեմատիկ պատկերը:

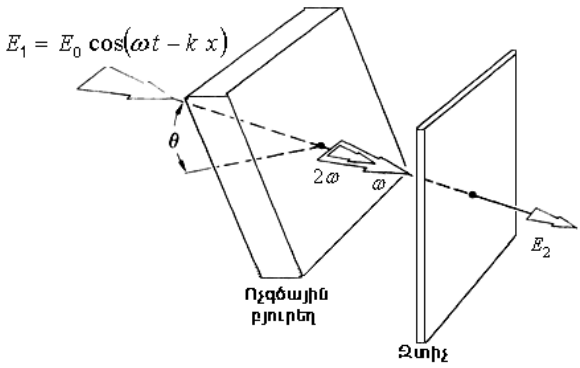
Դիտարկենք մեծ ինտենսիվություն ունեցող ω_1 հաճախության հարթ

$$E_1 = E_0 \cos(\omega t - kx) \tag{6.1}$$

ալիքի անցումը L հաստության բյուրեղական թիթեղով (Նկ. 6.2): Ուժեղ լուսային դաշտի փոխազդեցությունը միջավայրի հետ ֆենոմենոլոգիական մոտավորության սահմաններում կնկարագրվի (2.4) բանաձևով: $\chi^{(1)}E$ գումարելին կապահովի վերաճառագայթումը սկզբնական ω հաճախությամբ: Դժվար չէ համոզվել, որ

$$P^{(2)} = \chi^{(2)}E_1^2 = \chi^{(2)}E_0^2 \cos^2(\omega t - kx) = \frac{1}{2}\chi^{(2)}E_0^2 + \frac{1}{2}\chi^{(2)}E_0^2 \cos(2\omega t - 2kx) \tag{6.2}$$

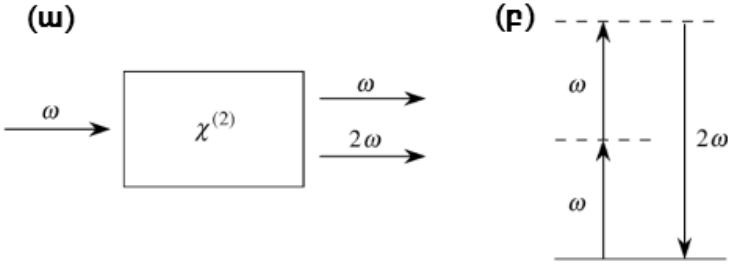
Սա նշանակում է, որ (6.2) արտահայտությունը պարունակում է 2ω հաճախություն ունեցող գումարելի (տես Նկ. 6.2), այսինքն՝ հիմնական ω հաճախության երկրորդ հարմոնիկը:



Նկ. 6.2. Երկրորդ հարմոնիկի գեներացիան:

Այս պրոցեսն ակնառու կարելի է մեկնաբանել որպես դաշտի տարբեր հաճախությամբ ֆոտոնների միջև էներգափոխանակության պրոցես: Համաձայն այս պատկերացման (տես Նկ. 6.3)՝ ω հաճախության երկու ֆոտոն ոչնչանում են: Փոխարենը ոչ գծային փոխազդեցության արդյունքում ծնվում է 2ω հաճախության մեկ ֆոտոն:

Նկ. 6.3 բ-ում հոծ գիծը համապատասխանում է ատոմական հիմնական մակարդակին, իսկ ընդհատ գծերը՝ այսպես կոչված վիրտուալ էներգիական մակարդակներին:



Նկ. 6.3. Երկրորդ հարմոնիկի գեներացիայի երկրաչափական պատկերումը (ա): ԵՀԳ պատկերումը էներգիական դիագրամի օգնությամբ (բ):

Այս և ստորև ներկայացվող երևույթների մանրամասն էլեկտրադինամիկական նկարագրությանը կանդրադառնանք հետագայում:

§6.2. Փուլային սինքրոնության պայմանը և իրականացման մեթոդները

Այժմ մի փոքր ավելի մանրամասն անդրադառնանք երկրորդ հարմոնիկի գեներացիային: (6.2) արտահայտության երկրորդ գումարելին համապատասխանում է $\omega_2 = 2\omega$ կրկնակի հաճախությամբ փոփոխվող բևեռացման ալիքին:

Համաձայն սահմանման՝ բևեռացման ալիքի տարածման փուլային արագությունը կլինի

$$v_p = \frac{2\omega}{2k} = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n(\omega)}: \qquad (6.3)$$

Բևեռացման այդ ալիքը միջավայրում մակածում է $\omega_2 = 2\omega$ հաճախությամբ և k_2 ալիքային թվով օպտիկական ալիքը, որի արագությունը

$$v_2 = \frac{\omega_2}{k_2} = \frac{c}{n(2\omega)} \qquad (6.3ա)$$

դիսպերսիայի հետևանքով տարբերվում է հիմնական հաճախության ալիքի փուլային արագությունից և հավասար է

$$v_2 \neq v_բ : \qquad (6.3բ)$$

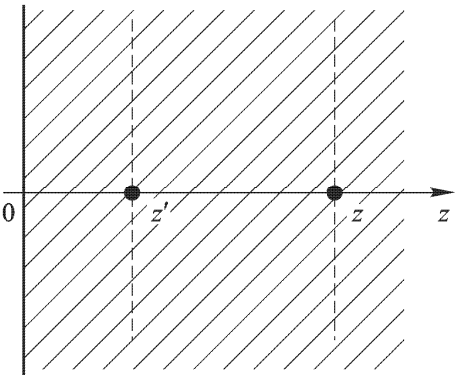
Որպես հետևանք, ոչ գծային միջավայրի տարբեր կետերում արձակված երկրորդ հարմոնիկի ալիքները լինում են տարբեր փուլերում: Այդ ալիքների ինտերֆերումը հենց հանգեցնում է երկրորդ հարմոնիկի ալիքի ձևավորմանը: $v_2 \neq v_բ$ դեպքում արդյունարար ինտենսիվությունը կարող է փոփոխվել լրիվ մարումից մինչև առավելագույն արդյունավետ փոխարկման արժեքների միջև: Բնական է, որ $v_2 = v_բ$ պայմանի բավարարման դեպքում սկզբունքորեն հնարավոր է երկրորդ հարմոնիկի գեներման տարածական կուտակում: Ընդունված է այս պայմանը անվանել փուլային սինքրոնություն:

Անդրադառնանք փուլային սինքրոնության պայմանին: Ենթադրենք հաճախության կրկնապատկումն իրականացվում է L երկարությամբ բյուրեղում (Նկ. 6.4): Բյուրեղի ներսում որևէ z կետին հասած քառակուսային բևեռացման ալիքի փուլը կլինի

$$\Phi(z) = 2\omega t - 2kz : \qquad (6.4)$$

Այդ z կետում վերաճառագայթված լուսային ալիքի փուլը, որը կհասնի բյուրեղի եզրին, կլինի

$$\begin{aligned} \phi(z) &= \Phi(z) - k_2 \cdot (L - z) = 2\omega t - 2kz - k_2 \cdot (L - z) = \\ &= 2\omega t - k_2 L + \Delta k \cdot z \end{aligned} : \qquad (6.5)$$



Նկ. 6.4. Երկրորդ հարմոնիկի գեներման փուլային սինքրոնության պայմանը:

$\Delta k = k_2 - 2k$ մեծությունը կոչվում է փուլային ապալարք: Բյուրեղից դուրս եկող երկրորդ հարմոնիկի ալիքն այս բոլոր ալիքների վերադրման արդյունքն է: Հետևաբար կարող ենք գրել

$$E_2 = A\int_0^L \cos[\varphi(z)]dz\,, \qquad (6.6)$$

որտեղ A-ն եզրային պայմաններից որոշվող հաստատուն մեծություն է և կախված չէ z-ից ու Δk-ից: Տեղադրելով (6.5)-ից $\varphi(z)$ արտահայտության արժեքը և ինտեգրելով՝ ստանում ենք

$$E_2 = \left\{\frac{2A}{\Delta k}\sin(\Delta kL/2)\right\}\cos(2\omega t - k_2 L + \Delta kL)\,: \qquad (6.6ա)$$

Փակագծում պարփակված անդամն մակածված երկրորդ հարմոնիկի ալիքի լայնույթն է բյուրեղի ներսում: Համապատասխանաբար, ինտենսիվության համար ստացվում է հետևյալ արտահայտությունը՝

$$I_2 = A^2\left\{\frac{\sin(\Delta kL/2)}{(\Delta k/2)}\right\}^2\,: \qquad (6.7)$$

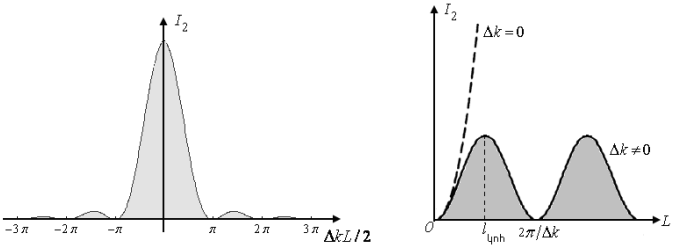
Ինչպես հետևում է (6.7) արտահայտությունից՝ երկրորդ հարմոնիկի գեներման արդյունավետությունն անմիջականորեն պայմանավորված է փուլային ապալարքով: Այն մոտ է առավելագույնին Δk մեծության փոքր արժեքների դեպքում (տես Նկ. 6.5ա): Նկ. 6.5 բ-ում

պատկերված է երկրորդ հարմոնիկի ինտենսիվության կախվածությունը բյուրեղի L երկարությունից՝ տրված փուլային ապալարքի դեպքում: Եթե $\Delta k = 0$, այդ կախվածությունը պարաբոլական է (ոչ շատ մեծ ինտենսիվությունների կամ երկարությունների դեպքում), իսկ $\Delta k \neq 0$ արժեքների համար՝ ոչ մոնոտոն և դառնում է զրո $\Delta kL = 2\pi m$ դեպքերում (m-ն ամբողջ թիվ է): Սա նշանակում է, որ նման L երկարության դեպքում միջավայրի տարբեր կետերում արձակված երկրորդ հարմոնիկի ալիքները դեստրուկտիվ ինտերֆերման հետևանքով միմյանց մարում են: Միջավայրի L երկարության մեծացմանը զուգընթաց մեծանում է երկրորդ հարմոնիկի ինտենսիվությունը, հասնելով իր առավելագույն արժեքին: Հետո սկսում է նվազել մինչև զրո, երբ $\Delta kL = 2\pi$: Առավելագույն երկարությունը, որի դեպքում այդ ալիքները դեռևս միմյանց ուժեղացնում են (այսինքն՝ $\Delta kL = \pi$), կոչվում է կոհերենտության երկարություն՝ l_c: Հաշվի առնելով փուլային ապալարքի

$$\Delta k = k_2 - 2k = 2\frac{\omega}{c}\left[n(2\omega) - n(\omega)\right] \qquad (6.7\text{ա})$$

արտահայտությունը՝ կոհերենտության երկարության համար ստանում ենք

$$l_c = \frac{\lambda}{4\left[n(2\omega) - n(\omega)\right]}: \qquad (6.7\text{բ})$$



ա) ***բ)***

Նկ.6.5. Երկրորդ հարմոնիկի ինտենսիվության փուլային ապալարքից (ա) և բյուրեղի երկարությունից (բ) ունեցած կախվածությունը:

Այսպիսով՝ կոհերենտության երկարությունն այն երկարությունն է, որի դեպքում ինտերֆերող ալիքների ընթացքների տարբերությունը չի գերազանցում $\lambda/2$-ը: 0-ից մինչև l_c երկարությունը հիմնական ալիքի էներգիան անցնում է երկրորդ հարմոնիկին, իսկ l_c-ից մինչև $2l_c$ դիտվում է հակառակ երևույթը: Ինչպես երևում է (6.7բ) արտահայտությունից՝ կոհերենտության երկարությունը ձգտում է անվերջության, երբ

$$n(2\omega) = n(\omega) \text{ կամ } k_2 = 2k: \qquad (6.8)$$

Այս դեպքում էներգիայի անցումը հիմնական ճառագայթումից երկրորդ հարմոնիկ տեղի է ունենում առանձնահատուկ ուժգնությամբ: Երկու ալիքներն էլ տարածվում են միևնույն փուլային արագությամբ և նրանց միջև փուլային առնչությունը պահպանվում է ամբողջ տարածման ընթացքում: Այդ պատճառով (6.8) կոչվում է փուլային սինքրոնության պայման:

Նկատենք, որ քվանտային մոտեցման տեսակետից փուլային սինքրոնության պայմանն ուղղակի իմպուլսի պահպանման օրենքն է: Իրոք, այստեղ գործ ունենք հետևյալ պրոցեսի հետ, միջավայր են ընկնում լույսի երկու քվանտ՝ $\hbar\omega$ էներգիայով և $\hbar\vec{k}$ իմպուլսով: Միջավայրի հետ փոխազդեցության հետևանքով ձևավորվում է նորը՝ $\hbar\omega_2$ էներգիայով և $\hbar\vec{k}_2$ իմպուլսով: Էներգիայի պահպանման օրենքի համաձայն $\hbar\omega + \hbar\omega = \hbar\omega_2$, որտեղից՝ $\omega_2 = 2\omega$: Իսկ իմպուլսի պահպանման օրենքից ունենք՝ $\hbar\vec{k} + \hbar\vec{k} = \hbar\vec{k}_2$ կամ $\Delta\vec{k} = \vec{k}_2 - 2\vec{k} = 0$. Մասնավորապես, եթե երեք քվանտն էլ տարածվում են նույն ուղղությամբ, ապա կստանանք (6.8) փուլային սինքրոնության պայմանը:

Հարկավոր է նկատի ունենալ, որ համաչափության (սիմետրիայի) վերաբերյալ դատողություններից բխում է, որ իզոտրոպ նյութերում, օրինակ՝ ապակի, երկրորդ հարմոնիկ չի կարող ստացվել, քանի որ ինվերսիայի կենտրոն ունեցող նյութերի համար ինվերսիայի ձևափոխության ժամանակ $\chi^{(2)}$-ը չի փոխում իր նշանը (տես §3.4): Բայց

այդպիսի ձևափոխության ժամանակ $\vec{P}$-ն և $\vec{E}$-ն փոխում են իրենց նշանները, հետևաբար՝ $\chi^{(2)} = 0$: Այսպիսով՝ երկրորդ հարմոնիկի գեներացիայի համար պիտանի են միայն այն միջավայրերը, որոնք չունեն ինվերսիայի կենտրոն (օրինակ՝ անիզոտրոպ բյուրեղները, էլեկտրական, մագնիսական, գրավիտացիոն դաշտերում գտնվող ցանկացած միջավայր և այլն): Անիզոտրոպ բյուրեղում նորմալ դիսպերսիայի տիրույթում սովորական՝ n_ω^o և անսովոր՝ n_ω^e ալիքների բեկման ցուցիչներն աճում են հաճախության մեծացման զուգընթաց և տարբեր հաճախությունների համար բեկման ցուցիչների $\Delta n^o = n_{2\omega}^o - n_\omega^o$, $\Delta n^e = n_{2\omega}^e - n_\omega^e$ տարբերությունները զրոյից տարբերվող մեծություններ են: Հետևաբար՝ եթե հիմնական հաճախության և երկրորդ հարմոնիկի ալիքները միևնույն բևեռացման են, ապա $l_c^o = \lambda_1 / 4(n_{2\omega}^o - n_\omega^o)$ և $l_c^e = \lambda_1 / 4(n_{2\omega}^e - n_\omega^e)$ շատ փոքր մեծություններ են՝ $\sim 10^{-3}$սմ կարգի (հիմնական ճառագայթի ալիքի երկարությունը վերցված է $\lambda = 1$ *մկմ*):

Այսուհանդերձ, փուլային սինքրոնության $n(2\omega) = n(\omega)$ պայմանը կարող է իրականացվել, եթե փոխազդեն երկու տարբեր բևեռացմամբ ալիքներ: Հիշենք, որ անիզոտրոպ միջավայրի բեկման ցուցիչը, հետևաբար և ալիքի փուլային արագությունը, կախված են ոչ միայն ω հաճախությունից, այլ նաև ալիքի բևեռացումից: Որպես օրինակ դիտարկենք միառանցք բյուրեղ, որի գլխավոր հատույթի հարթությանն ուղղահայաց բևեռացված ալիքի (սովորական ալիքի) բեկման ցուցիչը՝ n_ω^o-ն, կախված չէ ալիքի տարածման ուղղությունից, մինչդեռ այդ հարթությունում բևեռացված ալիքի (անսովոր) n_ω^e բեկման ցուցչինը՝ կախված է: Համապատասխանաբար, անիզոտրոպ բյուրեղի ալիքային մակերևույթների հատույթները տարբեր են (շրջան՝ սովորական ալիքի համար և էլիպս՝ անսովորի):

Նկ. 6.6-ում պատկերված է միառանցք բյուրեղի բեկման ցուցիչների (n_{ω}° , n_{ω}^{e}), ($n_{2\omega}^{\circ}$, $n_{2\omega}^{e}$) մակերևույթների հատույթները համապատասխանաբար՝ հիմնական և երկրորդ հարմոնիկի ալիքների համար: Եթե հիմնական հաճախության ալիքը սովորական է, իսկ երկրորդ հարմոնիկը՝ անսովոր, այսինքն, դրանք տարբեր բևեռացման ալիքներ են, և եթե երկբեկումը բավականաչափ մեծ է (էլիպսը բավականաչափ հեռու է շրջանից), ապա հնարավոր է $n_{2\omega}^{e}$ էլիպսի և n_{ω}° շրջանի փոխհատում oz առանցքի նկատմամբ θ_s անկյան տակ: Հետևաբար, այդ ուղղությամբ լույսի տարածման դեպքում իրականացվում է սինքրոնության պայմանը՝ $n(2\omega) = n(\omega)$ և կարող է ստացվել l_c բավականաչափ մեծ արժեքներ: Այդ ուղղությունից չնչին շեղումները հանգեցնում են կոհերենտության երկարության փոքրացմանը:

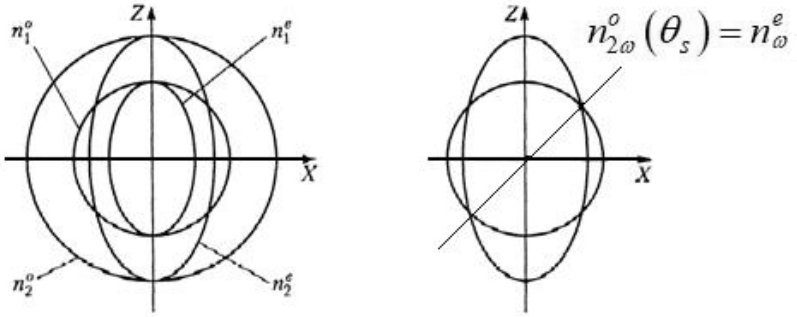
Գիտենալով հիմնական ճառագայթման համար՝ n_{ω}°, n_{ω}^{e} և երկրորդ հարմոնիկի համար բեկման ցուցիչների $n_{2\omega}^{\circ}$, $n_{2\omega}^{e}$ արժեքները, $n_{2\omega}^{e}\left(\theta = \theta_c\right) = n_{\omega}^{\circ}$ առնչությունից կարելի է հաշվել սինքրոնության θ_s անկյունը: Իրոք, ելնելով փուլային սինքրոնության պայմանից, կարող ենք գրել

$$\frac{1}{\left(n_{\omega}^{o}\right)^2} = \frac{\cos^2\theta_s}{\left(n_{2\omega}^{o}\right)^2} + \frac{\sin^2\theta_s}{\left(n_{2\omega}^{e}\right)^2}:$$

Ձևափոխելով այս առնչությունը, կստանանք հետևյալ արտահայտությունը՝

$$n_{2\omega}^{e}\left(\theta\right) = \frac{n_{2\omega}^{e}}{\sqrt{1-\varepsilon^2\cos^2\theta_s}}, \qquad (6.9)$$

որտեղ $\varepsilon = \sqrt{1-(n_{2\omega}^{e}/n_{2\omega}^{0})^2}$ -ն էլիպսի էքսցենտրիսիտետն է:

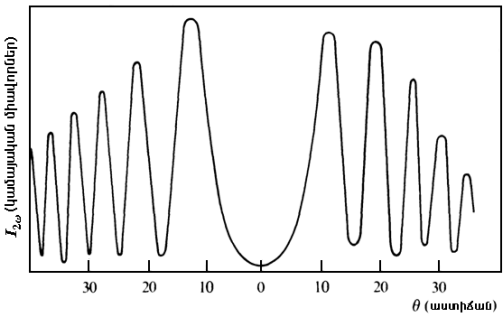


Նկ. 6.6. Անիզոտրոպ բյուրեղում բեկման ցուցիչների (n_ω°, n_ω^e), ($n_{2\omega}^\circ$, $n_{2\omega}^e$) մակերևույթների հատույթները հիմնական և երկրորդ հարմոնիկի ալիքների համար:

Այսպիսով՝ տվյալ դեպքում դիտարկվում է $k_\omega^\circ + k_\omega^\circ = k_{2\omega}^e$ տեսքի փոխազդեցություն, այսինքն, երբ հիմնական ճառագայթման երկու սովորական ալիքների փոխազդեցությունից ծնվում է երկրորդ հարմոնիկի «անսովոր» ալիքը (կրճատ՝ փոխազդեցության այսպիսի տեսակը գրվում է՝ $oo \to e$ կամ ooe): Սինքրոն փոխազդեցության անկյան արժեքը կստանանք (6.9) բանաձևից՝

$$\cos^2\theta_s^{ooe} = \frac{1}{\varepsilon^2}\left[1 - \left(\frac{n_{2\omega}^e}{n_\omega^\circ}\right)^2\right]: \qquad (6.\ 9ա)$$

ooe տեսակից բացի, *KDP* բյուրեղում սինքրոնություն հնարավոր է նաև $\omega^o + \omega^e = (2\omega)^e$ տեսակի փոխազդեցության համար: (6.7) արտահայտությամբ ներկայացված անկյունային կախվածությունը կարելի է ստուգել Նկ. 6.1-ում պատկերված սարքի միջոցով: Համապատասխան չափումը պատկերված է Նկ. 6.7-ում:



Նկ. 6.7. Երկրորդ հարմոնիկի ինտենսիվության կախվածությունը θ անկյունից:

Այս կախման մեջ մինիմումների միջև եղած հեռավորությունները հավասար են և որոշվում են ինտենսիվության զրո դառնալու պայմանից՝

$$\frac{2\pi L}{\lambda_1}\Delta n^{ooe} = m\pi\,, \qquad (6.\ 10)$$

որտեղ m -ը ամբողջ թիվ է:

§6.3. Երկրորդ հարմոնիկի գեներում: Կարճեցված հավասարումների համակարգ

Այժմ անդրադառնանք երկրորդ հարմոնիկի գեներման տեսական նկարագրությանը կապված ալիքային հավասարումների օգնությամբ: Օգտվենք §4.3-ում ԵՀԳ երևույթի նկարագրության համար ստացված կապված ալիքային հավասարումների համակարգից (կլանման բացակայությամբ)՝

$$\left.\begin{aligned}\frac{dA_1(z)}{dz} &= -i\sigma_1 A_1^*(z)A_2(z)e^{-i\Delta kz}\\ \frac{dA_2(z)}{dz} &= -i\sigma_2 A_1\,(z)A_1\,(z)e^{i\Delta kz}\end{aligned}\right\}: \qquad (6.\ 11)$$

Հավասարումների (6.11) համակարգն ամբողջացնելու համար անհրաժեշտ է այն լրացնել նաև եզրային պայմաններով՝

$$A_1(z)\Big|_{z=0} = A_{10};\ A_2(z)\Big|_{z=0} = 0: \tag{6.12}$$

Արդարացի լինելու համար պետք է նկատել, որ $A_2(z)\Big|_{z=0} = A_{20} \approx \sigma_1 A_{10}^2 \ll 1$: Ուստիև եզրային պայմանների (6.12) տեսքը լիովին հիմնավորված է:

§6.4. Մղման տրված դաշտի մոտավորություն

Անդրադառնանք երկրորդ հարմոնիկի գեներացիային այն դեպքում, երբ գեներացվող երկրորդ հարմոնիկի լայնույթը զգալիորեն փոքր է հիմնական հարմոնիկի լայնույթից, այսինքն՝

$$A_2(z) \ll A_1(z): \tag{6.13ա}$$

Նման մոտավորության սահմաններում կարելի է թույլ հետադարձ ազդեցությունն անտեսել և ընդունել, որ

$$A_1(z)\Big|_{z=0} = A_{10} = const, \tag{6.13բ}$$

այսինքն՝ հիմնական հարմոնիկի էներգիան կարելի է համարել անսպառ: Այս մոտավորությանն ընդունված է անվանել տրված դաշտի մոտավորություն և (6.11) համակարգի փոխարեն կարող ենք գրել

$$\frac{dA_2(z)}{dz} = -i\sigma_2 A_{10}^2 e^{i\Delta kz}: \tag{6.14}$$

Ինտեգրելով վերջին հավասարումը՝ ստանում ենք

$$A_2(z) = \sigma_2 A_{10}^2 \frac{\left(1-\exp(i\Delta kz)\right)}{\Delta k} \tag{6.15}$$

կամ

$$A_2(z) = -i\sigma_2 A_{10}^2 z \exp\left(\frac{i\Delta kz}{2}\right)\sin c\frac{\Delta kz}{2}: \tag{6.15ա}$$

Այստեղ օգտագործված է $\operatorname{sinc} x = \sin x / x$ նշանակումը: Համապատասխանաբար, երկրորդ հարմոնիկի մոդուլի համար կարող ենք գրել

$$\left|A_2(z)\right| = \sigma_2 A_{10}^2 \left|\frac{\sin\left(\Delta k z/2\right)}{\left(\Delta k/2\right)}\right| : \qquad (6.15բ)$$

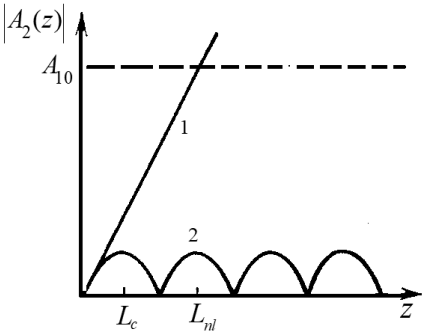
Հեշտ է տեսնել, որ փուլային սինքրոնության պայմանի բավարարման դեպքում $\left(\Delta k = 0\right)$ երկրորդ հարմոնիկի լայնույթի մոդուլի կախվածությունը z կոորդինատից գծային է (տես Նկ. 6.8, 1 գրաֆիկը)՝

$$\left|A_2(z)\right| = \sigma_2 A_{10}^2 z : \qquad (6.15գ)$$

Հարկ է հաշվի առնել, սակայն, որ (6.13ա) սահմանափակմամբ պայմանավորված, (6.15բ) արտահայտությունը կիրառելի է $z \ll L_{nl}$ հեռավորությունների դեպքում, որտեղ

$$L_{nl} = \left(\sigma_2 A_{10}\right)^{-1} : \qquad (6.16)$$

Ինչպես երևում է Նկ. 6.8-ից, $L \geq L_{nl}$ հեռավորությունների վրա փոխարկված երկրորդ հարմոնիկի ինտենսիվությունը կարող է դառնալ զգալի և (6. 11) համակարգի առաջին հավասարման անտեսումը կհանգեցնի սխալ արդյունքի:



Նկ. 6.8. Երկրորդ հարմոնիկի լայնույթի կախվածությունը տարածական կոորդինատից՝ տրված դաշտի մոտավորությամբ:

Եթե փուլային սինքրոնության պայմանը բավարարված չէ $(\Delta k \neq 0)$, երկրորդ հարմոնիկի գեներացիան կրում է բաբախումների բնույթ (տես Նկ. 6.8, 2 գրաֆիկը): Հեռավորությունը, որի վրա երկրորդ հարմոնիկի լայնույթը հասնում է առաջին առավելագույն արժեքին կոչվում է, ինչպես արդեն նշվել է, կոհերենտության երկարություն՝

$$L_c = \frac{\pi}{\Delta k} = \frac{\lambda}{4\left|\sqrt{\varepsilon(2\omega)} - \sqrt{\varepsilon(\omega)}\right|}: \tag{6.17}$$

Դաշտի առավելագույն արժեքը այդ հեռավորության վրա կլինի

$$\left|A_{2,\max}\left(L_c\right)\right| = \frac{\sigma_2 \lambda A_{10}^2}{2\pi\left|\sqrt{\varepsilon(2\omega)} - \sqrt{\varepsilon(\omega)}\right|}: \tag{6.18}$$

Դժվար չէ վերը ստացված արտահայտությունների օգնությամբ պարզել, թե ինչ դիսպերսիայի սահմաններում է երկրորդ հարմոնիկի լայնույթը մնում զգալի փոքր հիմնական հարմոնիկի լայնույթից, այսինքն՝ տրված դաշտի մոտավորության կիրառելիության սահմանները: Իսկապես, պահանջենք, որ $A_{2,\max} \ll A_{10}$: Այդ դեպքում (6.16)-(6.18) արտահայտությունների միջոցով դժվար չէ ապացուցել, որ նշված պայմանը համարժեք է

$$L_c \ll L_{nl} \tag{6.19}$$

պայմանին, կամ կարող ենք ներկայացնել որպես սահմանափակում միջավայրի դիսպերսիոն հատկությունների վրա (ուժեղ դիսպերսիայի պայման)

$$\left|\sqrt{\varepsilon(2\omega)} - \sqrt{\varepsilon(\omega)}\right| \gg \lambda\sigma_2 A_{10}: \tag{6.19ա}$$

Հիշեցնենք, որ փուլային սինքրոնության հարցին մանրամասն անդրադարձել ենք §6.2-ում:

§6.5. Հետադարձ ազդեցության հաշվառումը

Ինչպես նշվեց նախորդ պարագրաֆում, տրված դաշտի մոտավորությունը սահմանափակված է L_{nl}-ից փոքր հեռավորություններով: Հաճախ, սակայն, փոխարկման մեծ գործակիցներ ստանալու նպատակով ոչ գծային միջավայրի երկարությունը զգալիորեն գերազանցում է այդ հեռավորությունները: Նման դեպքերում նպատակահարմար է կարճեցված հավասարումների համակարգն առանց մոտավորությունների լուծելը, քանի որ առաջացող երկրորդ հարմոնիկի ինտենսիվությունը համեմատելի է դառնում ընկնող դաշտի ինտենսիվության հետ: Սակայն, հավասարումների (6.11) համակարգի ընդհանուր լուծման ճանապարհին առկա են որոշակի նրբություններ: Անդրադառնանք այդ հարցին մանրամասն:

Կարճեցված հավասարումների համակարգը լուծելու համար ընդունված է կոմպլեքս լայնույթներից անցնել իրական լայնույթների և փուլերի: Ներկայացնենք $A_{1,2}(z)$ կոմպլեքս լայնույթը հետևյալ տեսքով՝

$$A_{1,2}(z) = \left|A_{1,2}(z)\right| e^{i\varphi_{1,2}(z)} = a_{1,2} e^{i\varphi_{1,2}(z)} : \qquad (6.20)$$

(6.11) համակարգում տեղադրելուց և գործողությունները կատարելուց հետո ստանում ենք

$$\begin{cases} \dfrac{da_1}{dz} + \sigma_1 a_1 a_2 \sin\Psi = 0 \\ \dfrac{da_2}{dz} - \sigma_2 a_1^2 \sin\Psi = 0 \\ \dfrac{d\Psi}{dz} - \Delta k - \left(2\sigma_1 a_2 - \sigma_2 \dfrac{a_1^2}{a_2}\right)\cos\Psi = 0 \\ \Psi = 2\varphi_1 - \varphi_2 + \Delta k z \end{cases} : \qquad (6.21)$$

Հավասարումների (6.21) համակարգը լուծելու համար մշակված են տարբեր մեթոդներ: Անդրադառնանք այդ մեթոդներին և ստացված արդյունքներին: Քննարկենք այն մասնավոր՝ $\Delta k = 0$, դեպքում:

(6.21) համակարգի առաջին երկու հավասարումներից որոշենք $\sigma_1 a_2$ և $\sigma_2 a_1^2 / a_2$ արտահայտությունները՝

$$\sigma_1 a_2 = -\frac{1}{a_1 \sin\Psi}\frac{da_1}{dz} \tag{6.22ա}$$

$$\frac{\sigma_2 a_1^2}{a_2} = \frac{1}{a_2 \sin\Psi}\frac{da_2}{dz}: \tag{6.22բ}$$

Տեղադրելով ստացված արտահայտությունները (6.21) երրորդ հավասարման մեջ՝ $\Delta k = 0$ պայմանի հաշվառմամբ կստանանք

$$\frac{d}{dz}\left\{\ln\left(a_1^2 a_2 \cos\Psi\right)\right\} = 0: \tag{6.23}$$

Սա նշանակում է, որ $\Gamma = a_1^2(z) a_2(z) \cos\Psi(z) = const$: (6.21) համակարգի առաջին երկու հավասարումներից կարելի է ստանալ ևս մեկ մեծություն, որը կախված չէ տարածական z կոորդինատից: Քանի որ ((6.12ա) և (6.20))-ի համաձայն $a_2(z)\big|_{z=0} = 0$, ապա ոչ գծային միջավայրի մուտքում $\Gamma = 0$, որտեղից հետևում է, որ $\Psi(z) = \pi/2$: Վերջնականորեն (6.21) համակարգի համար ստանում ենք

$$\frac{da_1}{dz} = -\sigma_1 a_1 a_2 \tag{6.24ա}$$

$$\frac{da_2}{dz} = \sigma_2 a_1^2: \tag{6.24բ}$$

Դժվար չէ (6.24ա, բ) օգնությամբ ստանալ ևս մեկ պահպանման օրենք: Բազմապատկելով (6.24ա) հավասարումը a_2-ով, իսկ (6.24բ)-ն՝ a_1-ով և գումարելով՝ ստանում ենք

$$a_1^2 + a_2^2 = const = A_{10}^2: \tag{6.25}$$

Այս առնչության օգնությամբ, օրինակ, (6.24բ) հավասարումը կընդունի հետևյալ տեսքը՝

$$\frac{da_2}{dz} = \sigma_2\left(A_{10}^2 - a_2^2\right), \tag{6.26}$$

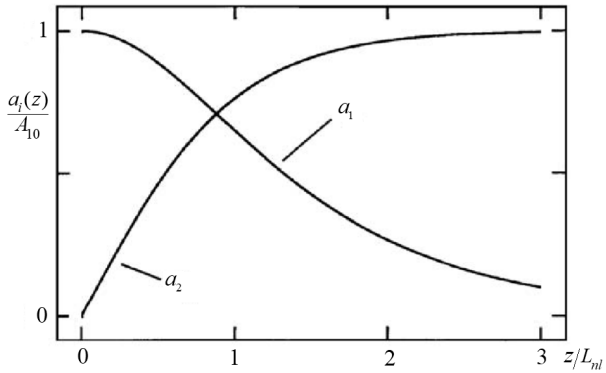
որի լուծումը լավ հայտնի է՝

$$\frac{a_2(z)}{A_{10}} = th\left(\frac{z}{L_{nl}}\right): \qquad (6.27ա)$$

Հիմնական հարմոնիկի $a_1(z)$ լայնույթի համար (6.25)-ից կստանանք

$$\frac{a_1(z)}{A_{10}} = ch^{-1}\left(\frac{z}{L_{nl}}\right): \qquad (6.27բ)$$

Ստացված (6.27ա,բ) կախվածությունները պատկերված են Նկ. 6.9-ում: Դժվար չէ համոզվել, որ $z = L_{nl}$ հեռավորության վրա երկրորդ հարմոնիկի ներմավորված լայնույթը կազմում է 0,76, իսկ ինտենսիվությունը՝ 0,58: Նկ. 6.9-ից երևում է նաև, որ $z \to \infty$ դեպքում հնարավոր է հիմնական հարմոնիկի էներգիայի լրիվ փոխակերպում երկրորդ հարմոնիկի: Պետք է ի նկատի առնել, սակայն, որ նման արդյունքը ստացվել է հարթ ալիքային մոտավորությամբ:



Նկ. 6.9. Երկրորդ հարմոնիկի ներմավորված լայնույթի կախվածությունը պարաձական կոորդինատից՝ հետադարձ ազդեցության հաշվառմամբ:

§6.6. Տրված ինտենսիվության մոտավորություն

Կարճեցված հավասարումների (6.11) համակարգը լուծելու համար § 6.4.-ում ներկայացվել էր տրված դաշտի մոտավորությունը, որտեղ ընդունվում էր, որ $A_1(z)=const$ ինչը համարժեք էր $a_1(z)=a_1(0),\varphi_1(z)=\varphi_1(0)$ պնդմանը: Այս մոտավորությունը զգալի հեշտացնում է տեսական վերլուծությունը, սակայն այն ճապաղում է ոչ գծայնության մասին պատկերացումները և պրոցեսի մասին ինֆորմացիայի կորստի է հանգեցնում:

Այս առումով ավելի արդարացված է տրված ինտենսիվության մոտավորությունը, որի դեպքում ընդունվում է միայն լայնույթի իրական մասի հաստատուն լինելը՝

$$a_1(z)\equiv a_1(0), \tag{6.28}$$

իսկ $\varphi_1(z)\neq\varphi_1(0)$, այսինքն՝ ոչ գծայնությունն առաջնահերթ ազդում է փուլի վրա՝ որպես ավելի զգայուն ֆիզիկական մեծության:

Այս մեթոդի շարադրանքի համար օգտվենք (6.11) համակարգից: Դիֆերենցենք այդ համակարգի հավասարումները ըստ z կոորդինատի՝

$$\frac{d^2A_1}{dz^2}=-i\sigma_1\left(A_2\frac{dA_1^*}{dz}+A_1^*\frac{dA_2}{dz}-i\Delta kA_1^*A_2\right)e^{-i\Delta kz} \tag{6.29ա}$$

$$\frac{d^2A_2(z)}{dz^2}=-i\sigma_2\left(2A_1\frac{dA_1}{dz}+i\Delta kA_1^2\right)e^{i\Delta kz}: \tag{6.29բ}$$

Չնափոխենք (6.29) համակարգը՝ օգտվելով (6.11)-ից՝

$$\frac{d^2A_1}{dz^2}+i\Delta k\frac{dA_1}{dz}-\sigma_1\left(\sigma_1I_2-\sigma_2I_1\right)A_1=0 \tag{6.30ա}$$

$$\frac{d^2A_2}{dz^2}-i\Delta k\frac{dA_2}{dz}+2\sigma_1\sigma_2A_2I_1=0: \tag{6.30բ}$$

Այստեղ ներմուծված են

$$I_1 = A_1 A_1^* = a_1^2, \qquad I_2 = A_2 A_2^* = a_2^2 \tag{6.30գ}$$

նշանակումները: Տրված ինտենսիվության մոտավորության սահմաններում

$$I_1(z) = I_1(z=0) = I_{10}: \tag{6.31}$$

Այդ դեպքում (6.30բ) հավասարման փոխարեն կարող ենք գրել

$$\frac{d^2 A_2}{dz^2} - i\Delta k \frac{dA_2}{dz} + 2\sigma_1\sigma_2 A_2 I_{10} = 0: \tag{6.32}$$

Հաշվի առնելով եզրային պայմանները

$$A_2(0) = 0, \qquad \left(\frac{dA_2}{dz}\right)_{z=0} = -i\sigma_2 A_1^2(0), \tag{6.32ա}$$

(6.32) հավասարման լուծումը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$A_2(z) = -i\sigma_2 A_1^2(0) z \exp\left(\frac{i\Delta k z}{2}\right) \sin c\left(\Lambda z\right): \tag{6.33}$$

Այստեղ համառոտության համար կատարված են հետևյալ նշանակումները՝

$$\sin c\left(\Lambda z\right) = \frac{\sin\left(\Lambda z\right)}{\Lambda z}; \qquad \Lambda = \sqrt{\left(\frac{\Delta k}{2}\right)^2 + 2\sigma_1\sigma_2 I_{10}}: \tag{6.33ա}$$

Համեմատենք ստացված լուծումը տրված դաշտի մոտավորությամբ ստացված (6.15ա) լուծման հետ: Ինչպես տեսնում ենք, $\sin c(\Delta k z/2)$ արտադրիչը փոխարինված է ոչ միայն փուլային ապալարքից (Δk), այլ նաև հիմնական հարմոնիկի I_{10} ինտենսիվությունից կախված $\sin c\left(\Lambda z\right)$-է արտադրիչով: $\Delta k \gg 2\sqrt{2\sigma_1\sigma_2 I_{10}}$ դեպքում, համաձայն (6.33ա) արտահայտության, այդ երկու լուծումները համընկնում են: Ներմուծելով, համաձայն (6.20) արտահայտության, իրական փուլը և ամպլիտուդը (6.33) լուծումը կարող ենք ներկայացնել հետևյալ տեսքով ($-i = \exp\left(-i\pi/2\right)$ առնչության հաշվառմամբ)՝

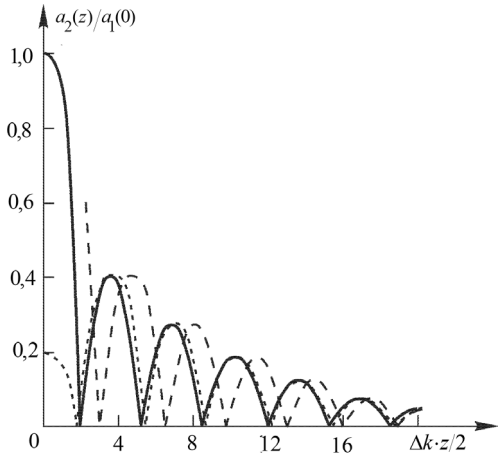
$$a_2(z)\exp\left(i\varphi_2(z)\right) = \sigma_2 a_1^2(0) z \sin c\left(\Lambda z\right) \exp\left\{i\left(2\varphi_1(0) - \frac{\pi}{2} + \frac{\Delta k z}{2}\right)\right\}:$$

Այստեղից երկրորդ հարմոնիկի իրական լայնույթի և փուլի՝ տարածական կոորդինատից ունեցած կախվածության համար կարող ենք գրել

$$a_2(z) = \sigma_2 a_1^2(0) z \sin c\left(\Lambda z\right) \qquad (6.34\text{ա})$$

$$\varphi_2(z) = 2\varphi_1(0) - \frac{\pi}{2} + \frac{\Delta k z}{2} : \qquad (6.34\text{բ})$$

Երկրորդ հարմոնիկի նորմավորված լայնույթի կախվածությունները $\Delta kl/2$ պարամետրից (նմուշի $l = 2/\sqrt{\sigma_1\sigma_2 I_{10}}$ հաստության դեպքում) պատկերված են Նկ. 6.10-ում:



Նկ. 6.10. Երկրորդ հարմոնիկի նորմավորված լայնույթի կախվածությունը $\Delta kl/2$ պարամետրի արժեքից (բյուրեղի հաստությունը $l = 2/\sqrt{\sigma_1\sigma_2 I_{10}}$):

Անընդհատ գծով կառուցված է նորմավորված լայնույթի կախվածությունը հետադարձ ազդեցության հաշվառման դեպքում, կետագծով՝ տրված ինտենսիվության մոտավորությամբ, ընդհատ գծով՝ տրված դաշտի մոտավորությամբ: Ինչպես երևում է նկարից, $\Delta kl/2 > 2$ դեպքում հոծ գիծը և կետագիծը պրակտիկորեն համընկնում են, իսկ ընդհատ գիծը նշված պարամետրի մեծ արժեքների դեպքում է ձգտում մոտենալ նրանց: Ասվածը վկայությունն է առ այն,

որ տրված ինտենսիվության մոտավորությունն ավելի մոտ է իրական լուծմանը, քան տրված դաշտի մոտավորությունը (փուլային ոչ մեծ ապալարքերի դեպքում): Նշենք, որ փոքր երկարությունների՝ $l < 2/\sqrt{\sigma_1\sigma_2 I_{10}}$, դեպքում համընկնումը դիտվում է փուլային ապալարքի ցանկացած արժեքի դեպքում:

§6.7. Ամփոփում

Այս թեմայում ներկայացված է երկրորդ հարմոնիկի գեներացիայի ստացման և վերլուծության մի շարք առանձնահատկություններ հարթ ալիքային մոտավորությամբ: Անդրադարձ է կատարված ԵՀԳ ստացման համար անհրաժեշտ կարևորագույն պայմանին՝ փուլային սինքրոնությանը, այդ պայմանի ինտերֆերենցիոն բնույթին, ինչպես նաև դրա իրականացման փորձարարական հնարավորություններին:

Նկատենք, որ ամբողջական նկարագրությունը ներառում է այնպիսի հարցեր, ինչպիսիք են ԵՀԳ տարածական սահմանափակ փնջերում, փնջերի ֆոկուսացման ազդեցությունը փոխարկման գործակցի վրա, երկառանցք բյուրեղներում փուլային սինքրոնության առանձնահատկությունները, ԵՀԳ լազերային ռեզոնատորներում և այլն: Այդ հարցերը, սակայն, մասնավոր հետաքրքրություն են ներկայացնում կիրառական տեսանկյունից, ուստիև այս ձեռնարկի սահմաններում այդ քննարկումները ներառված չեն:

ԹԵՄԱ 7. ՔԱՌԱԿՈՒՍԱՅԻՆ ԱՅԼ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐ

§7.1. Գումարային և տարբերությունային հաճախությունների գեներում

Երկրորդ հարմոնիկի գեներումից բացի, քառակուսային $\vec{P}^{(2)} = \chi^{(2)}\vec{E}\vec{E}$ բևեռացմամբ պայմանավորված ոչ գծային միջավայրում կարող են ընթանալ այլ երևույթներ նույնպես: Մասնավորապես, մի քանի մոնոքրոմատիկ ալիքների տարածման դեպքում միջավայրում տեղի է ունենում հաճախությունների խառնման տարբեր պրոցեսներ, այդ թվում նաև օպտիկական ուղղում: Համառոտ անդրադառնանք այդ երևույթներին նույնպես:

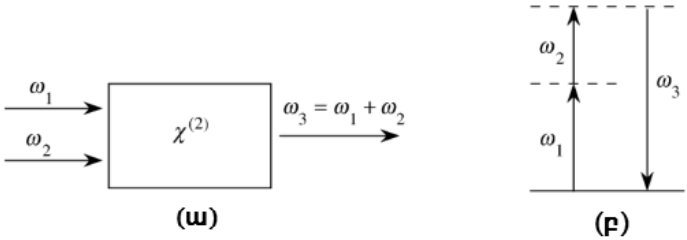
Մանրամասնենք այն դեպքը, երբ ոչ գծային միջավայրի վրա ընկնում են երկու տարբեր հաճախությամբ հարթ ալիքներ՝

$$E(x,t) = E_1\cos(\omega_1 t - k_1 x) + E_2\cos(\omega_2 t - k_2 x): \qquad (7.1)$$

Տեղադրենք $P^{(2)} = \chi^{(2)}E^2(x,t)$ արտահայտության մեջ: Ձևափոխելուց հետո ստանում ենք

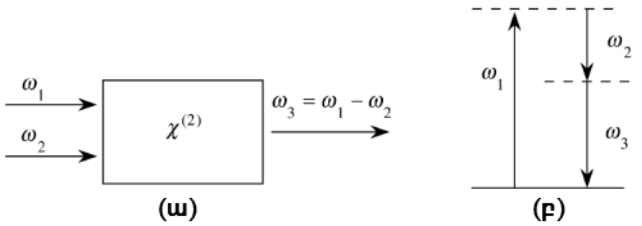
$$\begin{aligned} P^{(2)}(x,t) = {} & \frac{1}{2}\chi^{(2)}E_1^2 + \frac{1}{2}\chi^{(2)}E_2^2 + \\ & + \frac{1}{2}\chi^{(2)}E_1^2\cos(2\omega_1 t - 2k_1 x) + \frac{1}{2}\chi^{(2)}E_2^2\cos(2\omega_2 t - 2k_2 x) + : \\ & + \chi^{(2)}E_1E_2\cos\{(\omega_1+\omega_2)t - (k_1+k_2)x\} + \\ & + \chi^{(2)}E_1E_2\cos\{(\omega_1-\omega_2)t - (k_1-k_2)x\} \end{aligned} \qquad (7.2)$$

Ինչպես երևում է (7.2) արտահայտությունից, բացի հիմնական հաճախությունների երկրորդ հարմոնիկներից ($2\omega_1; 2\omega_2$) և հաստատուն բաղադրիչից ($\chi^{(2)}E_{1,2}^2$), այս դեպքում առաջանում են նաև բաղադրիչներ $\omega_1+\omega_2$ (գումարային՝ Նկ. 7.1ա, բ) և $\omega_1-\omega_2$ (տարբերությունային՝ Նկ. 7.2ա, բ) հաճախությունների վրա:



Նկ. 7.1. Գումար հաճախության գեներումը: ա) Փոխազդեցության երկրաչափությունը, բ) Նկարագրությունը էներգիական մակարդակների օգնությամբ:

Հեշտ է տեսնել, որ գումար հաճախության գեներումը ԵՀԳ անալոգն է, երբ գումարվող հաճախությունները տարբեր են: Գումար և տարբերությունային հաճախությունների գեներման պրոցեսներում առկա է մի տարբերություն: Դա կարելի է մեկնաբանել էներգիական դիագրամների օգնությամբ:



Նկ. 7.2. Տարբերությունային հաճախության գեներումը:
ա) Փոխազդեցության երկրաչափությունը, բ) Նկարագրությունը էներգիական մակարդակների օգնությամբ:

Ինչպես երևում է 7.2բ նկարից, համաձայն էներգիայի պահպանման օրենքի, յուրաքանչյուր ծնված $\omega_3 = \omega_1 - \omega_2$ հաճախությամբ ֆոտոնի փոխարեն ոչնչանում է մուտքային ճառագայթման մեկ ֆոտոն (ω_1 հաճախության)՝միաժամանակ ծնելով նաև մեկ ցածր հաճախության մուտքային (ω_2) ֆոտոն: Սա նշանակում է, որ ատոմը, կլանելով ω_1 հաճախության ֆոտոն, բարձրանում է վերին էներգիական մակարդակ՝ հետագայում վերադառնով հիմնական մակարդակ երկֆոտոն ճառագայթման պրոցեսում:

§7.2. Պարամետրական ուժեղացում և գեներում

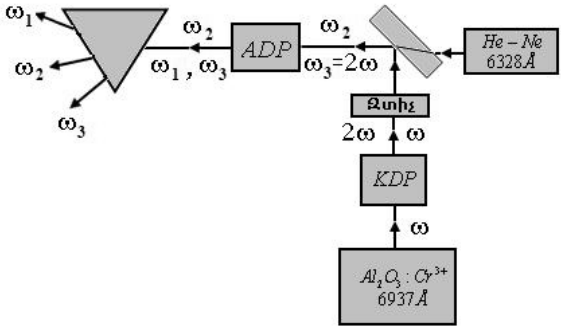
Հաշվի առնելով տարբերությունային հաճախության գեներման (երբեմն ընդունված է նաև անվանել տրոհումային անկայունության երևույթ) կարևորությունը պարամետրական գեներատորների ստեղծման բնագավառում՝ մի փոքր ավելի մանրամասն անդրադառնանք այս հարցին: Երևույթի ուսումնասիրման փորձարարական սխեման (Վանգ և Ռելեյ) ունի Նկ. 7.3-ում պատկերված տեսքը: Որպես մղման ալիք օգտագործվում է $\omega_3 = 2\omega$ (ռուբինային լազերի երկրորդ հարմոնիկը): $He - Ne$ լազերի թույլ ճառագայթումը (~ 10մՎտ) ω_2 հաճախությամբ ազդանշանային ալիքն է: Այդ ω_3, ω_2 ալիքները թիթեղի միջոցով ուղղվում են ADP բյուրեղի վրա, որտեղ էլ ոչ գծային փոխազդեցության արդյունքում առաջանում է

$$\omega_1 = \omega_3 - \omega_2 \qquad (7.\ 3\text{ա})$$

տարբերությունային հաճախությամբ ալիքը ($\lambda_1 = 7676\ \mathring{\text{A}}$): Համուղղված փնջերի տարածական բաժանումն իրականացվում է դիսպերսող պրիզմայի օգնությամբ: Այնպես, ինչպես երկրորդ հարմոնիկի դեպքում, այստեղ նույնպես անհրաժեշտ է բավարարել փուլային սինքրոնության պայմանը, որը ստացվում է ֆոտոնների իմպուլսի պահպանման օրենքից՝

$$\vec{k}_1 = \vec{k}_3 - \vec{k}_2 : \qquad (7.\ 3\text{բ})$$

Նկատենք, որ պարամետրական պրոցեսը կարող է ընթանալ անգամ արտաքին ω_2 հաճախության ֆոտոնների բացակայության դեպքում՝ վիրտուալ մակարդակների մասնակցությամբ ընթացող սպոնտան երկֆոտոն ճառագայթման արդյունքում: Իհարկե, որպես սպոնտան պրոցես, գեներվող ալիքների ինտենսիվությունը բավականաչափ փոքր է: Այս երևույթը հայտնի է որպես պարամետրական ֆլուորեսցենցիա:

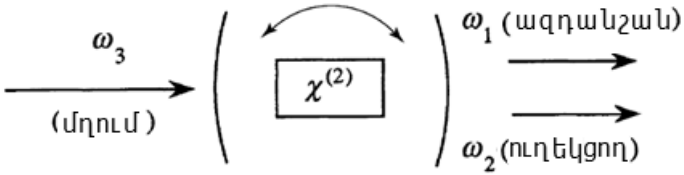


Նկ. 7.3. Պարամետրական պրոցեսների փորձարարական ուսումնասիրությունը:

Այս պրոցեսը կարող է ուժեղացվել, եթե ոչ գծային բյուրեղը տեղակայվի ռեզոնատորի ներսում: Փոփոխելով, ասենք օրինակ, բյուրեղի ջերմաստիճանը, կողմնորոշումը, կամ կիրառելով արտաքին դաշտ, կարելի է փոխել $\vec{k}_2$ ալիքային վեկտորը, ինչը, որպես հետևանք, կհանգեցնի գեներվող ալիքի երկարության փոփոխության: Սա նշանակում է, որ այսպիսի պարամետրական գեներատորի ալիքի երկարությունը կարելի է փոփոխել՝ վերալարել: Այս սարքավորմանը ընդունված է անվանել պարամետրական գեներատոր: Նկ. 7.4-ում պատկերված է նման գեներատորի աշխատանքային սխեման: Որպես մղում պարամետրական գեներատորներում օգտագործվում է արտաքին լազերային ճառագայթումը (օրինակ, նեոդիումային լազերի երկրորդ հարմոնիկը $\lambda_3 = 5300\,\text{Å}$ ալիքի երկարությամբ): Ելքային ազդանշանի՝ λ_1 ալիքի, երկարությունը կարող է վերալարվել ինֆրակարմիր տիրույթում՝ համապատասխան λ_2-ի ընտրությամբ (տես §7.3):

§7.3. Փուլային սինքրոնություն և հաճախության վերալարում

Պարամետրական պրոցեսները մեծ դեր են խաղում ոչ գծային օպտիկայում: Նրանց հիման վրա են ստեղծվել փոփոխվող ալիքի երկարությամբ (վերալարվող) օպտիկական քվանտային գեներատորները: Այստեղ անդրադառնանք պարամետրական պրոցեսներում փուլային սինքրոնության ապահովմանը և ալիքի երկարության վերալարմանը:



Նկ. 7.4. Օպտիկական պարամետրական գեներատոր: Հայելիներն ունեն մեծ անդրադարձման գործակից ω_2 և/կամ ω_3 հաճախությունների վրա $(\omega_3 > \omega_2 > \omega_1)$:

Ենթադրենք ոչ գծային բյուրեղի վրա ընկնում է մեծ ինտենսիվությամբ հզոր լուսային ալիք՝ $\omega_{3,0}$ ֆիքսված հաճախությամբ: Նշանակենք այդ ալիքի հետ փոխազդող երկու այլ ալիքների հաճախությունները $\omega_{1,0}$ և $\omega_{2,0}$, որոնց համար բավարարված են հետևյալ պայմանները՝

$$\omega_{3,0} = \omega_{1,0} + \omega_{2,0}, \quad k_3(\omega_{3,0}) = k_1(\omega_{1,0}) + k_2(\omega_{2,0}): \qquad (7.4)$$

Այս թույլ ալիքների մուտքային ինտենսիվությունները պայմանավորված են կամ զրոյական քվանտային ֆլուկտուացիաներով, կամ՝ ֆոնային ճառագայթմամբ: Պարամետրական ուժեղացմամբ պայմանավորված՝ ոչ գծային բյուրեղից դուրս կգան $\omega_{1,0}$ և $\omega_{2,0}$ հաճախություններով կոհերենտ ճառագայթումներ: Փոխենք այժմ բյու-

րեղի դիսպերսիոն հատկությունները: Դա կարելի է իրականացնել մի քանի ճանապարհներով.

ա) ջերմության հաշվին՝ $\Delta n = \left(\partial n/\partial T\right)_{T_0}\left(T - T_0\right)$,

բ) կողմնորոշման հաշվին՝ $\Delta n = \left(\partial n/\partial \theta\right)_{\theta_0}\left(\theta - \theta_s\right)$, որտեղ θ_s սինքրոնության անկյունն է,

գ) արտաքին էլեկտրական դաշտի հաշվին՝ $\Delta n = 2\pi\chi^{(2)}E_0/n_0$:

Միջավայրի դիսպերսիոն հատկությունները փոխելու արդյունքում խախտվում է փուլային սինքրոնության պայմանը և այն իրականանում է այլ հաճախությունների համար՝ $\omega_1 = \omega_{1,0} + \Omega$; $\omega_2 = \omega_{2,0} - \Omega$, սակայն այնպես որ պահպանվում է

$$\omega_1 = \omega_{3,0} - \omega_2, \qquad (7.5\text{ա})$$

քանի որ $\omega_{3,0}$ հաճախությունը ֆիքսված է: Տեսնենք, թե ինչ արդյունքի կհանգեցնի փուլային սինքրոնության (7.4բ) պահանջը նոր հաճախությունների դեպքում՝

$$k_1(\omega_{1,0} + \Omega, T, \theta, E_0) = k_3(\omega_{3,0}, T, \theta, E_0) - k_2(\omega_{2,0} - \Omega, T, \theta, E_0): \qquad (7.5\text{բ})$$

Բոլոր ճնապհոխությունները կատարենք մեկ ղեկավարող պարամետրի՝ ջերմաստիճանի դեպքում: (7.5բ) արտահայտությունը վերածենք շարքի՝

$$k_1\left(\omega_{1,0}, T_0\right) + \Omega\left(\frac{\partial k_1}{\partial \omega_1}\right)_{\omega_{1,0}} + \frac{\omega_{1,0}}{c}\left(\frac{\partial n_1}{\partial T}\right)_{T_0}\left(T - T_0\right) =$$

$$= k_3(\omega_{3,0}, T_0) + \frac{\omega_{3,0}}{c}\left(\frac{\partial n_3}{\partial T}\right)_{T_0}\left(T - T_0\right) - k_2(\omega_{2,0}, T_0) + \Omega\left(\frac{\partial k_2}{\partial \omega_2}\right)_{\omega_{2,0}} -$$

$$- \frac{\omega_{2,0}}{c}\left(\frac{\partial n_2}{\partial T}\right)_{T_0}\left(T - T_0\right):$$

Օգտվելով (7.4բ) առնչությունից՝ կարող ենք գրել

$$\Omega = \frac{\dfrac{\omega_{3,0}}{c}\left(\dfrac{\partial n_3}{\partial T}\right)_{T_0} - \dfrac{\omega_{1,0}}{c}\left(\dfrac{\partial n_1}{\partial T}\right)_{T_0} - \dfrac{\omega_{2,0}}{c}\left(\dfrac{\partial n_2}{\partial T}\right)_{T_0}}{\left(\mathrm{v}_{\mathrm{g}1}^{-1} - \mathrm{v}_{\mathrm{g}2}^{-1}\right)}\left(T - T_0\right), \qquad (7.5\text{գ})$$

որտեղ v_{gi}-ն խմբային արագությունն է ω_i հաճախության համար: Մի քանի ղեկավարող պարամետրի առկայությամբ համանման ձևով վերալարված հաճախության համար կարելի է ստանալ

$$\Omega = \frac{g_T\left(T-T_0\right)+g_\theta\left(\theta-\theta_0\right)+g_{E_0}E_0}{\left(\mathrm{v}_{\mathrm{g2}}^{-1}-\mathrm{v}_{\mathrm{g3}}^{-1}\right)}, \qquad (7.5\text{ղ})$$

որտեղ

$$g_F = \frac{\omega_{3,0}}{c}\left(\frac{\partial n_3}{\partial F}\right)_{F_0} - \frac{\omega_{1,0}}{c}\left(\frac{\partial n_1}{\partial F}\right)_{F_0} - \frac{\omega_{2,0}}{c}\left(\frac{\partial n_2}{\partial F}\right)_{F_0},$$

իսկ $F = T, \theta, E$:

Այսպիսով՝ նման պարամետրական փոխազդեցության արդյունքում բյուրեղից դուրս եկած կոհերենտ ճառագայթման հաճախությունը կարելի է վերալարել արտաքին ղեկավարող T, θ, E պարամետրերի օգնությամբ:

§7.4. Պարամետրական երևույթների էլեկտրադինամիկան

Անդրադառնանք պարամետրական ուժեղացման երևույթի քանակական օրինաչափություններին: Քննարկման հիմքը կազմում է կապված ալիքային հավասարումների համակարգը (տես Թեմա 4): Ի տարբերություն երկրորդ հարմոնիկի, այս դեպքում տրված ուղղությամբ տարածվում են երեք ալիքներ՝ $\omega_3 > \omega_2 > \omega_1$ հաճախություններով, ընդ որում՝

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2 : \qquad (7.6)$$

Կարճեցված հավասարումների համակարգը կոմպլեքս լայնույթների համար կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$\left.\begin{aligned}\frac{dA_1(z)}{dz} &= -i\sigma_1 A_3(z)A_2^*(z)e^{-i\Delta kz}\\ \frac{dA_2(z)}{dz} &= -i\sigma_2 A_3(z)A_1^*(z)e^{-i\Delta kz}\\ \frac{dA_3(z)}{dz} &= -i\sigma_3 A_1(z)A_2(z)e^{i\Delta kz}\end{aligned}\right\}, \tag{7.7}$$

որտեղ $\Delta k = k_3 - k_1 - k_2$ փուլային ապալարքն է, իսկ

$$\sigma_1 = 2\pi k_{\omega_1}\frac{\vec{e}_1\chi^{(2)}(\omega_3-\omega_2)\vec{e}_3\vec{e}_2}{\varepsilon'(\omega_1)}, \sigma_2 = 2\pi k_{\omega_2}\frac{\vec{e}_2\chi^{(2)}(\omega_3-\omega_1)\vec{e}_3\vec{e}_1}{\varepsilon'(\omega_2)}, \tag{7.7ա}$$

$$\sigma_3 = 2\pi k_{\omega_3}\frac{\vec{e}_3\chi^{(2)}(\omega_3)\vec{e}_1\vec{e}_2}{\varepsilon'(\omega_3)}:$$

Համաձայն (3.14) արտահայտության՝

$$\vec{e}_1\chi^{(2)}(\omega_3-\omega_2)\vec{e}_3\vec{e}_2 = \vec{e}_2\chi^{(2)}(\omega_3-\omega_1)\vec{e}_3\vec{e}_1 = \vec{e}_3\chi^{(2)}(\omega_3)\vec{e}_1\vec{e}_2 = \gamma:$$

Նշանակենք $n_i = \sqrt{\varepsilon'(\omega_i)}$-ով բեկման ցուցիչները համապատասխան հաճախությունների վրա և օգտվելով վերջին առնչությունից, ձևափոխենք (7.7) համակարգը (մասնավոր $\Delta k = 0$ դեպքում), կստանանք՝

$$\frac{cn_1}{\omega_1}A_1^*\frac{dA_1}{dz} = -2\pi\gamma i A_1^*A_2^*A_3 \tag{7.8ա}$$

$$\frac{cn_2}{\omega_2}A_2^*\frac{dA_2}{dz} = -2\pi\gamma i A_2^*A_1^*A_3 \tag{7.8բ}$$

$$\frac{cn_3}{\omega_3}A_3^*\frac{dA_3}{dz} = -2\pi\gamma i A_3^*A_1A_2: \tag{7.8գ}$$

Անհրաժեշտ ձևափոխությունները կատարենք (7.8ա) և (7.8գ) հավասարումների հետ: Յուրաքանչյուր հավասարում գումարելով իր կոմպլեքս համալուծի հետ, կստանանք

$$\frac{1}{\omega_1}\frac{d}{dz}\left(\frac{cn_1}{8\pi}A_1^*A_1\right) = \frac{1}{4}i\left(A_1A_2A_3^* - A_1^*A_2^*A_3\right)$$

$$\frac{1}{\omega_3}\frac{d}{dz}\left(\frac{cn_3}{8\pi}A_3^*A_3\right) = \frac{1}{4}i\left(A_3A_1^*A_2^* - A_3^*A_1A_2\right):$$

Նմանատիպ հավասարում կարելի է ստանալ նաև (7.8բ)-ի համար: Ստացվածից հեշտ է եզրակացնել, որ

$$\frac{1}{\omega_1}\frac{d}{dz}\left(\frac{cn_1}{8\pi}A_1^*A_1\right)=\frac{1}{\omega_2}\frac{d}{dz}\left(\frac{cn_2}{8\pi}A_2^*A_2\right)=-\frac{1}{\omega_3}\frac{d}{dz}\left(\frac{cn_3}{8\pi}A_3^*A_3\right) \quad (7.9\text{ա})$$

$$\frac{1}{\omega_1}\frac{dI_1}{dz}=\frac{1}{\omega_2}\frac{dI_2}{dz}=-\frac{1}{\omega_3}\frac{dI_3}{dz}: \quad (7.9\text{բ})$$

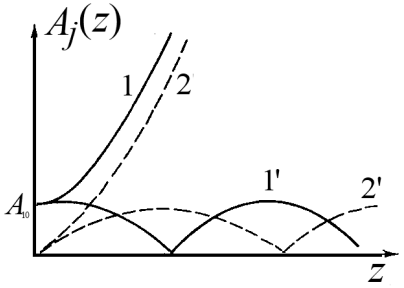
Այս առնչությունները ընդունված է անվանել Մենլի-Ռոուի առնչություններ: (7.9ա) և (7.9բ) արտահայտությունները նշանակում են, որ ուժեղ՝ ω_3 հաճախությամբ, ալիքի ինտենսիվության նվազումը ծախսվում է ոչ միայն ազդանշանային ω_1 հաճախությամբ ալիքի, այլ նաև ω_2 հաճախությամբ ուղեկցող ալիքի ուժեղացման վրա (տես Նկ. 7.5):

Հավասարումների (7.7) համակարգը կարելի է լուծել միայն տրված դաշտի մոտավորությամբ, այսինքն՝ $A_3(z)\approx A_{30}=const$; $A_1(z), A_2(z)\ll A_{30}$ դեպքում: Այն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\left|A_j(z)\right|=\left|A_{j0}(0)ch(\Gamma z)+B_{j0}(0)sh(\Gamma z)\right|: \quad (7.10\text{ա})$$

Այստեղ

$$\Gamma=\sqrt{\Gamma_0^2-\left(\frac{\Delta k}{2}\right)^2}, \qquad \Gamma_0=\sqrt{\frac{\omega_1\omega_2}{n_1n_2}}\frac{\gamma A_{30}}{c}, \qquad j=1,2: \quad (7.10\text{բ})$$



Նկ. 7.5. $A_j(z)$ լայնույթների կախվածությունը տարածական կոորդինատից $A_{20}=0$ դեպքում:

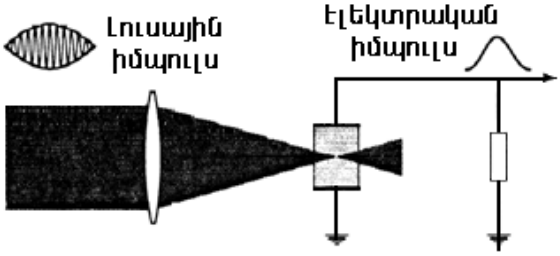
Ինչպես երևում է լուծման տեսքից, ցածր հաճախությամբ ալիքների պարամետրական աճի դիտման համար գոյություն ունի որոշակի չեմ, այսինքն՝ $A_j(z)$ լայնույթների էքսպոնենտային աճ դիտվում է

$$\Gamma_0 > (\Delta k/2) \qquad (7.10գ)$$

դեպքում (տես Նկ. 7.5-ի 1,2 կորերը): Եթե (7.10գ) պայմանը բավարարված չէ, ապա թույլ դաշտերի լայնույթների վարքն ունի տատանողական բնույթ (տես Նկ. 7.5-ի 1′,2′ կորերը):

§7.4. Օպտիկական ուղղում (կամ դետեկտում)

Բացի երկրորդ հարմոնիկից, (7.2)-ում առկա է նաև հաստատուն բաղադրիչ՝ $\sim \chi^{(2)} E_{1,2}^2$ գումարելին: Այն համապատասխանում է ինտենսիվ լազերային դաշտում միջավայրի հաստատուն բևեռացման հայտնվելուն: Այս երևույթն ընդունված է անվանել օպտիկական ուղղման (կամ դետեկտման) երևույթ (տես Նկ. 7.6):



Նկ. 7.6. Օպտիկական դետեկտման սխեմատիկ պատկերը:

Այն կարող է օգտագործվել հզոր լազերային իմպուլսների գրանցիչներում, քանի որ նրա օգնությամբ լուսային իմպուլսի համեմատաբար դանդաղ փոփոխվող պարուրիչը կարելի է անմիջականորեն փոխարկել էլեկտրական հոսանքի իմպուլսի:

§7.5. Ամփոփում

Քառակուսային կարգի կոհերենտ ոչ գծային օպտիկական երևույթներից երկրորդ հարմոնիկի գեներումը առաջին ոչ գծային երևույթն էր, որ ստացվել էր լազերների հայտնագործումից անմիջապես հետո և մանրակրկիտ հետազոտվել ինչպես փորձարարական մեթոդներով, այնպես էլ տեսականորեն: Բացի ԵՀԳ-ից, սակայն, հնարավոր էին երկրորդ կարգի այլ երևույթներ նույնպես, ինչպիսիք են օրինակ, գումարային և տարբերությունային հաճախությունների գեներումը և օպտիկական ուղղումը (դետեկտումը): Այս թեմայում ներկայացվել է այդ երևույթների թե՛ որակական նկարագրությունը միջավայրի ոչ գծային բևեռացման օգնությամբ, թե՛ քանակականը՝ կարճեցված հավասարումների համակարգի օգնությամբ: Ներկայացված է նաև այդ պրոցեսում փուլային սինքրոնության պայմանի իրականացման առանձնահատկությունները:

Որպես պարամետրական երևույթների կիրառություն քննարկված են պարամետրական գեներատորները և դրանց ալիքի երկարության սահուն փոփոխության իրականացման հնարավորությունները:

ՄԱՍ III
ԽՈՐԱՆԱՐԴԱՅԻՆ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐ

ԹԵՄԱ 8. ՀԱՐՄՈՆԻԿՆԵՐԻ ԳԵՆԵՐՈՒՄ ԵՎ ԻՆՔՆԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆ

§8.1. Երրորդ հարմոնիկի գեներում

Ինչպես նշվել էր նախկինում, ինվերսիայի կենտրոն ունեցող միջավայրերում քառակուսային երևույթներն արգելված են (էլեկտրադիպոլային մոտավորության սահմաններում), քանի որ $\chi^{(2)} = 0$ (տես §3.3): Ուստին անհրաժեշտ է դիտարկել (3.16) արտահայտության հաջորդ

$$P_i^{(3)} = \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l \qquad (8.1)$$

գումարելին: Ակնառության համար նախ անդրադառնանք սկալյար դեպքին: Տեղադրենք դաշտի

$$E(x,t) = E_0 \cos(\omega t - kx)$$

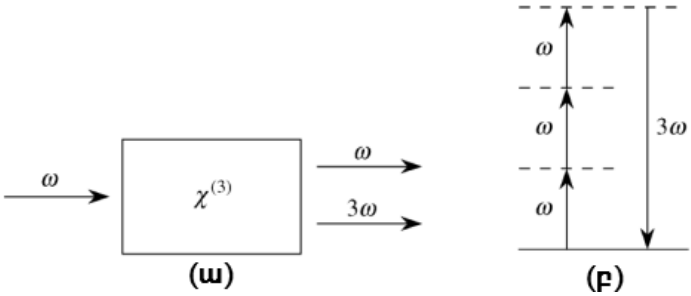
տեսքը (թենզորական ինդեքսները բաց են թողնված պարզության համար) և օգտվենք

$$4\cos^3(\omega t - kx) = \cos(3\omega t - 3kx) + 3\cos(\omega t - kx)$$

առնչությունից: Վերջնականորեն խորանարդային բևեռացման համար կարող ենք գրել

$$P^{(3)} = \frac{1}{4}\chi^{(3)} E_0^3 \cos(3\omega t - 3kx) + \frac{3}{4}\chi^{(3)} E_0^3 \cos(\omega t - kx): \qquad (8.2)$$

(8.2)-ից հետևում է, որ, բացի հիմնական հաճախությունից, ելքային ալիքի սպեկտրում հայտնվում է նաև երրորդ հարմոնիկը (տես Նկ. 8.1ա):



Նկ. 8.1. Երրորդ հարմոնիկի գեներման երկրաչափական պատկերումը (ա): Պատկերումը էներգիական դիագրամի օգնությամբ (բ):

Սակայն պետք է նկատի ունենալ, որ բյուրեղներում $\left|\chi^{(3)}\right| \sim 10^{-12} \div 10^{-15} CGS$, իսկ $\left|\chi^{(2)}\right| \sim 10^{-7} \div 10^{-9} CGS$ կարգի մեծություններ են: Բացի այդ, լազերային ճառագայթման թույլատրելի ինտենսիվությունները սահմանափակված են օպտիկական ծակման շեմով: Ուստիև բյուրեղներում երրորդ հարմոնիկի գեներման երևույթի արդյունավետությունը զգալիորեն փոքր է, իսկ կիրառությունները՝ սահմանափակ:

Այլ է վիճակը գազերում: Իհարկե, թվում է, թե հեղուկների և պինդ մարմինների համեմատ գազերի նոսր լինելու պատճառով ակնկալվող արդյունավետությունը պետք է շատ ավելի փոքր լինի, սակայն իրականում պատկերն այլ է: Ոչ գծային $\left|\chi^{(3)}\right|$ ընկալունակության արժեքը զգալիորեն մեծանում է ռեզոնանսային հաճախությունների կիրառմամբ: Գազերում ատոմների և մոլեկուլների սպեկտրալ անցումների նեղ լինելով պայմանավորված՝ հաջողվում է ստանալ համեմատաբար մեծ ոչ գծայնություններ: Պետք է հաշվի առնել նաև, որ գազերում թույլատրելի ինտենսիվությունների շեմը մի քանի կարգով գերազանցում է կոնդենսացված միջավայրերում թույլատրելի արժեքները (գազերում գերազանցում է մի քանի ԳՎտ/սմ^2-ն, այն դեպքում, երբ պինդ մարմիններում՝ ՄՎտ/սմ^2): Արդյունքում, չնայած $/\chi^{(3)}/$-ի փոքրությանը՝ $P^{(3)}$ բևեռացման կարգը կարող է հավասարվել $P^{(2)}$-ի մեծությանը:

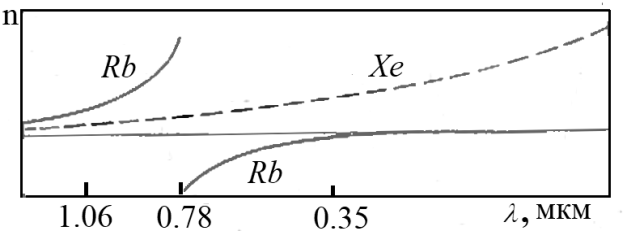
§8.2. Սինքրոնության պայմանի իրականացումը

Ինչպես երկրորդ կարգի երևույթներում, այստեղ ևս գեներացիան առավել արդյունավետ կարող է ընթանալ, եթե ապահովված է փուլային սինքրոնության

$$\Delta k = k_{3\omega} - 3k_{\omega} = \frac{3\omega}{c}\left(n_{3\omega} - n_{\omega}\right) = 0 \qquad (8.3)$$

պայմանը: Այստեղ, սակայն, Թեմա 6-ում քննարկված մեթոդները կիրառելի չեն՝ գազային միջավայրի իզոտրոպությամբ պայմանավորված:

Գոյություն ունեցող մի շարք մեթոդներից կանգ առնենք մեկի վրա: Նկ. 8.2-ում պատկերված է սինքրոնության պայմանն ապահովելու հնարավոր սխեմաներից մեկը: Երբ ω և 3ω հաճախություններին միջև առկա է անոմալ դիսպերսիայի տիրույթ, ապա փուլային սինքրոնության պայմանն ապահովելու համար կարելի է օգտագործել բուֆերային գազ՝ n_{ω} և $n_{3\omega}$ բեկման ցուցիչների միջև տարբերությունը կոմպենսացնելու համար: Իսկապես, եթե ω հաճախությունն ընկած է անոմալ դիսպերսիայի տիրույթից ներքև, իսկ 3ω-ն՝ վերև (ասենք, օրինակ, ալկալիական մետաղներում ուժեղ $s \to p$ անցում), ապա մաքուր մետաղի գոլորշիներում $n_A(\omega) > n_A(3\omega)$-ից՝ անոմալ դիսպերսիայի հաշվին:



Նկ. 8.2. Փուլային սինքրոնության պայմանի ապահովումը անոմալ դիսպերսիայի կիրառմամբ:

Եթե նման միջավայրին խառնվի $n_B(\omega) < n_B(3\omega)$ նորմալ դիսպերսիա ունեցող իներտ գազ (օրինակ քսենոն), ապա խտության համապատասխան ընտրությամբ հնարավոր է հասնել փուլային սինքրոնության

$$n_A(\omega) + n_B(\omega) = n_A(3\omega) + n_B(3\omega)$$

պայմանի բավարարմանը:

§8.3. Կոմբինացված հաճախությունների գեներում

Խորանարդային ոչ գծայնությամբ միջավայրում երեք ալիքների միաժամանակյա փոխազդեցության դեպքում ընթացող երևույթները շատ ավելի բազմազան են: Տեղադրելով դաշտի

$$E(x,t) = \sum_{i=1}^{3} E_i \cos(\omega_i t - k_i x) \tag{8.4}$$

տեսքը (8.1) հավասարման մեջ՝ դժվար չէ համոզվել, որ ոչ գծային փոխազդեցության հետևանքով գեներվում են հետևյալ հաճախությունները՝

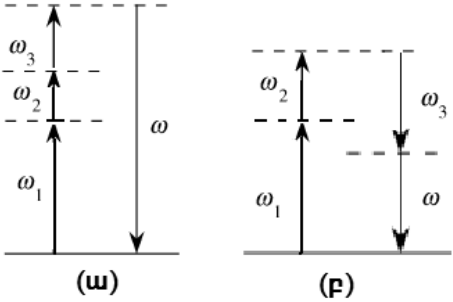
$\omega_1, \omega_2, \omega_3$ -առանձին հաճախությունների վրա ինքնազդեցության երևույթներ

$(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3), (\omega_1 + \omega_3 - \omega_2),$
$(\omega_2 + \omega_3 - \omega_1), (2\omega_1 \pm \omega_2),$
$(2\omega_1 \pm \omega_3), (2\omega_2 \pm \omega_1),$
$(2\omega_2 \pm \omega_3), (2\omega_3 \pm \omega_2)$ - կոմբինացված հաճախությունների գեներում:

$3\omega_1, 3\omega_2, 3\omega_3, (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)$ -երրորդ հարմոնիկի և գումարային հաճախության գեներում:

Կոմբինացված հաճախությունների գեներման երկու մասնավոր դեպք պատկերված է Նկ. 8.3-ում: Նկ. 8.3ա-ն համապատասխանում

է գումարային հաճախության գեներմանը, իսկ Նկ. 8.3բ-ն՝ ստիպողական ցրումներին:



Նկ. 8.3. $P^{(3)} = \chi^{(3)} E^3$ *ոչ գծայնություն ունեցող միջավայրում կոմբինացված հաճախությունների գեներման պարկերումը էներգիական դիագրամի օգնությամբ:*

Կոմբինացված հաճախությունների գեներումը, ինչպես նշվել է Թեմա 3-ում, կարելի է նկարագրել ոչ գծային բևեռացման խորանարդային կարգի գումարելիով՝

$$\vec{P}^{(3)}(\omega) = D\chi^{(3)}(\omega;\omega_1,\omega_2,\omega_3)\vec{E}(\omega_1)\vec{E}(\omega_2)\vec{E}(\omega_3): \qquad (8.5)$$

Այստեղ

$$D = 3! = 6, \text{ երբ } \omega_1 \neq \omega_2 \neq \omega_3;$$

$$D = 3, \text{ երբ } \omega_1 = \omega_2 \neq \omega_3;$$

$$D = 1, \text{ երբ } \omega_1 = \omega_2 = \omega_3:$$

Վերևում բերված ընդհանուր դատողությունները մասնավորենք երկու օրինակով (§8.4 և §8.5):

§8.4. Ուժեղ լազերային դաշտով մակածված երկբեկման երևույթ

Ենթադրենք իզոտրոպ միջավայրի վրա ընկնում են երկու լազերային փունջ ω_L (ուժեղ փունջ) և ω_A (զոնդող փունջ) հաճախությու-

ներով: Քննարկենք $\omega = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$ տիպի խորանարդային փոխազդեցությունը՝ փոխազդող փնջերի հաճախությունների հետևյալ ընտրության դեպքում՝

$$\omega = \omega_1 = \omega_A \neq \omega_2 = -\omega_3 = \omega_L :$$

(8.5) արտահայտության համաձայն՝ խորանարդային բևեռացման համար կարելի է գրել

$$P_i^{(3)}(\omega) = D\chi_{ijkl}^{(3)}(\omega_A;\omega_A,\omega_L,-\omega_L)E_j(\omega_A)E_k(\omega_L)E_l^*(\omega_L): \quad (8.6)$$

Օգտվելով §3.3-ում ներկայացված սիմետրիայի ձևափոխություններից՝ կենտրոնահամաչափ իզոտրոպ միջավայրի խորանարդային ոչ գծային ընկալունակությունը տարածական դիսպերսիայի և մագնիսաօպտիկական ակտիվության բացակայությամբ կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\chi_{ijkl}^{(3)} = \chi_{xxyy}^{(3)}\delta_{ij}\delta_{kl} + \chi_{xyxy}^{(3)}\delta_{ik}\delta_{jl} + \chi_{xyyx}^{(3)}\delta_{il}\delta_{kj}: \quad (8.7)$$

Այս արտահայտության օգնությամբ կարելի է ձևափոխել (8.6) հավասարությունը՝

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}P_i^{(3)}(\omega) = {} & \chi_{xxyy}^{(3)}(\omega_A;\omega_A,\omega_L,-\omega_L)E_i(\omega_A)E_j(\omega_L)E_j^*(\omega_L) + \\ & + \chi_{xyxy}^{(3)}(\omega_A;\omega_A,\omega_L,-\omega_L)E_j(\omega_A)E_i(\omega_L)E_j^*(\omega_L) + \\ & + \chi_{xyyx}^{(3)}(\omega_A;\omega_A,\omega_L,-\omega_L)E_j(\omega_A)E_j(\omega_L)E_i^*(\omega_L):\end{aligned}$$

Այժմ գրենք միջավայրի էլեկտրական ինդուկցիայի և բևեռացման կապը ոչ գծային բևեռացման հաշվառմամբ՝

$$D_i = \varepsilon_{ij}E_j = E_j\delta_{ij} + 4\pi\left(P_i^{(1)} + P_i^{(3)}\right):$$

Այդ դեպքում գծային՝ $\varepsilon_{ij}^{(l)}$ և ոչ գծային՝ $\varepsilon_{ij}^{(nl)}$ դիէլեկտրական թափանցելիությունների տարբերության համար ստանում ենք

$$\begin{aligned}\Delta\varepsilon_{ij}(\omega_A) = \varepsilon_{ij}^{(nl)} - \varepsilon_{ij}^{(l)} = 12\pi\{ & \chi_{xxyy}^{(3)}(\omega_A;\omega_A,\omega_L,-\omega_L)\delta_{ij}E_k(\omega_L)E_k^*(\omega_L) + \\ & + \chi_{xyxy}^{(3)}(\omega_A;\omega_A,\omega_L,-\omega_L)E_i(\omega_L)E_j^*(\omega_L) + \chi_{xyyx}^{(3)}(\omega_A;\omega_A,\omega_L,-\omega_L)E_j(\omega_L)E_i^*(\omega_L)\}\end{aligned} \quad :(8.8)$$

Ինչպես տեսնում ենք, ուժեղ լազերային դաշտի առկայությամբ սկզբնապես իզոտրոպ միջավայրը ω_A հաճախությամբ փնջի համար վեր է ածվում անիզոտրոպի: Ընդունենք, որ երկու ալիքներն էլ տարածվում են z առանցքի երկայնքով, իսկ բևեռացումներն ընկած են x, y հարթության մեջ: Այդ դեպքում դժվար չէ (8.8) արտահայտության օգնությամբ մակածված անիզոտրոպության $\Delta\varepsilon_{ij}(\omega_A)$ բաղադրիչների համար ստանալ

$$
\begin{aligned}
&\Delta\varepsilon_{xx}(\omega_A) = 12\pi\left\{\chi^{(3)}_{xxyy}(\omega_A;\omega_A,\omega_L,-\omega_L)E_k(\omega_L)E_k^*(\omega_L)+\right.\\
&\left.+[\chi^{(3)}_{xyxy}(\omega_A;\omega_A,\omega_L,-\omega_L)+\chi^{(3)}_{xyyx}(\omega_A;\omega_A,\omega_L,-\omega_L)]E_x(\omega_L)E_x^*(\omega_L)\right\},\\
&\Delta\varepsilon_{yy}(\omega_A) = 12\pi\left\{\chi^{(3)}_{xxyy}(\omega_A;\omega_A,\omega_L,-\omega_L)E_k(\omega_L)E_k^*(\omega_L)+\right.\\
&\left.+[\chi^{(3)}_{xyxy}(\omega_A;\omega_A,\omega_L,-\omega_L)+\chi^{(3)}_{xyyx}(\omega_A;\omega_A,\omega_L,-\omega_L)]E_y(\omega_L)E_y^*(\omega_L)\right\},\\
&\Delta\varepsilon_{xy}(\omega_A) = 12\pi\left\{\chi^{(3)}_{xxyy}(\omega_A;\omega_A,\omega_L,-\omega_L)E_x(\omega_L)E_y^*(\omega_L)+\right.\\
&\left.+\chi^{(3)}_{xyyx}(\omega_A;\omega_A,\omega_L,-\omega_L)E_y(\omega_L)E_x^*(\omega_L)\right\},\\
&\Delta\varepsilon_{yx}(\omega_A) = 12\pi\left\{\chi^{(3)}_{xxyy}(\omega_A;\omega_A,\omega_L,-\omega_L)E_y(\omega_L)E_x^*(\omega_L)+\right.\\
&\left.+\chi^{(3)}_{xyyx}(\omega_A;\omega_A,\omega_L,-\omega_L)E_x(\omega_L)E_y^*(\omega_L)\right\}:
\end{aligned}
\tag{8.9}
$$

Ընդունենք ω_A հաճախությամբ ալիքը բևեռացված է գծային՝ x-երի առանցքի նկատմամբ φ անկյան տակ: Այդ դեպքում

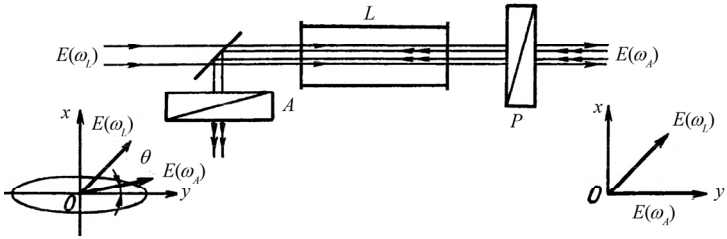
$$E_x(\omega_L) = E(\omega_L)\cos\varphi,\quad E_y(\omega_L) = E(\omega_L)\sin\varphi:$$

Հետևաբար, մակածված անիզոտրոպության թենզորի անկյունագծային էլեմենտների տարբերության համար կստանանք

$$
\begin{aligned}
&\Delta\varepsilon_{xx}(\omega_A)-\Delta\varepsilon_{yy}(\omega_A) = 12\pi\left\{\chi^{(3)}_{xxyy}(\omega_A;\omega_A,\omega_L,-\omega_L)+\right.\\
&\left.+\chi^{(3)}_{xyyx}(\omega_A;\omega_A,\omega_L,-\omega_L)\right\}\left|E(\omega_L)\right|^2\left(\cos^2\phi-\sin^2\phi\right):
\end{aligned}
$$

Ինչպես երևում է այս արտահայտությունից, մակածված անիզոտրոպությունն առավելագույնն է, երբ լույսը բևեռացված է x կամ

y առանցքի երկայնքով $(\cos\varphi = 1, \sin\varphi = 0)$: Նկատենք $\varphi = 45^\circ$ աստիճանի դեպքում մակածված անիզոտրոպությունն անհետանում է:



Նկ. 8.4. Քերրի օպտիկական երևույթի դիտման փորձը:

Նկ. 8.4-ում պատկերված է ինտենսիվ լազերային դաշտով մակածված անիզոտրոպության դիտման փորձարարական սարքավորումը (Քերրի օպտիկական երևույթը): Ռուբինային լազերի ուժեղ ճառագայթումը $(\lambda_L = 6943\,\text{Å})$ մակածում է վերևում դիտարկված անիզոտրոպությունը ուսումնասիրվող հեղուկ պարունակող L բջջում: Որպես զոնդող օգտագործվում է արգոնային լազերի ճառագայթումը $(\lambda_L = 4880\,\text{Å})$: P բևեռիչը զոնդող ճառագայթի բևեռացումը ղեկավերելու, իսկ A վերլուծիչը՝ ելքային ճառագայթի բևեռացման վիճակն ուսումնասիրելու համար է: Ինչպես երևում է նկարից, անցնելով նմուշի միջով, զոնդող ճառագայթի գծային բևեռացումը վեր է ածվում էլիպտականի, որի էլիպտիկության և ազիմուտային անկյան մեծությունները կարող են ղեկավարվել ուժեղ լազերային դաշտի ինտենսիվությամբ:

§8.5. Ինքնամակածված օպտիկական անիզոտրոպություն

Այժմ անդրադառնանք այն դեպքին, երբ միջավայրի վրա ընկնում է միայն մեկ ալիք, այսինքն՝

$$\omega_1 = \omega_2 = -\omega_3 = \omega :$$

Այդ դեպքում

$$P_i^{(3)}(\omega)=\left(\chi^{(3)}_{xxyy}(\omega;\omega,\omega,-\omega)+\chi^{(3)}_{xyxy}(\omega;\omega,\omega,-\omega)\right)E_i(\omega)E_j(\omega)E_j^*(\omega)+$$
$$+\chi^{(3)}_{xyyx}(\omega;\omega,\omega,-\omega)E_j(\omega)E_j(\omega)E_i^*(\omega):$$

Ընդունելով, որ ալիքը տարածվում է z առանցքի երկայնքով, խորանարդային բևեռացման x և y բաղադրիչների համար ստանում ենք

$$P_x^{(3)}(\omega)=$$
$$=\chi^{(3)}_{xxxx}(\omega;\omega,\omega,-\omega)E_x(\omega)\left\{E_x(\omega)E_x^*(\omega)+E_y(\omega)E_y^*(\omega)\right\}-$$
$$-\chi^{(3)}_{xyyx}(\omega;\omega,\omega,-\omega)E_y(\omega)\left\{E_x(\omega)E_y^*(\omega)+E_y(\omega)E_x^*(\omega)\right\},$$
$$P_y^{(3)}(\omega)=$$
$$=\chi^{(3)}_{yyyy}(\omega;\omega,\omega,-\omega)E_y(\omega)\left\{E_x(\omega)E_x^*(\omega)+E_y(\omega)E_y^*(\omega)\right\}+$$
$$+\chi^{(3)}_{xyyx}(\omega;\omega,\omega,-\omega)E_x(\omega)\left\{E_x(\omega)E_y^*(\omega)-E_y(\omega)E_x^*(\omega)\right\}:$$

Համանման ձևով, ինչպես նախորդ դեպքում, ստանում ենք

$$\Delta\varepsilon_{xx}(\omega)-\Delta\varepsilon_{yy}(\omega)=4\pi\chi^{(3)}_{xxxx}(\omega;\omega,\omega,-\omega)E_x(\omega)E_x^*(\omega) \qquad (8.10\text{ա})$$

$$\Delta\varepsilon_{xy}(\omega)-\Delta\varepsilon_{yx}(\omega)=$$
$$=-8\pi\chi^{(3)}_{xyyx}(\omega;\omega,\omega,-\omega)\left\{E_x(\omega)E_y^*(\omega)-E_y(\omega)E_x^*(\omega)\right\}: \qquad (8.10\text{բ})$$

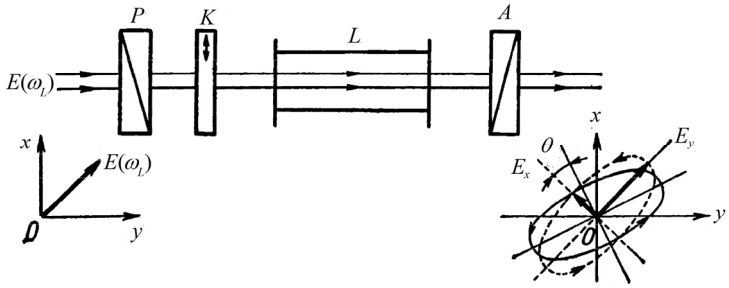
Անցնելով շրջանային բևեռացված բաղադրիչների՝ սկզբնապես էլիպտական բևեռացված լույսի ազիմուտային անկյան պտտման համար կստանանք հետևյալ արտահայտությունը՝

$$\Delta\vartheta=\frac{4\pi}{n}\chi^{(3)}_{xyyx}(\omega;\omega,\omega,-\omega)\{I_- - I_+\}: \qquad (8.11)$$

Ինչպես տեսնում ենք, ինքնամակածված անիզոտրոպությունը հանգեցնում է էլիպտական բևեռացված լույսի ազիմուտային անկյան պտույտին:

Ասվածը կարելի է ցուցադրել Նկ. 8.5-ում պատկերված սարքի օգնությամբ: Ինչպես երևում է նկարից, մուտքային էլիպտական բևեռացված լույսը, անցնելով ոչ գծային միջավայրով, դուրս է գալիս պտտված: Հասկանալի է, որ պտտման անկյան մեծությունը կախ-

ված է թե՛ միջավայրի ոչ գծային ընկալունակություններից, թե՛ մուտքային ալիքի ինտենսիվությունից և բևեռացման պարամետրերից:



Նկ. 8.5. Իևքևամակածված օպտիկական անիզոտրոպությունը ցուցադրող փորձը:

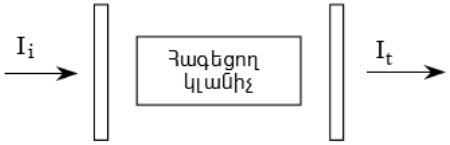
§8.6. Օպտիկական բիստաբիլություն

Համակարգը կանվանենք բիստաբիլ, եթե մուտքային ազդանշանի մինուլյ I_i ինտենսիվության դեպքում ելքայինը՝ I_t, ունի երկու հնարավոր արժեք: Նման համակարգերի գոյության համար անհրաժեշտ է երկու պայմանի միաժամանակյա առկայություն.

1. համակարգը պետք է լինի ոչ գծային,
2. համակարգում պետք է առկա լինի ևան հետադարձ կապ:

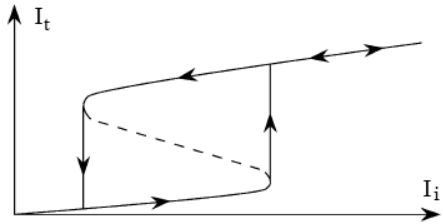
Բիստաբիլ համակարգերն ընդունված է դասակարգել երկու խմբի՝ աբսորբցման (կլանման) և դիսպերսման՝ կախված հետադարձ կապի իրականացման մեխանիզմից: Կլանման գործակցի ինտենսիվությունից ունեցած կախվածությամբ պայմանավորված բիստաբիլության անվանում են աբսորցման, իսկ բեկման ցուցչինը՝ դիսպերսման: Հասկանալի է, որ այս դասակարգումը խիստ չէ և չի բացառվում նրանց միաժամանակյա գոյության տարբերակը (ընդունված է անվանել հիբրիդ ռեժիմ):

Օպտիկական բիստաբիլ համակարգի օրինակ է հագեցող կլանմամբ միջավայրով լցված Ֆաբրի-Պերոյի ռեզոնատորը (տես Նկ. 8.6):



Նկ. 8.6. Բիստաբիլ օպտիկական տարր:

Մուտքային ալիքի ինտենսիվության աճին զուգընթաց դաշտը ռեզոնատորի ներսում նույնպես մեծանում է: Որպես հետևանք կլանման գործակիցը փոքրանում է՝ ավելի մեծացնելով դաշտի լարվածությունը: Հետ վերադառնալիս, մուտքային ինտենսիվության նվազման դեպքում, դաշտը ռեզոնատորի ներսում ձգտում է պահպանել իր մեծ արժեքը, քանի որ կլանման գործակիցը դեռևս փոքր է (տես Նկ. 8.7): Որպես հետևանք մուտքային ազդանշանի միևնույն I_i ինտենսիվության դեպքում ելքայինը՝ I_t-ն, ունենում է երկու հնարավոր արժեք՝ կախված ինտենսիվության փոփոխության ուղղությունից:



Նկ. 8.7. $I_t(I_i)$ *կախվածությունը օպտիկական բիստաբիլությամբ տարրում:*

Այս դատողությունները կարելի է հիմնավորել պարզ վերլուծությամբ: Մուտքային I_i ինտենսիվության փոքր արժեքների դեպքում միջավայրի կլանումը փոքրացնում է ռեզոնատորի բարորակությունը՝ անգամ ճառագայթման և ռեզոնատորի բացթողնման մաքսիմումին համապատասխանող հաճախությունների համընկնման դեպքում: Նշանակենք հայելիների բացթողնման գործակիցները T-ով, I_s-ով՝ ռեզոնատորը լցնող նյութի հագեցման ինտենսիվությունը (տես (1.7բ)

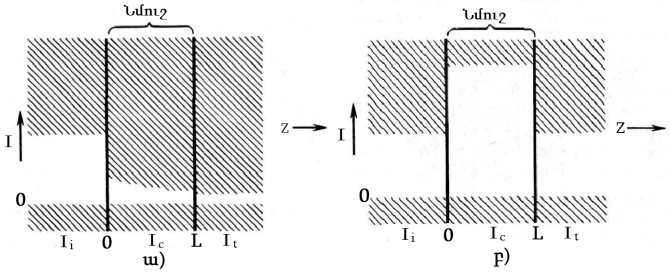
արտահայտությունը): Այդ դեպքում ռեզոնատորի ներսում ինտենսիվությունը կարելի է որոշել

$$I_c(0) = TI_i \tag{8.12}$$

արտահայտությամբ: Ռեզոնատորի ներսում՝ ելքային հայելու մոտ ինտենսիվությունը կլինի

$$I_c(L) = e^{-\alpha_0 L} TI_i, \tag{8.13}$$

որտեղ α_0 -ն միջավայրի կլանման գործակիցն է փոքր ինտենսիվությունների դեպքում (տես Նկ. 8.8ա):



Նկ. 8.8. Ինտենսիվությունները ռեզոնատորի մուտքում՝ I_i, ներսում՝ I_c և ելքում՝ I_t. ա) $I_i \ll I_s$ դեպքում, բ) $I_i \gg I_s$ դեպքում:

Համապատասխանաբար անցած լույսի ինտենսիվության համար կարող ենք գրել

$$I_t = e^{-\alpha_0 L} T^2 I_i: \tag{8.14}$$

Ինչպես արդեն նշվել է (8.14) արտահայտությունը համապատասխանում է $I_i \ll I_s$ դեպքին, այսինքն, եթե

$$I_s \gg TI_i: \tag{8.15}$$

Մուտքային ինտենսիվությունների մեծ արժեքների դեպքում, երբ միջավայրը միշտ լուսաթափանցիկ է, այն համարյա ամբողջությամբ բաց է թողնում համակարգի վրա ընկնող լույսը, այսինքն՝ $I_t \approx I_i$ և $I_c \approx I_t/T$ (տես Նկ. 8.8բ): Այս պնդման ճշմարտացիության համար պարտադիր է, որ $I_c \gg I_s$, կամ $I_i \gg TI_s$: (8.16)

Բիստաբիլությունը հնարավոր կլինի, եթե ինտենսիվության միևնույն արժեքի դեպքում միաժամանակ բավարարվեն (8.14) և (8.15) պայմանները: Օրինակ, $I_i = I_s$ դեպքում երկու անհավասարությունների միաժամանակյա բավարարումը հնարավոր է $T < 1$ դեպքում, իսկ այս պայմանը միշտ բավարարված է:

§8.7. Ամփոփում

Կենտրոնահամաչափ միջավայրերում ոչ գծայնության ամենացածր կարգը, դիպոլային մոտավորությամբ, խորանարդայինն է: Այդ մոտավորությամբ դիտվող օպտիկական երևույթները հիրավի աչքի են ընկնում բազմազանությամբ՝ ներառելով հարմոնիկների գեներացիան, հաճախությունների խառնումը, ալիքների ինքնազդեցությամբ պայմանավորված երևույթները տարածաժամանակային սահմանափակ փնջերում և այլն: Այդ պատճառով էլ այս թեմայում անդրադարձ է կատարվել նրանց մի մասին՝ հարմոնիկների գեներմանը, մակածված անիզոտրոպությամբ պայմանավորված երևույթներին հարթ ալիքային մոտավորությամբ, ինչպես նաև 80-ականներին մեծ աղմուկ բարձրացրած օպտիկական բիստաբիլության երևույթին:

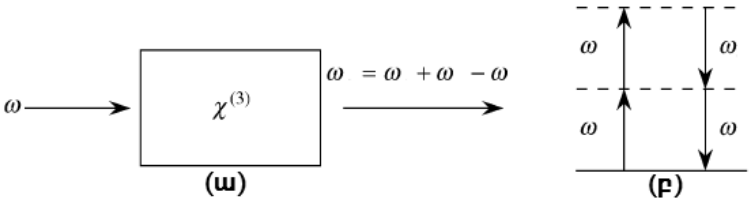
Ընդհանրապես, երրորդ և ավելի բարձր հարմոնիկների գեներման հիմնական նպատակը կարճալիքային տիրույթում կոհերենտ ճառագայթում ստանալն է, որտեղ ուղիղ լազերային գեներման իրականացումը կապված է լուրջ դժվարությունների հետ: Այս թեմայում ներկայացված է երրորդ հարմոնիկի փորձարարական իրականացումը, ինչպես նաև փուլային սինքրոնության իրականացման մեկ յուրօրինակ հնարավորություն՝ նյութի անոմալ դիսպերսիայի կիրառմամբ:

Կոմբինացված հաճախությունների գեներացիայի երևույթներից ներկայացված են հզոր լազերային դաշտով մակածված ոչ գծայնության առկայությամբ զոնդող լույսի բևեռացման էլիպսի պտույտը, ինչպես նաև բևեռացման էլիպսի ինքնապտտման երևույթը ոչ գծային միջավայրում:

ԹԵՄԱ 9. ԻՆՔՆԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԸ ՓՆՋԵՐՈՒՄ (ԵՐԿՐԱՉԱՓԱԿԱՆ ՕՊՏԻԿԱՅԻ ՄՈՏԱՎՈՐՈՒԹՅՈՒՆ)

§9.1. Լույսի ինքնակիզակետման երևույթը

Խորանարդային բևեռացման (8.2) արտահայտության երկրորդ գումարելին նկարագրում է, այսպես կոչված, ինքնազդեցության երևույթները, քանի որ այն համապատասխանում է ընկնող լույսի լայնույթից կախված ներդրմանը հիմնական հաճախության վրա: Այդ փոխազդեցության երկրաչափական մեկնաբանությունը, ինչպես նաև մեկնաբանությունը էներգիական դիագրամների օգնությամբ պատկերված է Նկ. 9.1-ում:



Նկ. 9.1. Ինքնազդեցության երկրաչափական պատկերումը (ա): Պատկերումը էներգիական դիագրամի օգնությամբ (բ):

Ակնառու դատողությունների միջոցով կարելի է ցույց տալ, որ (8.2) ոչ գծայնությամբ օժտված միջավայրերում դիէլեկտրական թափանցելիությունը (կամ որ նույնն է բեկման ցուցիչը) կախված է տարածվող լույսի ինտենսիվությունից:

Իսկապես,

$$\varepsilon E = E + 4\pi P^{(1)} + 4\pi P^{(3)} = E + 4\pi\chi^{(1)}E + 3\pi\chi^{(3)}E_0^2\cos(\omega t - kx)E:$$

Չնափոխությունից հետո ստանում ենք

$$\varepsilon(I) = \varepsilon + \varepsilon_2 I: \qquad (9.1)$$

$$\varepsilon_2 = 24\pi^2\chi^{(3)}/c\sqrt{\varepsilon}: \qquad (9.1ա)$$

Այստեղ ε-ը միջավայրի դիէլեկտրական թափանցելիությունն է լուսային դաշտի բացակայությամբ: Նկատենք, այստեղ օգտվել ենք լույսի ինտենսիվության $I = (c/8\pi)\sqrt{\varepsilon}E_0^2$ սահմանումից: Հաշվի առնելով նաև, որ մի շարք դեպքերում $\varepsilon_2 << \varepsilon$, կարող ենք (9.1) ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$n(I) = n_0 + n_2 I : \qquad (9.2)$$

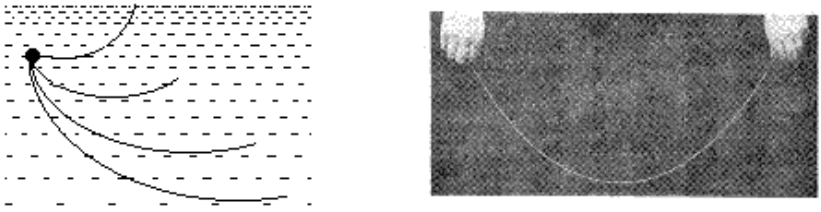
Այստեղ n_0-ն միջավայրի բեկման ցուցիչն է լուսային դաշտի բացակայությամբ, իսկ ոչ գծայնության գործակիցը՝ $n_2 = \varepsilon_2 / 2\sqrt{\varepsilon}$:

Լույսի ինքնազդեցությունը ներառում է իրենց համանմանը չունեցող երևույթների մի հսկայական բազմազանություն: Ինքնազդեցության երևույթների դերը ոչ միայն այն էր, որ դրանք նոր փուլ էին ոչ գծային օպտիկայում, այլ նաև հսկայական նշանակություն ունեին ճառագայթման ուղղորդված հաղորդման, գերիզոր դաշտերի ստացման, ինչպես նաև լազերային ճառագայթման պարամետրերի օպտիմալացման և կառավարման ասպարեզներում:

Առաջինը Գ. Ասկարյանն էր, ով ուշադրություն դարձրեց միջավայրում լազերային ճառագայթման ինքնազդեցության առանձնահատկություններին: Նա կանխատեսեց և տեսականորեն հիմնավորեց ինքնազդեցության երևույթը: Ինչպես հայտնի է, անհամասեռ (այսինքն՝ ըստ տարածական կոորդինատի փոփոխվող) բեկման ցուցիչ ունեցող միջավայրում խախտվում է օպտիկայի ամենահայտնի օրենքներից մեկը՝ լույսի ուղղագիծ տարածման օրենքը (տես Նկ. 9.2):

Ոչ գծային օպտիկական երևույթների շարքում հատուկ ուշադրության են արժանի լազերային փնջի ինքնազդեցությամբ պայմանավորված երևույթները: Պատճառը միջավայրի բեկման ցուցչի՝ լույսի ինտենսիվությունից ունեցած կախվածությունն է, որի հետևանքով հենց նախապես համասեռ միջավայրը դառնում է անհամասեռ: Այդ երևույթների բնորոշ առանձնահատկությունը լազերային փնջի կողմից օպտիկական անհամասեռությունների մակածման հետևան-

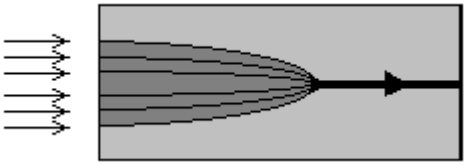
քով լուսային փնջի տարածական և ժամանակային կառուցվածքի փոփոխությունն է միջավայրում:



ա) բ)

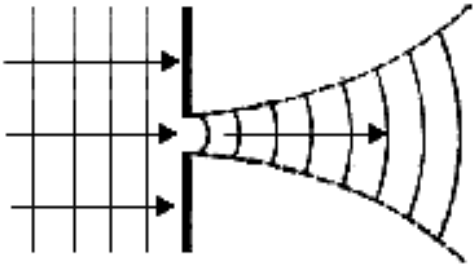
Նկ. 9.2. ա) Եթե հերտավոր անհամասեռ միջավայրի օպտիկական խտությունը ներքևից վերև մոնոտոն աճում է, ապա կետային աղբյուրից տարբեր ուղղություններով դուրս եկած ճառագայթները թեքվում են դեպի վեր: բ) Բարակ մետաղական շղթայիկը թույլ է տալիս մոդելավորել հերտավոր անհամասեռ միջավայրում լուսային ճառագայթի ընթացքը:

Ընդ որում, այդպիսի կառուցվածքային փոփոխություններն էապես կախված են լազերային փնջի ինտենսիվությունից բեկման ցուցչի ունեցած կախվածության՝ այն է $\Delta n/\Delta I$ մեծության նշանից: Մասնավորապես, $\Delta n/\Delta I>0$ և փնջի բավականաչափ կտրուկ սահմանի դեպքում կտրուկ է նաև միջավայրի օպտիկական հատկությունների փոփոխությունը, այնպես որ կարելի է խոսել լրիվ անդրադարձման մասին, ընդ որում, լույսը չի կարող դուրս գալ փնջի զբաղեցրած տիրույթից և, անցնելով միջավայրով, ինքն իրեն կիզակետում է (Նկ. 9.3): Այս հետաքրքիր երևույթը Ասկարյանի առաջարկությամբ ընդունված է անվանել ինքնակիզակետում: Երևույթն առաջին անգամ փորձնականորեն դիտել ու հետազոտել է Ն. Պիլիպեցկին: Հետագայում ապացուցվեց, որ այս երևույթը չի սահմանափակվում միայն էլեկտրաղինամիկայով, այն ալիքային պրոցեսների ընդհանուր հատկությունն է և մասնավորապես, կարող է ընթանալ նաև հզոր ձայնային ալիքների դաշտում:



Նկ. 9.3. Ոչ գծային միջավայրում ինքնակիզակետման երևույթը պարզաբանող փորձի գծապատկերը:

Այժմ անդրադառնանք երևույթի ֆիզիկական քննարկմանը: Համասեռ միջավայրում լույսի տարածումն ուղեկցվում է դիֆրակցիայի երևույթով, այսինքն՝ տարածման ընթացքում նրա լայնական չափերը մեծանում են (տես Նկ. 9.4): Ընդ որում, տարամիտման անկյունը $\theta_d \sim \lambda / a$, որտեղ λ-ն լուսային ալիքի երկարությունն է, իսկ a-ն՝ փնջի չափերը բնութագրող պարամետրը (շառավիղը): Այսպես օրինակ, եթե փնջի չափը 1 սմ է, իսկ լուսային ալիքի երկարությունն ընկած է տեսանելի տիրույթում, ապա 1 կմ հեռավորության վրա փնջի տրամագիծը կկրկնապատկվի, իսկ մակերեսը կմեծանա 4 անգամ:



Նկ. 9.4. Լույսի դիֆրակցիայի երևույթը պարզաբանող գծապատկերը:

Այս պատկերն էապես փոխվում է ոչ գծային միջավայրում: Խոսքը գնում է ոչ գծային միջավայրում տարածվող լույսի ալիքային ճակատի՝ հենց իր կողմից առաջացրած աղավաղման մասին (հաճախ այս երևույթն անվանում են նաև «մակածված ոսպնյակի երևույթ»), որը հետևանք է տարածվող լույսի ինտենսիվությունից մի-

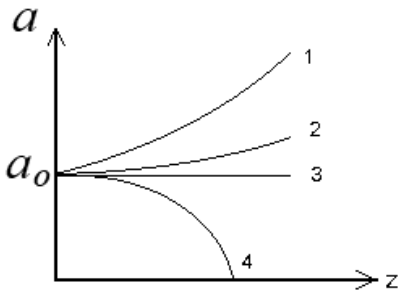
ջավայրի բեկման ցուցչի (կամ դիէլեկտրական թափանցելիության) ունեցած կախվածության: Դա պայմանավորված է մի շարք պատճառներով.

ա) Հեղուկներում ուժեղ լուսային դաշտի ազդեցությամբ բեկման ցուցչի փոփոխությունը պայմանավորված է մոլեկուլների վերակողմնորոշմամբ (այսպես կոչված, բարձր հաճախային Քերրի երևույթ, տես §5.2):

բ) Բեկման ցուցչի փոփոխությունը կարող է պայմանավորված լինել նաև միջավայրում կլանման հաշվին ջերմաջատմամբ, որի հետևանքով էլ առաջանում է բեկման ցուցչի ոչ գծային հավելումը (տես §5.3):

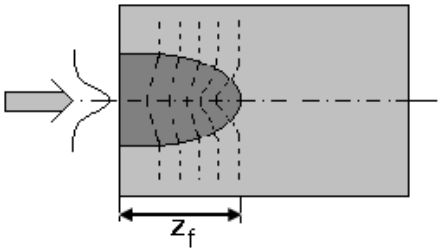
գ) Էլեկտրաստրիկցիայի երևույթի հետևանքով լույսի էլեկտրական դաշտի ազդեցությամբ դիէլեկտրիկական միջավայրի խտության փոփոխությամբ, որի պատճառով փոփոխվում է նաև բեկման ցուցիչը: Հասկանալի է, որ այդ փոփոխությունը համեմատական է լույսի ինտենսիվությանը:

Պարզելու համար, թե նշվածներից որ մեխանիզմն է գերակշռում, հարկ է համեմատել այդ երևույթների հաստատման ժամանակները: Առաձգական ալիքի տարածման արագությունը հեղուկ միջավայրում $v_{ձ} \sim 1{,}5 \cdot 10^3$ մ/վ և, հետևաբար, խտացման հաստատման ժամանակը միջավայրում $\tau \sim a / v_{ձ} \sim 10^{-6}$ վ կարգի է ($a \sim 1$ մմ դեպքում): Մոլեկուլների վերակողմնորոշման ժամանակը $10^{-11} - 10^{-12}$ վ կարգի է: Այդ պատճառով էլ կարճ (10^{-7}վ) լազերային իմպուլսների դաշտում ոչ գծայնության առաջացման կողմնորոշումային (Քերրի) մեխանիզմը հիմնականն է: Ավելի երկար տևողությամբ իմպուլսների դեպքում անհրաժեշտ է հաշվի առնել նաև այլ մեխանիզմների ներդրումը: Այս կամ այն մեխանիզմի ներդրումն ակնհայտորեն կախված է նյութի տեսակից և լազերային ճառագայթման բնութագրերից:



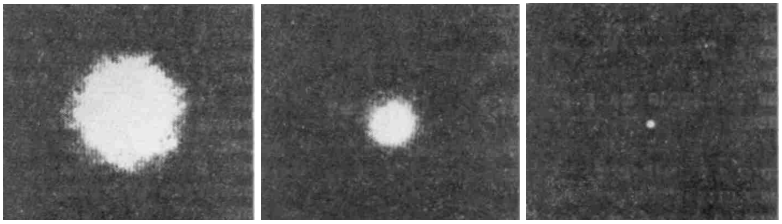
Նկ. 9.5. Փնջի լայնական հատույթի փոփոխությունը գծային (1) և ոչ գծային (2,3,4) միջավայրում տարածվելիս ($n_2 > 0$):

Ոչ գծային միջավայրի բեկման ցուցիչը, ինչպես նշվել էր, կարելի է ներկայացնել (9.2) տեսքով: Ոչ գծայնության n_2 գործակիցը, կախված լույսի և միջավայրի փոխազդեցության ֆիզիկական մեխանիզմից, կարող է լինել դրական կամ բացասական: Փնջի էվոլյուցիայի բնույթը միջավայրում կախված է ոչ գծայնության գործակցի նշանից: Հիշենք, որ ոչ գծային միջավայրում փնջի լայնական հատույթը տարածման ընթացքում մեծանում է դիֆրակցիայի հետևանքով (Նկ. 9.5-ի 1 կորը): $n_2 > 0$ միջավայրում սահմանափակ տարածական չափեր ունեցող փունջն իր տարածման ուղղությամբ փոխում է բեկման ցուցիչը (տես.(9.2)), որի հետևանքով փնջի կենտրոնում փուլային արագությունը (c/n) լինում է ավելի փոքր, քան եզրերում, և լույսի տարածման ընթացքում նախապես հարթ ալիքային ճակատը աղավաղվում է (ինչպես պատկերված է Նկ. 9.6-ում):



Նկ. 9.6. Հարթ ալիքային ճակատի կորացումը ոչ գծային միջավայրում $n_2 > 0$:

Այդ աղավաղումը համարժեք է ալիքային ճակատի կորացմանը հավաքող ոսպնյակում: Քանի որ օպտիկական ճառագայթները տարածվում են ալիքային ճակատի նորմալի ուղղությամբ, փունջը ինքնակիզակետվում է (Նկ. 9.4-ի 4 կորը): Հակառակ դեպքում (այսինքն՝ $n_2 < 0$) ոչ գծային միջավայրը խաղում է ցրող ոսպնյակի դեր և փունջը տարամիտում է:



ա բ գ

Նկ. 9.7. Տոլուոլում ինքնակիզակետվող լազերային փնջի լուսանկարը նմուշի տարբեր հաստություններում:

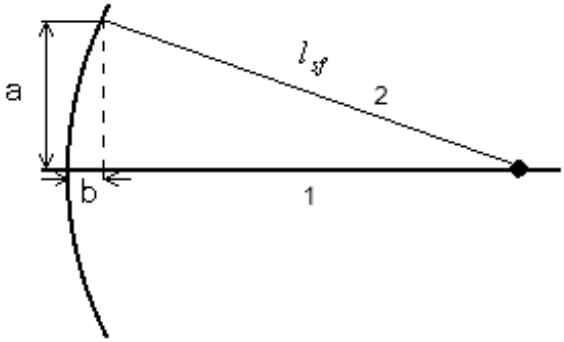
Նկ. 9.7-ում պատկերված են ոչ գծային միջավայրի տարբեր կետերում լազերային փնջի լայնական հատույթները: Նկ. 9.7ա-ում նմուշի հաստությունը փոքր է, և փունջը դեռ չի հասցրել կիզակետվել (փնջի տրամագիծը 700մկմ է):

Նկ. 9.7բ-ում նմուշի երկարությունը մոտ է ինքնակիզակետման երկարությանը, իսկ փնջի տրամագիծը մոտ 10 անգամ փոքր է սկզբնական չափերից: Նկ. 9.7գ-ում նմուշի երկարությունը բավարար է ինքնակիզակետման համար, և փունջն ունի 10մկմ սահմանային հաստությամբ թելի տեսք:

§9.2. Սահմանային հզորություն: Ոչ գծային կիզակետ

Այժմ գտնենք ինքնակիզակետման երկարությունը՝ երկրաչափական օպտիկայի մոտավորությամբ: Քննարկենք պարաբոլական

փնջի տարածումը (9.2) ոչ գծայնությամբ միջավայրում (տե՛ս. Նկ. 9.8):



Նկ. 9.8. Ոչ գծային միջավայրում լուսային փնջի ինքնակիզակետումը պարզաբանող գծապատկերը:

Գրենք 1 և 2 ճառագայթների միջև փուլերի տարբերությունը՝

$$\Delta\varphi = \frac{\omega}{c}\left(n_0 + n_2 E_0^2\right) l_{sf} - \frac{\omega}{c} n_0 l_{sf} = \frac{\omega}{c} n_2 E_0^2 l_{sf} : \qquad (9.3)$$

Գծագրից երևում է, որ

$$b = l_{sf} - \sqrt{l_{sf}^2 - a^2} \approx \frac{a^2}{2l_{sf}} : \qquad (9.4)$$

Ալիքային ճակատի պատկերված կորության դեպքում եզրային ճառագայթների փուլերի տարբերությունը կլինի

$$\Delta\varphi_1 = \frac{\omega}{c} n_0 b = \frac{\omega}{c} \frac{n_0 a^2}{2l_{sf}} : \qquad (9.5)$$

$\Delta\varphi$ և $\Delta\varphi_1$ փուլային տարբերությունները պետք է հավասար լինեն՝

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_1$$

կամ

$$n_2 E_0^2 l_{sf} = \frac{n_0 a^2}{2l_{sf}}, \qquad (9.6)$$

որտեղից, ինքնակիզակետման l_{sf} երկարության համար, ստանում ենք

$$l_{sf} = \frac{a}{E_0}\sqrt{\frac{n_0}{2n_2}}: \qquad (9.7)$$

Այժմ գտնենք ինքնակիզակետման համար անհրաժեշտ շեմային դաշտի մեծությունը: Ոչ գծային միջավայրում լազերային փունջը, բացի ինքնակիզակետումից, ենթարկվում է նաև դիֆրակցիայի: Դիֆրակցիան բնութագրվում է տարամիտման անկյամբ՝

$$\theta_d \sim \frac{\lambda_0}{an_0} \qquad (9.8)$$

(a-ն փնջի նախնական շառավիղն է, λ_0-ն՝ ալիքի երկարությունը վակուումում): Ճառագայթների ընթացքի ոչ գծայնությամբ պայմանավորված կորացումը կարելի է նկարագրել

$$\theta_{sf} \approx \frac{a}{l_{sf}}$$

անկյամբ: Հնարավոր է 3 դեպք.

ա) $\theta_{sf} < \theta_d$ փունջը տարամիտում է, սակայն տարամիտման արագությունն ավելի փոքր է, քան գծային միջավայրում (տես. Նկ. 9.5-ի 2 կորը):

բ) Երբ $\theta_{sf} > \theta_d$ փունջը զուգամիտում է, այսինքն՝ ինքնակիզակետվում է (տես. Նկ. 9.5-ի 4 կորը):

գ) Երբ $\theta_{sf} = \theta_d$, ոչ գծային միջավայրում փնջի տարածման ընթացքում նրա ձևն ու չափերը մնում են հաստատուն (տես Նկ. 9.5-ի 3 կորը):

Այսպիսով՝ ինքնակիզակետման երևույթի դրսևորման համար լրացուցիչ պահանջ է ներկայացվում և՛ փնջի ինտենսիվությանը, և՛ միջավայրի ոչ գծայնությանը: Իսկապես, $\theta_{sf} \geq \theta_d$ պայմանից ստանում ենք $E_0^2 \geq \left(E_0^2\right)_{շեմ}$, որտեղ ներմուծված $\left(E_0^2\right)_{շեմ}$ մեծությունը որոշվում է

$$\left(E_0^2\right)_{\text{շեմ}} = \frac{\lambda^2}{2a^2 n_0 \cdot n_2}$$

բանաձևով: Ինտենսիվության պարաբոլական բաշխվածութամբ լազերային փնջի համար կարող ենք գրել՝

$$E_0(r) = E_0\sqrt{1-\frac{r^2}{a^2}}: \tag{9.9}$$

Համաձայն սահմանման՝ այդ փնջի հզորությունը կլինի

$$P = \int_0^a I(r)\cdot 2\pi r dr,$$

որտեղ

$$I(r) = \frac{c}{8\pi} n_0 E_0^2(r):$$

Ինտեգրելով՝ ստանում ենք

$$E_0^2 = \frac{16P}{n_0 c a^2}: \tag{9.10}$$

P-ով նշանակված է փնջի հզորությունը: Հետևաբար, շեմային հզորության համար ունենք

$$P_{\text{շեմ}} = \frac{c\lambda^2}{32 n_2}: \tag{9.11}$$

Մասնավորապես, CS_2 միջավայրի համար $n_2 \approx 0{,}22\cdot 10^{-19}$ մ^2/Վ^2, որտեղից $P_{\text{շեմ}} = 23$ կՎտ:

Այստեղ հարկավոր է անել հետևյալ դիտողությունը՝ $n_2 > 0$ միջավայրում $P > P_{\text{շեմ}}$ հզորությամբ փունջը կտրուկ կիզակետվում է, որը շարունակվում է այնքան ժամանակ, մինչև զգալի են դառնում ոչ գծային այլ երևույթների ազդեցությունները, որոնք էլ ընդհատում են ինքնակիզակետումը: Թե ինչպիսի ոչ գծային երևույթներ կզարգացան կիզակետում, կախված է ոչ գծային միջավայրից: Դրանք, մասնավորապես, կարող են լինել նոր հաճախությամբ լույսի ճնավորման

երևույթներ (ստիպողական կոմբինացված ցրումը, Մանդելշտամ-Բրիլյուենյան ստիպողական ցրումը և այլն):

§9.3. Լույսի ինքնաապակիզակետումը ուժեղ ոչ գծայնությամբ միջավայրում

Նախորդ կետի քննարկման ժամանակ համոզվեցինք, որ ուժեղ լուսային դաշտի ազդեցությամբ միջավայրը փոխում է հատկությունները և՛ փնջի տարածման, և՛ փնջի տարածմանն ուղղահայաց ուղղությամբ առաջանում է բեկման ցուցչի բաշխվածություն: Ինչպես երևում է (9.2.) արտահայտությունից, լազերային փնջի առկայության հետևանքով առաջացող բեկման ցուցչի հավելումը՝

$$\Delta n = n - n_0 = n_2 E^2 , \qquad (9.12)$$

կախված է միջավայրի ոչ գծային հատկություններից՝ n_2 -ից և ընկնող ալիքի ինտենսիվությանը համեմատական E^2 -ից: Երբ $n_2 E^2$ մեծությունը փոքր է, ինքնազդեցության հետևանքով փոխվում են միայն փնջի տարածական չափերը՝ թողնելով անփոփոխ նրա պրոֆիլը (այսպես կոչված, առանց լուսախոտորման (ոչ աբեռացիոն) ինքնաապակիզակետում): Երբ միջավայրում տարածվում է մեծ ինտենսիվության ալիք (այնպես, որ $n_2 E^2$ մեծությունը դառնում է զգալի) առաջանում են խոտորումներ, և փնջի տեսքը ձևափոխվում է:

Այս հարցը քննարկենք մանրամասն: Ենթադրենք ընկնող փնջի ինտենսիվությունն ունի հետևյալ (գաուսյան) տեսքը՝

$$|E|^2 = |E_0|^2 \exp\left(-\frac{r^2}{a_0^2}\right), \qquad (9.13)$$

որտեղ r -ը լայնական կոորդինատն է, a_0 -ն՝ փնջի շառավիղը: Անցնելով d հաստության շերտով՝ փնջի տարբեր հատվածներ ձեռք են բերում փուլերի

$$\Delta\varphi(r)=\frac{2\pi}{\lambda}\int_{-d/2}^{d/2}\Delta n(r,z)dz \qquad (9.14)$$

տարբերություն, որտեղ $\Delta n(r,z)=n(r,z)-n_0$: Տեղադրելով (9.12) և (9.13) արտահայտությունները (9.14)-ի մեջ՝ գտնում ենք, որ

$$\Delta\varphi=\Delta\varphi_0\exp\left(-\frac{r^2}{a_0^2}\right): \qquad (9.15)$$

Այստեղ համառոտության համար օգտագործվել է հետևյալ նշանակումը՝

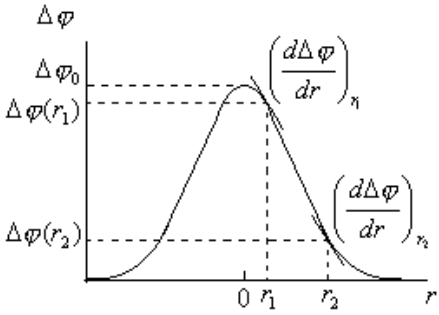
$$\Delta\phi_0=\frac{2\pi d}{\lambda}n_2\left|E_0\right|^2: \qquad (9.16)$$

Ինչպես երևում է Նկ. 9.9-ից, ցանկացած r_1 կետի համար գոյություն ունի նույն ածանցյալով մեկ այլ՝ r_2 կետ: Հաշվի առնելով, որ $(d\Delta\phi/dr)=k$ (k-ն ալիքային թիվն է), կարելի է ասել, որ r_1 և r_2 կետերի շրջակայքից եկող ալիքներն ունեն նույն ալիքային վեկտորը և կարող են առաջացնել ինտերֆերենցիա: Ինտերֆերենցիայի պատկերի առավելագույնները և նվազագույններն առաջանում են, երբ փուլերի տարբերությունը

$$\Delta\varphi(r_1)-\Delta\varphi(r_2)=m\pi, \qquad (9.17)$$

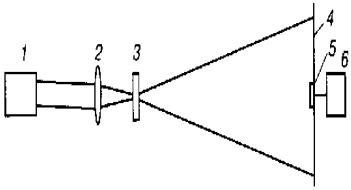
որտեղ m-ը ամբողջ թիվ է: Եթե $\Delta\varphi_0>>2\pi$ պայմանավորված է $n_2\left|E_0\right|^2$ մեծությամբ, ապա առաջանում է ինտերֆերենցիայի օղակների համակարգ, որոնց թիվը կարելի է որոշել հետևյալ պարզ առնչությամբ՝

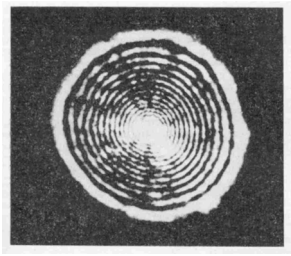
$$N=\frac{\Delta\varphi_0}{2\pi}: \qquad (9.18)$$



Նկ. 9.9. Ջերմային ինքնաապակիզակեւրման ժամանակ ինւրերֆերենցիոն օղակների առաջացումը պարզաբանող գծապատկերը:

Այստեղ $\Delta\varphi_0$-ն ընթացքների տարբերությունն է փնջի կենտրոնում:





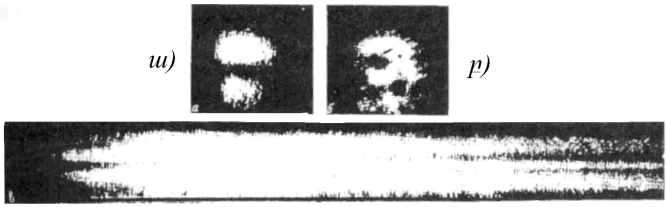
Նկ. 9.10. Ջերմային ինքնաապակիզակեւրման դիւրման փորձը և առաջացող ինւրերֆերման օղակները: 1-Լազեր, 2-հավաքող ոսպնյակ, 3-ոչ գծային նմուշ, 4-էկրան, 5-ֆոտոընդունիչ, 6-գրանցող սարք:

Երևույթի դիտման համար (տես Նկ. 9.10) օգտագործվում է 5-10 *մվտ* հզորությամբ անընդհատ գործողության միամոդ լազեր (1), որի ելքային հզորությունը կարգավորվում է երկու բևեռիչների օգնությամբ, որոնցից երկրորդը օգտագործվում է (4) նմուշի վրա ընկնող լազերային ճառագայթի բևեռացումն անփոփոխ պահելու համար: Լազերային ճառագայթման հզորությունը չափվում է 6 գրանցող սարքի օգնությամբ: 1-4 *մմ* հաստության հարթ զուգահեռ փորձանոթը, որը պարունակում է աղամանդականաչի քլորոֆորմային լուծույթ, տեղավորվում է 40-45 *մմ* կիզակետային հեռավորություն ունե-

ցող (3) ոսպնյակի կիզակետում: Անցած փնջի կառուցվածքը դիտվում է (5) էկրանի վրա:

§9.4. Լույսի «բանանային» ինքնակիզակետումը

Ինքնակիզակետման խնդիրների զգալի մասում դիտվում էին դեպքեր, երբ լազերային փունջը գաուսյան կամ պարաբոլական տեսքի էր, այսինքն՝ ինտենսիվությունը նվազում էր առանցքից դեպի եզր, որը և ապահովում էր $\partial n/\partial r < 0$ ամբողջ փնջի համար: Սակայն պրակտիկ հետաքրքրություն ներկայացնող մի շարք դեպքերում, երբ $\partial n/\partial T <0$ և փնջի ինենսիվությունը նվազում է առանցքից հեռանալիս, պետք է դիտվի ինքնաապակիզակետում:



ա) *բ)* *գ)*

Նկ. 9.11. Միջավայրով անցած փնջի նկարը. ա) առանց կլանող խառնուրդի ջրի դեպքում, բ) փոքր կոնցենտրացիայով կլանող բաղադրիչի առկայությամբ, գ) նույնը շարժվող ժապավենի վրա (համապատասխանում է 600մկվ տևողության):

Եթե վերցնենք ինտենսիվության ոչ մոնոտոն կախվածությամբ փունջ (առանցքից հեռանալիս աճ, որից հետո կտրուկ անկում եզրում՝ որոշակի r_m հեռավորությունից սկսած) պետք է դիտվի փնջի ինքնակիզակետում $r < r_m$ տիրույթում և ինքնաապակիզակետում $r > r_m$ տիրույթում (ճառագայթի կլպում բանանի նման): Ասվածը ցուցադրվում է Նկ. 9.11-ում: Հարկ է նշել, որ անհամասեռ լազերային

փնջերում ինքնակիզակետման երևույթը բավականաչափ բարդ բնույթ է կրում և էապես տարբերվում է (9.15) արտահայտությամբ նկարագրվող գաուսյան փնջերում ընթացող երևույթներից:

§9.5. Ամփոփում

Խորանարդային երևույթներից ամենատարածվածներից մեկը ինքնազդեցության երևույթներն են, որոնք լայնորեն կիրառվում են լազերային փնջերի պարամետրերի կառավարման բնագավառում:

Այս թեմայում ինքնազդեցության երևույթներից ներկայացված են ինքնակիզակետումը և ինքնաապակիզակետումը: Անդրադարձ է կատարված նաև մի յուրօրինակ երևույթի՝ «բանանային» ինքնաապակիզակետմանը անհամասեռ լազերային փնջում:

Նշենք, որ խորանարդային երևույթները չեն սահմանափակվում 8-րդ և 9-րդ թեմաներում քննարկվածներով: Լայնորեն տարածվածներից արժանահիշատակ են հատկապես կոմբինացված հաճախությունների գեներացիայի վրա հիմնված տարաբնույթ ռեզոնանսների ուսումնասիրման սպեկտրոսկոպիական մեթոդները, ալիքային ճակատի շրջումը և մի շարք այլ երևույթներ, որոնց նկարագրությանը կանդրադառնանք հաջորդ թեմաներում:

ԹԵՄԱ 10. ԻՆՔՆԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐ ԵՎ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՔՎԱԶԻՕՊՏԻԿԱ

§10.1. Ինքնազդեցության երևույթներ

Քննարկենք այժմ համասեռ իզոտրոպ միջավայրում հարթ ալիքի տարածման խնդիրը այն դեպքում, երբ միջավայրում առկա է խորանարդային ոչ գծայնություն: Խորանարդային երևույթների ողջ բազմազանությունը նկարագրում է նոր ալիքի գեներումը կոմբինացված

$$\omega_q = \sum_{j=1}^{3} m_j \omega_j, \qquad m_j = 0, \pm 1 \tag{10.1}$$

հաճախության վրա: Բոլոր հնարավոր խորանարդային ոչ գծային օպտիկական պրոցեսներից կանդրադառնանք մեկին՝

$$\omega = \omega + \omega - \omega : \tag{10.1ա}$$

Նման տիպի փոխազդեցությունը նկարագրում է, ինչպես ընդունված է անվանել, ինքնազդեցության երևույթները: Դա նշանակում է, որ ոչ գծային փոխազդեցության արդյունքում գեներացված ալիքն ունի նույն հաճախությունը, ինչ-որ այն մակածողը: (4.6) հավասարման աջ մասի ոչ գծային բևեռացումը այս դեպքում ներկայացվում է հետևյալ տեսքով՝

$$\vec{P}^{(3)}(\omega) = \chi^{(3)}(\omega;\omega,\omega,-\omega)\vec{E}(\omega)\vec{E}(\omega)\vec{E}^{*}(\omega) : \tag{10.2}$$

Դաշտը միջավայրում ներկայացնենք հետևյալ տեսքով՝

$$E(z,t) = \frac{1}{2} A(z) e^{i(\omega t - kz)} + c.c. : \tag{10.3}$$

Այդ դեպքում (4.6) հավասարումը կլինի՝

$$\frac{d^2 E(z,t)}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon E(z,t) = -\frac{\omega^2}{c^2}\delta\varepsilon E(z,t) : \tag{10.4}$$

Այստեղ $\delta\varepsilon$ -ով նշանակված է ոչ գծային հավելումը՝

$$\delta\varepsilon = 4\pi\chi^{(3)}(\omega;\omega,\omega,-\omega)\left|E\right|^2 = \varepsilon_2\left|E\right|^2: \qquad (10.4ա)$$

Ոչ գծայնության ε_2 գործակիցը սահմանված է (9.1ա) արտահայտությանը համանման տեսք տալու նպատակով: Գծային և ոչ գծային կլանման պրոցեսները հաշվի առնելու համար կարելի է ընդունել նաև, որ ε_0 և ε_2 մեծությունները կոմպլեքս են, այսինքն՝

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) - i\varepsilon''(\omega), \varepsilon_2(\omega) = \varepsilon_2'(\omega) - i\varepsilon_2''(\omega): \qquad (10.4բ)$$

Տեղադրելով դաշտի (10.3) տեսքը (10.4) հավասարման մեջ և օգտվելով դանդաղ փոփոխվող լայնույթի մոտավորությունից՝ վերջնականորեն ստանում ենք

$$\frac{dA(z)}{dz} + \alpha A(z) = -\alpha_2\left|A(z)\right|^2 A(z) - ik_2\left|A(z)\right|^2 A(z): \qquad (10.5)$$

Այստեղ սահմանված

$$\alpha = \frac{\omega}{c}\frac{\varepsilon''}{2\sqrt{\varepsilon'}}; \qquad \alpha_2 = \frac{\omega}{c}\frac{\varepsilon_2''}{2\sqrt{\varepsilon'}} \qquad (10.6ա)$$

մեծությունները նկարագրում են գծային և ոչ գծային կլանումները, իսկ

$$k_2 = \frac{\omega}{c}\frac{\varepsilon_2'}{2\sqrt{\varepsilon'}} \qquad (10.6բ)$$

ալիքային թվի ոչ գծային հավելումն է: Ինչպես և նախորդ դեպքում

$$A(z) = ae^{i\varphi(z)} \qquad (10.7)$$

նշանակմամբ անցնենք իրական մեծությունների: Տեղադրենք (10.5) հավասարման մեջ և առանձնացնենք իրական և կեղծ մասերը, կստանանք

$$\left.\begin{aligned}\frac{da(z)}{dz} &= -\left\{\alpha + \alpha_2 a^2(z)\right\}a(z)\\ \frac{d\varphi(z)}{dz} &= -k_2 a^2(z)\end{aligned}\right\}: \qquad (10.8)$$

Ստացված հավասարումների (10.8) համակարգը թույլ է տալիս նկարագրելու միջավայրի խորանարդային ոչ գծայնությամբ պայ-

մանավորված ինքնազդեցության մի շարք երևույթներ: Անդրադառնանք ոչ գծային ընկալունակության իրական և կեղծ մասերով պայմանավորված երևույթներին առանձին-առանձին:

§10.2. Լույսի ոչ գծային դիսպերսիա

Ենթադրենք միջավայրի գծային և ոչ գծային կլանումները բացակայում են՝ $\alpha = \alpha_2 \approx 0$: (10.8) համակարգի լուծման համար անհրաժեշտ է հաշվի առնել նաև եզրային

$$a\left(z=0\right)=a_0;\varphi(z=0)=\varphi_0 \tag{10.9}$$

պայմանները: Այդ դեպքում առաջին հավասարումից ստանում ենք

$$a\left(z\right)=a\left(z=0\right)=a_0\,, \tag{10.10ա}$$

իսկ երկրորդից՝

$$\varphi(z)=\int k_2 a^2(z)dz+\varphi_0=k_2a_0^2z+\varphi_0: \tag{10.10բ}$$

Դաշտի վերջնական տեսքի համար կարող ենք գրել

$$E(z,t)=\frac{1}{2}a_0e^{i(\omega t-k_{nl}z)}+c.c.\,, \tag{10.11}$$

որտեղ

$$k_{nl}=k+k_2a_0^2=\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon'}+\frac{\omega}{2c}\frac{\varepsilon_2'a_0^2}{\sqrt{\varepsilon'}}: \tag{10.11ա}$$

Ինչպես երևում է դաշտի (10.11) տեսքից, ոչ գծային հավելման իրական մասի առկայությունը հանգեցնում է ալիքային թվի և, որպես հետևանք, փուլային արագության՝ դաշտի լայնույթից կախվածության

$$\mathrm{v}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{nl}}=\frac{\omega}{k_{nl}}=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon'}+0.5\,\varepsilon_2'a_0^2/\sqrt{\varepsilon'}}\approx \mathrm{v}_{\mathrm{p}}^{l}\left(1-\frac{\varepsilon_2'a_0^2}{2\varepsilon'}\right): \tag{10.12}$$

Այստեղ $\mathrm{v}_{\mathrm{p}}^{l}=\omega/k$ -ն գծային միջավայրում ալիքի տարածման փուլային արագությունն է: Ինչպես տեսնում ենք, $\varepsilon_2'>0$ դեպքում ա-

լիքի տարածումը դանդաղում է, իսկ հակառակ՝ $\varepsilon_2' < 0$, դեպքում՝ արագանում: Քանի որ միջավայրի ոչ գծային և գծային մասերի կախվածությունները հաճախությունից տարբերվում են, ապա, որպես հետևանք, դաշտի լայնույթից կախվածությունը հանգեցնում է միջավայրի դիսպերսային հատկությունների փոփոխությանը: Այս երևույթն ընդունված է անվանել ոչ գծային դիսպերսիա:

§10.3. Լույսի ոչ գծային կլանում

Ի տարբերություն նախորդի՝ այստեղ ընդունենք, որ կլանումը բավականաչափ մեծ է: Այդ դեպքում հարկ է լուծել նաև (10.8ա) հավասարումը: Այն Բեռնուլիի

$$\frac{dy(z)}{dz} + f_1(z)y(z) = f_2(z)y^n(z) \qquad (10.13)$$

հավասարման մասնավոր դեպքն է, որտեղ

$$y(z) = a(z);\ f_1(z) = \alpha;\ f_2(z) = -\alpha_2;\ n = 3: \qquad (10.13ա)$$

Բաժանենք (10.8ա) հավասարման երկու կողմը a^3 -ի վրա և կատարենք փոփոխականի

$$p(z) = \frac{1}{a^{n-1}(z)} \qquad (10.13բ)$$

փոխարինում: Տվյալ դեպքում $p(z) = a^{-2}(z)$ և

$$\frac{1}{a^3(z)}\frac{da(z)}{az} = -\frac{dp(z)}{az}: \qquad (10.13գ)$$

Արդյունքում ստանում ենք

$$\frac{dp(z)}{dz} - \alpha p(z) = \alpha_2: \qquad (10.14)$$

Հեշտ է տեսնել, որ (10.14) հավասարման երկու մասը բազմապատկելով $e^{-\alpha z}$ -ով, կարելի է այն ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\frac{d\left\{p(z)e^{-\alpha z}\right\}}{dz}=\alpha_2 e^{-\alpha z}: \qquad (10.14ա)$$

Այս հավասարումն ինտեգրելուց և հիմնական փոփոխականին անցնելուց հետո ստանում ենք

$$a^2(z)=\frac{\alpha}{C\alpha e^{\alpha z}-\alpha_2}, \qquad (10.15)$$

որտեղ C-ն եզրային պայմաններից որոշվող հաստատուն է: Որոշելով այն (10.9) եզրային պայմանից՝ կարող ենք գրել որոնվող լուծման վերջնական տեսքը՝

$$a^2(z)=\frac{\alpha a_0^2}{\alpha e^{\alpha z}+\left(e^{\alpha z}-1\right)\alpha_2 a_0^2}: \qquad (10.15ա)$$

Միայն գծային կլանման առկայությամբ $\left(\alpha_2\approx 0\right)$ այդ հավասարման լուծումը Բուգերի և Լամբերտի օրենքն է՝

$$a(z)=a_0 e^{-\alpha z}: \qquad (10.16)$$

Անդրադառնանք այն դեպքին, երբ գծային կլանումը բացակայում է՝ $\alpha\approx 0$, և առկա է միայն ոչ գծային կլանումը $\left(\alpha_2\neq 0\right)$: Անցնելով սահմանի, երբ $\alpha\to 0$, և կիրառելով Լոպիտալի կանոնը կարող ենք ստանալ

$$a^2(z)=\frac{a_0^2}{1+\alpha_2 a_0^2 z}: \qquad (10.16ա)$$

Ինչպես երևում է ստացված արտահայտությունից, ոչ գծային կլանմամբ միջավայրում մեծ լայնույթով ալիքն արագ է մարում: Հետաքրքրական է, որ $z>>\left(\alpha_2 a_0^2\right)^{-1}$ հեռավորությունների դեպքում ելքային լայնույթը կախված չէ մուտքայինից՝ $a^2(z)\approx\left(\alpha_2 z\right)^{-1}$: Դա նշանակում է, որ ոչ գծային կլանմամբ բավականաչափ հաստ միջավայրը կարող է օգտագործվել որպես ինտենսիվության սահմանափակիչ:

§10.4. Ոչ գծային քվազիօպտիկա

Ինքնազդեցության երևույթներն առավել ցայտուն դրսևորվում են ոչ գծային միջավայրերում ալիքային փնջերի տարածման դեպքում, այսինքն՝ նեղ անկյունային սպեկտր ունեցող ալիքներում: Այժմ անդրադառնանք (4.6) հավասարման քննարկմանն այն դեպքում, երբ ոչ գծային միջավայրով տարածվում է սահմանափակ տարածական չափեր ունեցող փունջ: Փոքր տարամիտմամբ փնջի և փոքր ոչ գծայնությամբ միջավայրի դեպքում (4.6) հավասարումը կարելի է պարզեցնել: (4.8) արտահայտության համաձայն ներկայացնենք դաշտը միջավայրում հետևյալ տեսքով՝

$$\vec{E}(\vec{r},t)=\frac{1}{2}\vec{e}A\left(\vec{r}\right)e^{i\left(\omega t-\vec{k}\vec{r}\right)}+c.c.: \qquad (10.17)$$

Սահմանափակ տարածական չափերով փնջերի տարածման դեպքում (10.4) հավասարման փոխարեն կարելի է գրել

$$\Delta\vec{E}(\vec{r})+\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\vec{E}(\vec{r})=-\frac{\omega^2}{c^2}\delta\varepsilon\vec{E}(\vec{r}): \qquad (10.18)$$

Այս հավասարումը նույնպես կարելի է լուծել դանդաղ փոփոխվող լայնույթի մեթոդով: Հարկ է հաշվի առնել միայն երկայնական և լայնական ուղղություններով դաշտի փոփոխման արագությունների տարբերությունը: Ներկայացնենք որոնվող դաշտը հետևյալ տեսքով՝

$$\vec{E}(\vec{r})=\frac{1}{2}\vec{e}A\left(\sqrt{\mu}x,\sqrt{\mu}y,\mu z\right)e^{-i\vec{k}\vec{r}}+c.c.: \qquad (10.19)$$

Այստեղ z-ը փնջի տարածման ուղղությունն է, x,y-ը՝ լայնական կոորդինատներն են, $A\left(\sqrt{\mu}x,\sqrt{\mu}y,\mu z\right)$-ը՝ դանդաղ փոփոխվող լայնույթը: Հարմարության համար ներմուծված է նաև $\mu<<1$ պարամետրը, ընդ որում, ընդունում ենք, որ $\delta\varepsilon\approx\mu\varepsilon$: Նկատենք հետևյալը՝ ինքնաֆոկուսացման հետևանքով փնջի ինտենսիվությունը տարածման ընթացքում աճում է: Որպես հետևանք, $\delta\varepsilon$ հավելման մեջ, ի տարբերություն (10.4ա)-ի, հարկ է լինում պահպանել ինտենսիվության բարձր աստիճանին համեմատական գումարելիներ (ոչ գծայ-

նության հագեցումը հաշվի առնելու համար): Ուստին այս քննարկման ընթացքում դեռևս կշարունակենք պահպանել $\delta\varepsilon$ նշանակումը: (10.19) արտահայտությունը ընդգծում է այն փաստը, որ փնջի լայնույթի փոփոխությունը լայնական հատույթով ավելի արագ է, քան տարածման ուղղությամբ: Տեղադրելով (10.19) տեսքը (10.18) հավասարման մեջ և, սահմանափակվելով փոքր μ պարամետրի առաջին աստիճանի գումարելիներով՝ ստանում ենք հետևյալ հավասարումը՝

$$\left(2ik\frac{\partial}{\partial z}-\nabla_{\perp}^{2}\right)A=\frac{k^{2}\delta\varepsilon}{c^{2}}A: \qquad (10.20)$$

Այստեղ $\nabla_{\perp}^{2}=\Delta_{\perp}$ Լապլասի օպերատորն է ըստ լայնական կոորդինատների: Նկատենք, որ $\delta\varepsilon=0$ դեպքում այս հավասարումը վեր է ածվում դիֆրակցիայի քվազիօպտիկական տեսությունում լայնորեն օտագործվող պարաբոլական հավասարմանը: Այսպիսով՝ (10.20) հավասարումը համապատասխանում է ոչ գծային միջավայրում քվազիօպտիկական մոտավորությանը: Այն նկարագրում է դիֆրակցվող փնջերի ինքնազդեցությունը: Հետագա քննարկման ընթացքում կընդունենք, որ $\delta\varepsilon$, ε մեծություններն իրական են, դրանով իսկ անտեսելով գծային և ոչ գծային կլանման ազդեցության հաշվառումը: Սահմանափակվենք գլանային համաչափություն ունեցող փնջերի տարածմամբ: Այդ դեպքում $\Delta_{\perp}$ Լապլասի օպերատորի տեսքը հետևյալն է՝

$$\Delta_{\perp}=\frac{1}{r_{\perp}}\frac{\partial}{\partial r_{\perp}}\left(r_{\perp}\frac{\partial}{\partial r_{\perp}}\right): \qquad (10.20ա)$$

Այստեղ $r_{\perp}$-ը շառավղային կոորդինատ է՝ հեռավորությունը z առանցքից: (10.20) հավասարումը կոմպլեքս է: Ձևական նմանության պատճառով այն ընդունված է անվանել Շրյոդինգերի ոչ գծային հավասարում: Շատ դեպքերում, ինչպես արդեն քննարկվել է նախորդ պարագրաֆում, նպատակահարմար է անցնել իրական մեծությունների: Այդ պատճառով որոնվող $A(r_{\perp},z)$ լայնույթը ներկայացնենք հետևյալ տեսքով՝

$$A(r_\perp, z) = a(r_\perp, z)e^{i\varphi(r_\perp, z)}, \qquad (10.20\text{բ})$$

որտեղ $a(r_\perp, z)$-ն իրական լայնույթն է, իսկ $\varphi(r_\perp, z)$-ն՝ իրական փուլը կամ էյկոնալը (εἰκών-պատկեր), որը հարթ ալիքի էյկոնալի հավելում է: Տեղադրելով այս տեսքը (10.20) հավասարման մեջ և անջատելով իրական ու կեղծ մասերը՝ կստանանք

$$k\frac{\partial a^2}{\partial z} = -\nabla_\perp\left(a^2\nabla_\perp\varphi\right), \qquad (10.21\text{ա})$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} + \frac{1}{2k}\left(\nabla_\perp\varphi\right)^2 - \frac{k}{2}\left(\frac{\nabla_\perp^2 a}{k^2 a} + \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}\right) = 0: \qquad (10.21\text{բ})$$

(10.21ա)-ն տեղափոխման հավասարումն է, որը համապատասխանում է դիֆերենցիալ տեսքով ներկայացված էներգիայի պահպանման օրենքին: Քանի որ $\varphi(r_\perp, z)$-ը որոշում է փնջի ալիքային ճակատը, ապա (10.21բ)-ն նկարագրում է դիֆրակցիայի ($\nabla_\perp^2 a/(k^2 a)$-գումարելին) և ինքնակիզակետման ($\delta\varepsilon/\varepsilon$-գումարելին) ազդեցությամբ այդ ճակատի աղավաղումը: (10.21բ) հավասարման տեսքը արտաքուստ նման է դասական մեխանիկայի Համիլտոն-Յակոբիի

$$\frac{\partial S}{\partial t} + H = 0 \qquad (10.22)$$

հավասարմանը, որտեղ

$$H = \frac{p^2}{2m} + V: \qquad (10.22\text{ա})$$

V պոտենցիալ էներգիայով դաշտում շարժվող մասնիկի Համիլտոնի ֆունկցիան է, իսկ $S(q, p, t)$-ն՝ գործողությունը: Այս դեպքում $\varphi(r_\perp, z)$-ը S գործողության համարժեքն է, $r_\perp, k, z$ փոփոխականները՝ q, m, t-ի, $\left(\nabla_\perp\varphi\right)^2$-ն՝ p^2-ու, իսկ

$$V = -\frac{k}{2}\left(\frac{\nabla_\perp^2 a}{k^2 a} + \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}\right) \qquad (10.22\text{ բ})$$

պոտենցիալ էներգիայի դերում: Այժմ կարելի է գրել Համիլտոն-Յակոբիի հավասարումից ստացվող շարժման

$$m\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} = -\frac{\partial V}{\partial q} \qquad (10.22\text{ գ})$$

հավասարման համարժեքը, որը հետևում է (10.21բ)-ից՝

$$\frac{\partial^2 r_\perp}{\partial z^2} = -\frac{1}{k}\frac{\partial V}{\partial r_\perp} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial r_\perp}\left(\frac{\nabla_\perp^2 a}{k^2 a} + \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon}\right): \qquad (10.23)$$

Այս հավասարումը նկարագրում է ճառագայթի $r_\perp$ հետագծի z կոորդինատից ունեցած կախվածությունը: (10.23) հավասարման լուծումը կարելի է ներկայացնել V պոտենցիալ հորում շարժվող մասնիկի շարժման համանմանությամբ: Սակայն այս դեպքում կա որոշակի առանձնահատկություն: V պոտենցիալը տվյալ դեպքում հայտնի է, եթե հայտնի է $a(r_\perp, z)$, որը կարելի է գտնել լուծելով (10.21) հավասարումների համակարգը: Որպես մոտավորություն կարելի է ընդունել, որ փնջի կենտրոնական մասը պահպանում է իր նախնական պրոֆիլը՝ փոխելով միայն պարամետրերը: Նման մոտեցումն արդարացված է, քանի դեռ ճառագայթների կորությունը ֆոկուսացման ընթացքում կարելի է անտեսել: Ընդունենք, որ փնջի սկզբնական տեսքը գաուսյան է: Այդ դեպքում փնջի կենտրոնական մասի համար ($0 < r_\perp << \rho$), համաձայն վերև ասվածի, կարող ենք գրել

$$a(r_\perp, z) = a_0\frac{\rho_0}{\rho(z)}\exp\left(-\frac{r_\perp^2}{2\rho^2(z)}\right): \qquad (10.24)$$

Այս մոտավորությանն անվանում են մերձառանցքային: Յուրաքանչյուր ճառագայթ ընթանում է այնպիսի հետագծով, որի համար $r_\perp/\rho = r_{\perp 0}/\rho_0$, որտեղ $r_{\perp 0}$-ն և ρ_0-ն $z = 0$ կետում ճառագայթի կոորդինատը և շառավիղն են համապատասխանաբար: (10.24) տեսքն ունեցող փնջի դեպքում V պոտենցիալն ընդունում է հետևյալ տեսքը՝

$$V(r_\perp,\rho)=-k\left(-\frac{1}{k^2\rho^2}+\frac{r_\perp^2}{2k^2\rho^4}+\frac{\delta\varepsilon}{2\varepsilon}\right): \qquad (10.25)$$

Քանի որ մերձառանցքային մոտավորության դեպքում $r_\perp << \rho$, ստանում ենք

$$V(0,\rho)=V(\rho)=-k\left(-\frac{1}{k^2\rho^2}+\frac{\delta\varepsilon}{2\varepsilon}\right): \qquad (10.25ա)$$

(10.23) հավասարման մեջ փոխարինենք $r_\perp(z)\approx\rho(z)$-ով, կստանանք

$$\frac{\partial^2\rho(z)}{\partial z^2}=-\frac{1}{k}\frac{\partial V(z)}{\partial\rho}:$$

$\partial\rho(z)/\partial z$-ով բազմապատկելուց հետո մեկ անգամ ինտեգրումը հանգեցնում է հետևյալ արտահայտությանը՝

$$\frac{k}{2}\left(\frac{\partial\rho(z)}{\partial z}\right)^2+V(\rho)=const: \qquad (10.26)$$

Այս արտահայտությունը պոտենցիալային դաշտում շարժվող մասնիկի էներգիայի պահպանման օրենքի համարժեքն է: Ընտրենք եզրային պայմանները՝

$$\rho(z=0)=\rho_0;\left(\frac{\partial\rho(z)}{\partial z}\right)=\left(\frac{\partial\rho(z)}{\partial z}\right)_{z=0}:$$

Վերջնականորեն (10.26) հավասարման լուծման համար ստանում ենք

$$z=\int_{\rho_0}^{\rho}\sqrt{\frac{2}{k}\left[V(\rho_0)-V(\xi)\right]+\left(\frac{\partial\rho(z)}{\partial z}\right)_{z=0}}\,d\xi: \qquad (10.27)$$

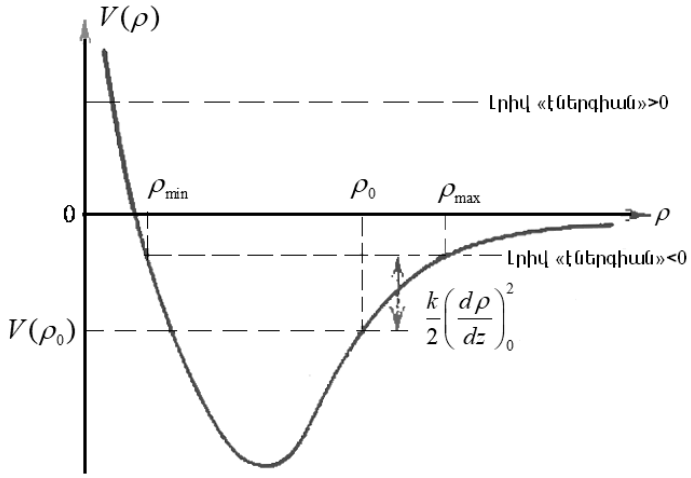
Այս արտահայտության միջոցով կարելի է որոշել ոչ գծային կիզակետային հեռավորությունը, քանի որ կիզակետում

$$\rho(z=f)=\rho_{\min};\quad\left(\frac{\partial\rho(z)}{\partial z}\right)_{z=f}=0:$$

Այստեղից

$$f = \int_{\rho_0}^{\rho_{\min}} \sqrt{\frac{2}{k}\left[V(\rho_0) - V(\xi)\right] + \left(\frac{\partial \rho(z)}{\partial z}\right)_{z=0}}\, d\xi : \qquad (10.27\text{ա})$$

Այժմ փնջի ինքնակիզակիտման և դիֆրակցիայի երևույթները կարելի է մեկնաբանել՝ ելնելով պոտենցիալ հորում մասնիկի շարժման հետ նմանությունից: Ինչպես երևում է (10.25ա) արտահայտությունից, V պոտենցիալի դրական կամ բացասական լինելը պայմանավորված է երկու գործոնների՝ դիֆրակցիայի ($(k^2\rho^2)^{-1}$) և ինքնակիզակիտման՝ $\delta\varepsilon / \varepsilon_0$, մրցակցությամբ: Եթե $\delta\varepsilon$-ը բավականաչափ մեծ է, սակայն հագեցում է մեծ ինտենսիվությունների դեպքում, ապա V պոտենցիալի մոտավոր տեսքը կարող է լինել այնպիսին, ինչպիսին պատկերված է Նկ. 10.1:



Նկ. 10.1. V պոտենցիալ էներգիայի կախվածությունը փնջի շառավղից: Կորը ցույց է տալիս պոտենցիալ հորում մասնիկի շարժման և ինքնակիզակիտման միջև նմանությունը:

Ինչպես երևում է նկարից, փնջի մեծ ρ շառավղի (կամ որ նույնն է՝ փոքր ինտենսիվության) դեպքում ինքնակիզակետումը կա-

րող է գերակշռել դիֆրակցիան: Սակայն, երբ փնջի չափերը սեղմվում են և ինտենսիվությունը մեծանում, $\delta\varepsilon$ -ի աճը սահմանափակվում է, և սկսում է գերակշռել դիֆրակցիան: Պոտենցիալ հորում գտնվող մասնիկի նմանությամբ կարելի է պնդել, որ եթե փնջի սկզբնական զուգամիտումը կամ տարամիտումը $\left|(\partial\rho(z)/\partial z)_0\right|$ (համապատասխանում է մասնիկի արագությանը) փոքր է, քան $\sqrt{\left|-V(\rho_0)/2k\right|}$, ապա փնջի շառավիղը տարածման ընթացքում պարբերաբար կփոխվի $\rho_{\max}$ -ից մինչև $\rho_{\min}$: Նշենք, որ $\rho_{\max}$ -ը որոշվում է

$$\frac{k}{2}\left(\frac{\partial\rho(z)}{\partial z}\right)_0^2 + V(\rho_0) = V(\rho_{\max})$$

պայմանից: Եթե $\left|(\partial\rho(z)/\partial z)_0\right| > \left|-V(\rho_0)/2k\right|$, ապա փունջը երբեք չի կիզակետվի և կդիֆրակցվի մինչև անվերջություն, չնայած $(\partial\rho(z)/\partial z)_0 < 0$ դեպքում սկզբնապես այն կարող է նաև կիզակետվել: Մի փոքր ձևափոխենք (10.25ա) արտահայտությունը: Գաուսյան փնջի դեպքում պարաքսիալ մոտավորությամբ V պոտենցիալն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$V(\rho) = -k\left(-\frac{1}{k^2\rho^2} + \frac{\delta\varepsilon}{2\varepsilon}\right), \qquad (10.28)$$

Ամբողջացման համար տեղադրենք $\delta\varepsilon = \varepsilon_2|a|^2$, կստանանք

$$V(\rho) = \frac{1}{k\rho^2}\left(1 - \frac{P}{P_0}\right), \qquad (10.28ա)$$

որտեղ

$$P_0 = \frac{c\lambda^2}{4\pi^2\varepsilon_2}; \quad P = \frac{c\sqrt{\varepsilon}}{2\pi}\int_0^\infty 2\pi r_\perp a^2 dr_\perp = \frac{c\sqrt{\varepsilon}a_0^2\rho_0^2}{\pi}: \qquad (10.28բ)$$

P -ն լազերային փնջի հզորությունն է: Մասնիկի հետ նմանությունից օգտվելով, կարող ենք միանգամից ասել, որ ինքնակիզակետում տեղի ունի, եթե $P > P_0$: Քանի դեռ փնջի սկզբնական տարամի-

տումը ($(k/2)(\partial\rho(z)/\partial z)_0^2$) փոքր է $(-V(\rho_0))$-ից, ինքնակիզակետման ազդեցությունը միշտ գերակշռող է դիֆրակցիայից, և փնջի շառավիղը փոքրանում է մինչև զրո: Մասնավոր դեպքում, երբ $P = P_0$, ստանում ենք $V = 0$, և, եթե $(\partial\rho(z)/\partial z)_0 = 0$, ապա փունջը պետք է տարածվի առանց շառավիղը փոխելու: Այդ դեպքը համապատասխանում է փնջի ինքնականալավորմանը: Եթե V-ն որոշվում է (10.28) արտահայտությամբ, ապա (10.27ա)-ից կարող ենք ստանալ

$$\frac{\rho^2}{\rho_0^2} = \frac{2z}{k^2\rho_0^4}\left(1-\frac{P}{P_0}\right)+\left(1+\left(\frac{\partial\rho}{\partial z}\right)_0\frac{z}{\rho_0}\right)^2: \qquad (10.29)$$

Այս արտահայտությունը նկարագրում է փնջի շառավղի փոքրացումը՝ տարածմանը զուգընթաց: Ֆոկուսային հեռավորությունը կստացվի, եթե տեղադրենք $z = f$, որի դեպքում $\rho = 0$, ուստին

$$f = \frac{k\rho_0^2/\sqrt{2}}{\sqrt{P/P_0-1}-\left(k\rho_0^2/\sqrt{2}\right)(\partial\rho/\partial z)_0}: \qquad (10.30)$$

Եթե $(\partial\rho/\partial z)_0 = 0$, ապա այս արտահայտությունը ընդունում է հետևյալ տեսքը՝

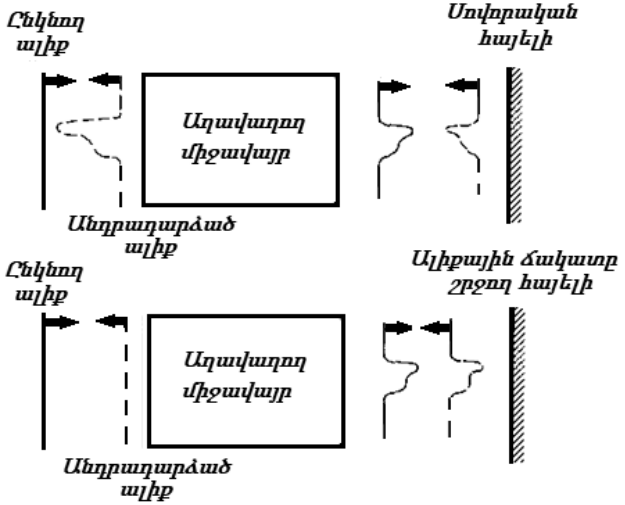
$$f = \frac{ka_0^2/\sqrt{2}}{(P/P_0-1)^{1/2}}: \qquad (10.31)$$

Այն նկարագրում է ոչ գծային կիզակետային հեռավորության կախվածությունը փնջի հզորությունից մերձառանցքային մոտավորությամբ: Լազերային փնջի հզորության որոշակի տիրույթում այն լավ համընկնում է փորձի հետ:

§10.5. Ալիքային ճակատի շրջում

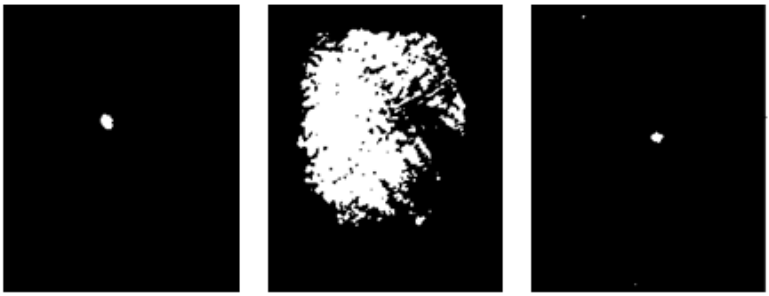
Փուլային համալուծման օպտիկան (оптика фазового сопряжения) կոհերենտ օպտիկայի համեմատաբար նոր ուղղություններից է: Այն

ներառում է իրական ժամանակային մասշտաբում էլեկտրամագնիսական դաշտերի մշակման համար ոչ գծային օպտիկական մեթոդների կիրառումը: Նման երևույթների առ այսօր հայտնի բազմազան կիրառությունների հիմքը (պատկերների հաղորդում, իմպուլսի սեղմում, պատկերի մշակում և այլն) ընկնող ալիքի փուլի շրջումն է, կամ, ինչպես ընդունված է անվանել, ալիքային ճակատի շրջման երևույթը (տես Նկ. 10.2): Երևույթի էությունը հետևյալն է՝ ընկնող փնջի ալիքային ճակատը, անցնելով միջավայրով, աղավաղվում է: Փնջի հակառակ ուղղությամբ շարժման դեպքում (սովորական հայելուց անդրադառնալիս) այդ աղավաղումները կրկնապատկվում են: Եթե անդրադարձումը ալիքային ճակատը շրջող հայելուց է, միջավայրն անցնելուց հետո բոլոր աղավաղումներն անհետանում են (իհարկե, եթե փոքր է դիֆրակցիայի ազդեցությունը): Նկ. 10.3-ում պատկերված է ալիքային ճակատի վերականգնման օրինակը խազագծված (протравленная) ապակու շերտն անցնելու ընթացքում:



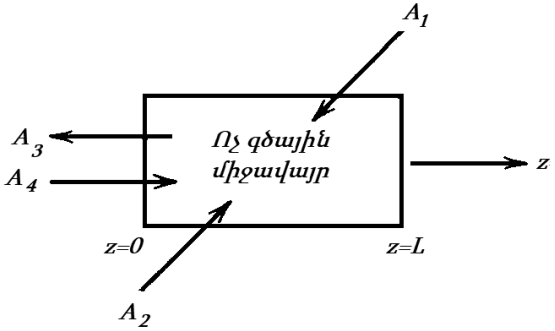
Նկ. 10.2. Ալիքային ճակատի աղավաղման բնույթը միջավայրով (ուղիղ և հակառակ ուղղություններով) փնջի տարածման ընթացքում սովորական հայելու (վերևի նկար) և ալիքային ճակատը շրջող հայելու (ներքևի նկար) կիրառմամբ:

Ալիքային ճակատի շրջման երևույթը քննարկենք քառալիք խառնման պրոցեսի օրինակով (Նկ. 10.4): Ենթադրենք միջավայրով՝ հակառակ ուղղություններով, տարածվում են երկու մեծ ինտենսիվությամբ, $\omega_{1,2}$ հաճախությամբ $\vec{E}_1$ և $\vec{E}_2$ ալիքներ (մղման ալիքներ):



ա) *բ)* *գ)*

Նկ. 10.3. Աբերացիաների ուղղման երևույթը ցուցադրող լուսանկարները: ա) չաղավաղված լազերային փունջը բ) փունջը աղավաղող ապակե թիթեղն անցնելուց հետո գ) փունջը ալիքային ճակատը շրջող հայելուց անդրադառնալուց և միջավայրը երկրորդ անգամ անցնելուց հետո:



Նկ. 10.4. Ալիքային ճակատի շրջումը քառալիք փոխազդեցության ժամանակ:

Միաժամանակ որևէ այլ ուղղությամբ տարածվում են նաև $\vec{E}_3$ և $\vec{E}_4$ ալիքներ (հաճախությունները՝ $\omega_{3,4}$), որոնք կարող են և հարթ

չլինել, ընդ որում՝ $\vec{E}_4$-ը մուտքային ալիքն է, իսկ $\vec{E}_3$-ը՝ ելքային: Խորանարդային ոչ գծայնությամբ պայմանավորված՝ միջավայրում ընթանում է քառալիք փոխազդեցություն և էներգափոխանակություն նրանց միջև: Քանի որ $\vec{E}_1, \vec{E}_2$ ալիքները ենթադրվում են բավականաչափ մեծ ինտենսիվություն ունեն, կարելի է պնդել, որ էներգափոխանակությունն ընթանում է $\vec{E}_3$ և $\vec{E}_4$ ալիքների միջև: Նման քառալիք փոխազդեցությունը նկարագրվում է միջավայրի խորանարդային

$$\vec{P}^{(3)}\left(z,t\right)=\hat{\chi}^{(3)}\vec{E}(\vec{r},t)\vec{E}(\vec{r},t)\vec{E}(\vec{r},t) \qquad (10.32)$$

բևեռացմամբ: Դանդաղ փոփոխվող լայնույթի մոտավորությամբ այդ դաշտերը կարելի է ներկայացնել (4.8ա,բ)-ի համանման տեսքով՝

$$\vec{E}(\vec{r},t)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{4}\vec{e}_i E_i\left(\vec{r}\right)e^{i\omega_i t}+c.c.: \qquad (10.32ա)$$

$$\vec{E}_i(\vec{r})=\vec{e}_i A_i\left(\vec{r}\right)e^{-i\vec{k}_i\vec{r}}: \qquad (10.32բ)$$

Այստեղ $i=1\div 4$ դաշտերի համարներն են: Միջավայրում ընթացող պրոցեսները, որոնք ապահովում են այդ էներգափոխանակությունը, հետևյալներն են՝

$$\omega_3=\omega_1+\omega_2-\omega_4 \qquad (10.33)$$

$$\omega_4=\omega_1+\omega_2-\omega_3 \qquad (10.33ա)$$

Եթե մղման ալիքների հաճախությունները նույնն են՝ $\omega_1=\omega_2=\omega$, և համընկնում են մուտքային $\vec{E}_4$ ալիքի հաճախության հետ՝ $\omega_4=\omega$, ապա

$$\omega=\omega+\omega-\omega \qquad (10.33բ)$$

քառալիք խառնման պրոցեսի արդյունքում ելքային $\vec{E}_3$ ալիքի հաճախությունը նույնպես կլինի $\omega_3=\omega$: (10.32) արտահայտության 512 գումարելիներից միայն վեցն են ապահովում (10.33) քառալիք պրոցեսը և ևս վեցը՝ (10.33ա): Ֆիքսելով բոլոր ալիքների բևեռացումները որոշակի ուղղությամբ, նման քառալիք փոխազդեցությունը կարելի է նկարագրել հետևյալ սկալյար արտահայտությամբ՝

$$P_3^{(3)}(z)=\frac{3}{2}\,\hat{\chi}^{(3)}(\omega_3=\omega;\omega,\omega,-\omega)E_1E_2E_4^{*}(\mathrm{z}):\qquad(10.34)$$

Այս փոխազդեցության արդյունքում գեներվող $\vec{E}_3$ ալիքը նույնպես մասնակից է դառնում (10.33ա) տիպի խառնման պրոցեսի, ինչի արդյունքում մակածվում է

$$P_4^{(3)}(z)=\frac{3}{2}\,\hat{\chi}^{(3)}(\omega_4=\omega;\omega,\omega,-\omega)E_1E_2E_3^{*}(z):\quad(10.34\text{ա})$$

Արդյունքում մակածված (10.34) և (10.34ա) բևեռացումներն ապահովում են $\vec{E}_3$ և $\vec{E}_4$ ալիքների միջև էներգափոխանակությունը $\vec{E}_1,\vec{E}_2$ դաշտերի առկայությամբ: Քանի որ $\vec{E}_1,\vec{E}_2$ ալիքները ենթադրվում են բավականաչափ մեծ ինտենսիվության, նրանց նկատմամբ կիրառելի է տրված դաշտի մոտավորությունը, այսինքն՝

$$E_1(z)=A_1=const;E_2(z)=A_2=const:$$

Դաշտերի (10.32) տեսքի օգնությամբ նշված բևեռացումները կարելի է ձևափոխել.

$$P_3^{(3)}(z)=\frac{3}{2}\,\hat{\chi}^{(3)}(\omega_3=\omega;\omega,\omega,-\omega)A_1A_2A_4^{*}(z)\,\mathrm{e}^{-i(\vec{k}_1+\vec{k}_2-\vec{k}_3)\vec{r}}+c.c.:\quad(10.34\text{բ})$$

Նկատենք, քանի որ $\vec{E}_1$ և $\vec{E}_2$ ալիքները հակուղղված են $\vec{k}_1+\vec{k}_2=0$, իսկ

$$\vec{k}_3=\vec{e}_z k=\vec{e}_z\frac{\omega}{c}n(\omega):$$

Հետևաբար, կարող ենք գրել՝

$$P_3^{(3)}(\mathrm{z})=\frac{3}{2}\,\hat{\chi}^{(3)}(\omega_3=\omega;\omega,\omega,-\omega)A_1A_2A_4^{*}(z)\,\mathrm{e}^{ikz}:\quad(10.34\text{գ})$$

Համանման կարելի է ներկայացնել նաև (10.34ա) արտահայտությունը՝

$$P_4^{(3)}(z)=\frac{3}{2}\,\hat{\chi}^{(3)}(\omega_3=\omega;\omega,\omega,-\omega)A_1A_2A_3^{*}(z)\,\mathrm{e}^{-ikz}:\qquad(10.35)$$

Այժմ անդրադառնանք կապված ալիքային հավասարումների համակարգին: Գրենք այն հետևյալ տեսքով՝

$$\left.\begin{aligned}\frac{d^2E_3(z)}{dz^2}+\frac{\omega^2}{c^2}n^2(\omega)E_3(z)=-\frac{4\pi\omega^2}{c^2}P_3^{(3)}(z)\\ \frac{d^2E_4(z)}{dz^2}+\frac{\omega^2}{c^2}n^2(\omega)E_4(z)=-\frac{4\pi\omega^2}{c^2}P_4^{(3)}(z)\end{aligned}\right\}: \qquad (10.36)$$

Ներկայացնենք E_3, E_4 դաշտերը դանդաղ փոփոխվող լայնույթի մոտավորությամբ (տես(10.32ա))՝

$$E_i(z)=A_i(z)\mathrm{e}^{ikz}; i=3,4: \qquad (10.36ա)$$

Կրկնելով §4.3-ում բերված քայլերը՝ տվյալ խնդիրը նկարագրող կարճեցված հավասարումների համակարգի համար կարելի է ստանալ՝

$$\left.\begin{aligned}\frac{dA_3(z)}{dz^2}=i\eta A_1A_2A_4^*(z)\\ \frac{dA_4^*(z)}{dz^2}=i\eta^*A_1^*A_2^*A_3(z)\end{aligned}\right\}, \qquad (10.37)$$

որտեղ

$$\eta=\frac{3\pi\omega}{cn}\tilde{\chi}^{(3)}(\omega_3=\omega;\omega,\omega,-\omega) \qquad (10.37ա)$$

ոչ գծային կապը նկարագրող գործակից է: (10.37) համակարգն ամբողջացնելու համար լրացնենք այն եզրային պայմաններով՝ հաշվի առնելով, որ $\vec{E}_3$ դաշտը տարածվում է «$+z$» ուղղությամբ, իսկ $\vec{E}_4$-ը՝ «$-z$»: Այդ դեպքում $A_3(z=L)=A_{30}; A_4(z=0)=A_{40}$ և (10.37) համակարգի լուծման համար կարելի է գրել

$$\left.\begin{aligned}A_3(z)=\frac{\cos(|\eta|z)}{\cos(|\eta|L)}A_{30}+i\frac{\eta^*\sin(|\eta|(z-L))}{|\eta|\cos(|\eta|L)}A_{40}^*\\ A_4^*(z)=i\frac{|\eta|\sin(|\eta|z)}{\eta^*\cos(|\eta|L)}A_{30}+\frac{\cos(|\eta|(z-L))}{\cos(|\eta|L)}A_{40}^*\end{aligned}\right\}: \qquad (10.38)$$

Անդրադառնանք ստացված արդյունքների քննարկմանը: Պրակտիկ հետաքրքրություն ներկայացնող մի շարք դեպքերում

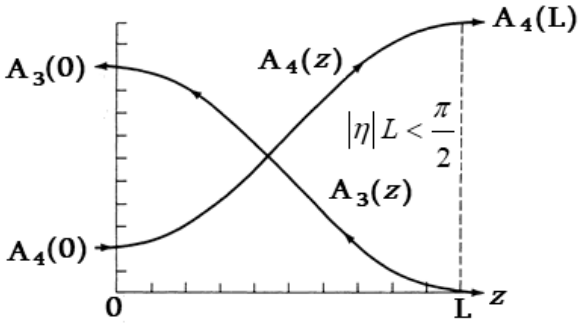
$A_3(z=L)=0; A_4(z=0)=A_{40}$: Այդ դեպքում մուտքային $z=0$ հարթությունից անդրադարձած ալիքը կլինի

$$A_3(0)=-i\frac{\eta^*}{|\eta|}tg\left(|\eta|L\right)A_{40}^*: \qquad (10.38ա)$$

$z=L$ ելքային հարթության վրա կունենանք

$$A_4(z)=\frac{A_{40}}{\cos\left(|\eta|L\right)}: \qquad (10.38բ)$$

Ինչպես երևում է (10.38ա) արտահայտությունից, անդրադարձած ալիքի լայնույթը՝ $A_3(0)$, համեմատական է ընկնող ալիքի լայնույթի կոմպլեքս համալուծին՝ A_{40}^*, այսինքն՝ տեղի ունի ալիքային ճակատի շրջման երևույթը: Սա չափազանց կարևոր է, հատկապես եթե մուտքային $A_4(z)$ ալիքի ճակատը տարբերվում է հարթից և ունի ավելի բարդ պրոֆիլ:



Նկ. 10.5. Դաշտի բաշխվածությունը ոչ զծային միջավայրի ներսում:

Նկ. 10.5-ում պատկերված են $A_3(z)$ և $A_4(z)$ դաշտերի բաշխվածությունը $\pi/4<|\eta|L<\pi/2$ դեպքում: Ուշադրության արժանի է ևս մեկ երևույթ, բացի ալիքային ճակատ շրջումից: Համաձայն (10.38բ) արտահայտության՝ η կապի գործակցի կամայական արժեքի դեպքում $A_4(L)>A_{40}$, այսինքն՝ նման միջավայրը գործում է նաև որպես ուժեղարար:

§10.6. Ամփոփում

Եթե հարմոնիկների գեներումը բավականաչափ լավ հայտնի երևույթ էր դեռևս ռադիոտեխնիկայից, ապա ինքնազղեցության երևույթները նոր էին և չունեին իրենց համարժեքը ֆիզիկայի մնացած բաժիններում (բացառությամբ հիսթերեզիսային երևույթների, որոնք դիտվել էին ավելի վաղ՝ ֆերոմագնիսականության ուսումնասիրման ժամանակ): Ընդ որում, հարկ է նկատել, որ դիտվող երևույթները բազմազան են նույնիսկ հարթ ալիքային մոտավորության սահմաններում: Փնջերի տարածաժամանակային սահմանափակումները լրացուցիչ բարդություններ, բայց նոր տիպի երևույթների հայտնաբերման լրացուցիչ հնարավորություններ են ստեղծում:

Այս թեմայում անդրադարձ է կատարված սահմանափակ և անսահմանափակ ալիքային ճակատ ունեցող փնջերի ինքնազղեցության մի շարք երևույթների և նրանց էլեկտրադինամիկական նկարագրության առանձնահատկություններին:

ԹԵՄԱ 11. ԼՈՒՅՍԻ ՍՏԻՊՈՂԱԿԱՆ ՑՐՄԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹԸ

§11.1. Ներածություն

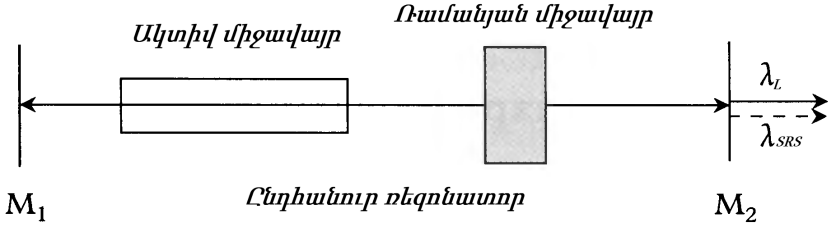
Ռամանյան ցրման երևույթը, որին անդրադարձել էինք §1.2-ում, երկար տարիներ եղել է նյութերի սպեկտրոսկոպիական ուսումնասիրությունների հզոր գործիքներից մեկը: Ռամանյան ցրման սպեկտրոսկոպիան կիրառվել և ներկայումս էլ լայնորեն կիրառվում է նյութի բոլոր ագրեգատային վիճակների (հեղուկներ, պինդ մարմիններ, գազեր) ուսումնասիրման ժամանակ: Հաճախականային շեղումները կազմում են՝

- $\Delta\nu_{\mathrm{r}} \sim 10 \div 10^2$ սմ$^{-1}$ մաքուր պտտական անցումների համար
- $\Delta\nu_{\mathrm{v}} \sim 10^2 \div 10^3$ սմ$^{-1}$ մաքուր տատանողական անցումների համար
- $\Delta\nu_{\mathrm{e}} \sim 8\cdot 10^3 \div 3\cdot 10^4$ սմ$^{-1}$ մաքուր էլեկտրոնային անցումների համար:

Հստակության համար հետագայում կանդրադառնանք միայն տատանողական անցումներին: Մյուս տիպի անցումների համար ընդհանրացումն ակնհայտ է:

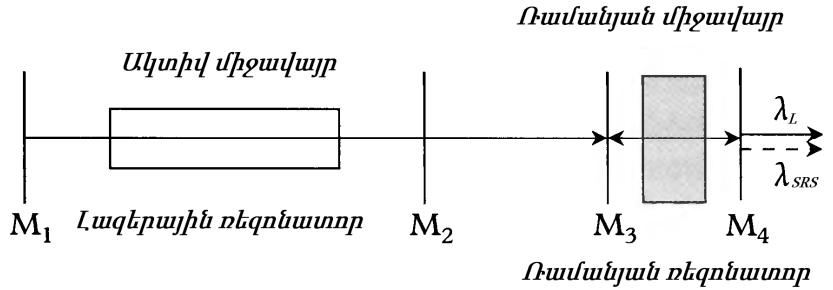
Սպոնտան ցրման սպեկտրոսկոպիայի միևչլազերային փուլի հիմնական դժվարությունը հզոր լուսային աղբյուրների բացակայությունն էր: Լազերների կիրառմամբ կտրուկ աճեց ցրման սպեկտրոսկոպիայի ոչ միայն զգայունությունը, այլ նաև կիրառվող մեթոդների բազմազանությունը՝ պայմանավորված ստիպողական ցրումների հայտնագործմամբ:

Ստիպողական ռամանյան ցրումը հայտնագործվել է 1962 թվականին (Վուդբերի և Նգ) Կերրի բջջով ռուբինային լազերի բարորակության մոդուլման ժամանակ: Փորձարարական այդ սարքի սխեմատիկ պատկերը ներկայացված է Նկ. 11.1-ում:



Նկ. 11.1. Ստիպողական ռամանյան ցրման ուսումնասիրման սարքի սխեմատիկ պատկերը (ռամանյան միջավայրը ռեզոնատորի ներսում է):

Տվյալ դեպքում նիտրոբենզոլով լցված Քերրի բջիջը (ռամանյան միջավայր) տեղակայված էր լազերային ռեզոնատորի ներսում ($M_{1,2}$-ը լազերային ռեզոնատորի հայելիներն են): Ինչպես ցույց տվեցին փորձերը, բացի հիմնական լազերային λ_L ալիքի երկարությամբ ճառագայթումից, դիտվում էր նաև λ_{SRS} ալիքի երկարությամբ ուղղորդված ստիպողական ճառագայթում ստոքսյան տիրույթում:



Նկ. 11.2. Ստիպողական ռամանյան ցրման ուսումնասիրման սարքի սխեմատիկ պատկերը (ռամանյան միջավայրը ռեզոնատորից դուրս գտնվող այլ ռեզոնատորում), $M_{3,4}$-ը հայելիներն են:

Նոր երևույթի հայտնագործումը հիմնավորելու համար կատարված լրացուցիչ փորձերում ռամանյան միջավայրը տեղակայվում էր լազերային ռեզոնատորից դուրս գտնվող այլ ռեզոնատորում՝ բազ-

մակի անդրադարձումների հաշվին ցրված ազդանշանն ուժեղացնելու նպատակով (տես Նկ. 11.2): Ստիպողական ռամանյան ցրումը, ի տարբերություն սպոնտանի, ուներ հետևյալ առանձնահատկությունները.

Ինտենսիվությունը: Եթե սպոնտան ռամանյան ցրման ինտենսիվությունը կարգերով փոքր էր մղման ինտենսիվությունից, ստիպողական ստոքսյան կամ անտիստոքսյան ցրման դեպքում այն կարող էր համեմատվել մղման ճառագայթման հետ:

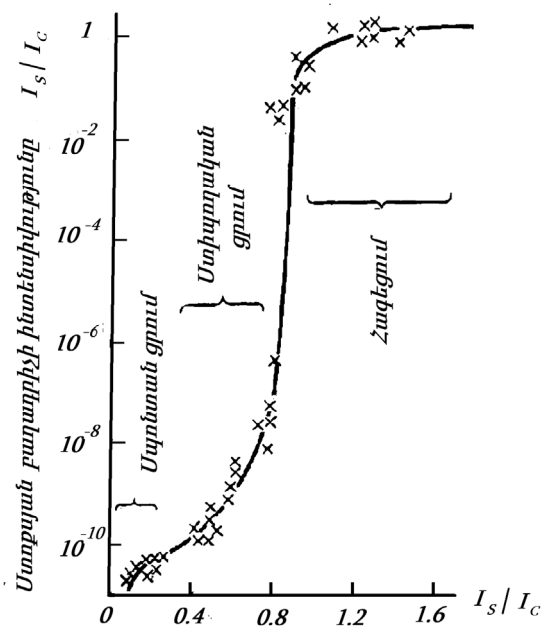
Շեմային վարքը: Ստիպողական ռամանյան ցրումը կրում էր ընդգծված շեմային բնույթ: Սովորական միջավայրերի համար (մեկանգամյա անցմամբ սխեմաներում) այն կազմում էր $10^7 \div 10^8$ Վտ/սմ^2:

Տարածական կառուցվածքը: Ստիպողական ցրման արդյունքում առաջացած ստոքսյան բաղադրիչն ուղղորդված էր և համուղղված հիմնական ճառագայթմանը, իսկ անտիստոքսյանը՝ բաշխված էր կոնի մակերևույթով:

Սպեկտրային կառուցվածքը: Ստիպողական ցրման դեպքում սպեկտրը բավականաչափ աղքատ էր և դրսևորվում էր միայն ցրման մեծ կտրվածք ունեցող գիծը:

Կարելի է նշել մի քանի այլ առանձնահատկություններ ևս՝ պայմանավորված կարճ տևողությամբ լազերային իմպուլսների կիրառմամբ: Այդ հարցերը, սակայն, դուրս են տվյալ դասընթացի սահմաններից և քննարկմանը չենք անդրադառնա:

Նկ. 11.3-ում պատկերված է հեղուկ ազոտում ստիպողական ռամանյան ցրման ստոքսյան բաղադրիչի նորմավորված ինտենսիվության (I_c - տվյալ սպեկտրային անցման բնութագրական շեմային ինտենսիվությունը) կախվածությունը ընկնող լազերային ճառագայթման նորմավորված ինտենսիվությունից: Ինչպես երևում է նկարից, սկզբնական ինտենսիվության որոշակի արժեքից սկսած ստոքսյան բաղադրիչն ունենում է կոհերենտ ոչ գծային պրոցեսներին բնորոշ թռիչքաձև աճ:



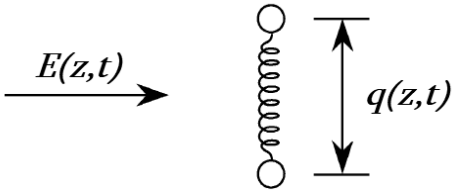
Նկ. 11.3. Ստոքսյան բաղադրիչի ինտենսիվության կախվածությունը ընկնող լազերի ինտենսիվությունից:

Մեծ ինտենսիվությունների դեպքում դիտվում է նաև հագեցում (ընդունված է այն անվանել նաև լեթարգիական ուժեղացում), ինչը պայմանավորված է մուտքային ճառագայթման ինտենսիվության նվազմամբ (հետաղարձ ազդեցություն):

§11.2. Ստիպողական ռամանյան ցրում. մակրոսկոպական տեսություն

Ինչպես նշվել էր §1.2, բացի հիմնական ստոքսյան և անտիստոքսյան բաղադրիչներից, ցրված լույսի սպեկտրում առկա են նաև բարձր կարգի՝ $\omega_L \pm n \cdot \Omega$, բաղադրիչներ: Ստիպողական ռամանյան

ցրման խնդիրը այդ բաղադրիչների հաշվառմամբ պրակտիկորեն անլուծելի է: Ուստին, պրոցեսի հիմնական առանձնահատկությունները պարզելու համար անհրաժեշտ է հաշվի առնել, որ նախապես կարող է ուժեղանալ միայն ստոքսյան $\omega_L - \Omega$ բաղադրիչը: Սպեկտրալ այլ բաղադրիչների առաջացման համար անհրաժեշտ է կամ գրգռված մակարդակում մոլեկուլների առկայություն (անտիստոքսյան ճառագայթման համար), կամ առաջին կարգի ստոքսյան բաղադրիչի առկայություն (երկրորդ կարգի ստոքսյան բաղադրիչի առաջացման համար): Ասվածը վկայում է որ, կարելի է սահմանափակվել միայն առաջին կարգի ստոքսյան բաղադրիչի հաշվառմամբ:



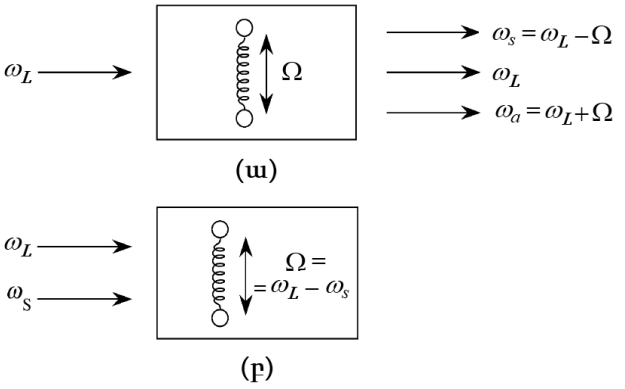
Նկ. 11.4. Սրիպողական ցրման մոդելային նկարագրությունը:

Քննարկումը կատարենք հետևյալ պարզեցված մոդելի սահմաններում: Ենթադրենք միջավայրը չփոխազդող ներդաշնակ օսցիլյատորների համակարգ է, որոնց կոնցենտրացիան՝ օսցիլյատորների թիվը միավոր ծավալում, N է (յուրաքանչյուր օսցիլյատոր նույնացվում է մեկ մոլեկուլի հետ) (տես Նկ. 11.4): Փոխազդեցության բացակայությամբ պայմանավորված՝ օսցիլյատորների այս համակարգում բացակայում են ալիքային պրոցեսները: Յուրաքանչյուր օսցիլյատորի դիրքը բնութագրվում է z կոորդինատով, իսկ լայնական փոփոխությունները բացակայում են ($\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$):

Պարզենք, թե ինչպես են լուսային դաշտով մակածված մոլեկուլային տատանումներն իրենք ազդում հենց լուսային դաշտի վրա: Դրա համար բավական է օգտվել դիէլեկտրական թափանցելիության սահմանումից: Իրոք, մոլեկուլների չփոխազդող համակարգի դեպքում

$$\varepsilon = 1 + 4\pi N\alpha(q) = 1 + 4\pi N\left\{\alpha_0 + \left(\frac{\partial\alpha}{\partial q}\right)_0 q(z,t)\right\}: \qquad (11.1)$$

Այստեղ մոլեկուլային $\alpha(q)$ բևեռացվելիության համար օգտագործված է Պլաչեկի (1.11) վերլուծությունը: Մոլեկուլների Ω հաճախությամբ ստիպողական տատանումները, համաձայն (11.1) արտահայտության, մոդուլում են միջավայրի դիէլեկտրական թափանցելիությունը (տես Նկ. 11.5ա): Որպես հետևանք ազդող լուսային դաշտը ենթարկվում է փուլային մոդուլման և հայտնվում են կողային $\omega_L \pm \Omega$ բաղադրիչները: Հաջորդ՝ Նկ. 11.5բ-ում պատկերված է, թե ինչպես է առաջացած ստոքսյան բաղադրիչի ($\omega_S = \omega_L - \Omega$ հաճախությամբ) և ընկնող լուսային ալիքի բաբախումը հանգեցնում լրիվ ինտենսիվության մոդուլմանը: Այն, իր հերթին, մակածում է մոլեկուլների Ω հաճախությամբ կոհերենտ տատանումներ: Այլ կերպ ասած, դիէլեկտրական թափանցելիության մոդուլումը արտաքին դաշտով մակածված մոլեկուլների տատանումների կողմից կարող է հանգեցնել տարբեր հաճախությամբ ալիքների միջև էներգափոխանակության:



Նկ. 11.5. Ստիպողական ռամանյան ցրման մեկնաբանությունը:

Նման որակական քննարկումից հետո անդրադառնանք այս երևույթի քանակական նկարագրությանը: Օսցիլյատորի շարժման հավասարումն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\frac{d^2q(z,t)}{dt^2}+\Gamma\frac{dq(z,t)}{dt}+\Omega^2q(z,t)=\frac{1}{m}F(z,t): \qquad (11.2)$$

Այստեղ $q(z,t)$-ն նորմալ տատանողական կոորդինատն է, Γ-ն՝ մարման գործակիցը (ընտրվում է այնպես, որ սպոնտան ռամանյան գծի լայնությունը լինի $\Delta\nu=\Gamma/2\pi$), Ω-ն՝ մոլեկուլի տատանման ռեզոնանսային հաճախությունը, m-ը՝ միջուկների բերված զանգվածը, $F(z,t)$-ն՝ լուսային դաշտով պայմանավորված ազդող ուժը: Պարզենք այդ $F(z,t)$ ուժի տեսքը: Նկատենք, լուսային դաշտի $E(z,t)$ բաղադրիչի ազդեցությամբ մակածված դիպոլային մոմենտը ներկայացվում է $p(z,t)=\alpha\left(q\right)E(z,t)$ տեսքով, որտեղ համաձայն (11.1)-ի՝

$$\alpha\left(q\right)=\alpha_0+\left(\frac{\partial\alpha}{\partial q}\right)_0 q: \qquad (11.3)$$

$\vec{p}$ դիպոլային մոմենտով մոլեկուլի պոտենցիալ էներգիան $\vec{E}$ լարվածությամբ էլեկտրական դաշտում հավասար է

$$dU=-\vec{p}d\vec{E}: \qquad (11.4)$$

Պարզության համար քննարկում ենք միայն սկալյար խնդիրը: Ինտեգրելուց հետո կստանանք

$$U=-\frac{1}{2}\alpha\left(q\right)E^2: \qquad (11.4ա)$$

Քանի որ արտաքին լուսային դաշտի կողմից մոլեկուլի վրա ազդող ուժը

$$F(z,t)=-\frac{\partial U(z,t)}{\partial z}\ , \qquad (11.4բ)$$

ապա, տեղադրելով (11.4ա) արտահայտությունը (11.5)-ի մեջ, ստանում ենք

$$F(z,t)=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial q}\right)_0 E^2(z,t)\,: \qquad (11.4գ)$$

Օպտիկական հաճախություններ համար (11.4գ)-ում $E^2(z,t)$ անհրաժեշտ է փոխարինել ըստ ժամանակի միջինացված արժեքով $\left\langle E^2(z,t)\right\rangle$: Միջինացման անհրաժեշտությունն ակնհայտ է, քանի որ մոլեկուլները չեն հասցնում արձագանքել այդ տատանումներին: Ներկայացնենք դաշտը միջավայրում երկու գումարելիների տեսքով՝

$$E(z,t)=\frac{1}{2}E_L(z)\mathrm{e}^{i\omega_L t}+\frac{1}{2}E_S(z)\mathrm{e}^{i\omega_S t}+c.c.\,, \qquad (11.5)$$

որտեղ դանդաղ փոփոխվող լայնույթի մոտավորությամբ $E_{L,S}(z)$-ը ունեն հետևյալ տեսքը՝

$$E_{L,S}(z)=A_{L,S}e^{-ik_{L,S}z}\,: \qquad (11.5ա)$$

Միջինացման արդյունքում արագ օսցիլացվող գումարելիները վերանում են, իսկ $E_L(z)E_S^*(z)$ զուգորդմամբ առկա են երկու գումարելիներ (ոչ գծային ընկալունակության թենզորական բնույթի հաշվառմամբ այդ գումարելիների թիվը կլինի 6 (տես Հավելված 2)), ուստին՝

$$\left\langle E^2(z,t)\right\rangle=\frac{1}{4}\left\langle\left\{A_L(z)\mathrm{e}^{i(\omega_L t-k_L z)}+A_s(z)\mathrm{e}^{i(\omega_S t-k_S z)}+c.c.\right\}\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\left\{A_L(z)\mathrm{e}^{i(\omega_L t-k_L z)}+A_s(z)\mathrm{e}^{i(\omega_S t-k_S z)}+c.c.\right\}\right\rangle= \qquad :\quad (11.5բ)$$
$$=\frac{1}{2}A_L(z)A_S^*(z)\mathrm{e}^{i\{(\omega_L-\omega_S)t-(k_L-k_S)z\}}+c.c.$$

Այդ դեպքում (11.4գ) ուժը կներկայացվի հետևյալ տեսքով՝

$$F(z,t)=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial q}\right)_0\left\langle E^2(z,t)\right\rangle= \qquad :\quad (11.5գ)$$
$$=\frac{1}{4}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial q}\right)_0\left\{E_L(z)E_S^*(z)\mathrm{e}^{i(\omega\cdot t-k\cdot z)}+c.c.\right\}$$

Այստեղ, համառոտության համար, կատարված է հետևյալ նշանակումները՝ $\omega=\omega_L-\omega_S$, $k=k_L-k_S$: ω հաճախությունը կարելի է վերալարել $\omega\sim\Omega$ շրջակայքում: Այսպիսով՝ երկու հաճախությունների միաժամանակյա առկայության դեպքում մոլեկուլային օսցիլյատորի վրա ազդում է բաբախման հաճախությամբ պարբերական ուժ: (11.5գ) ուժի ազդեցությամբ ստիպողական տատանումներ կատարող օսցիլյատորի (11.2) հավասարման լուծումը փնտրենք

$$q(z,t)=\frac{1}{2}q_0\,\mathrm{e}^{i(\omega\cdot t-k\cdot z)}+c.c.: \tag{11.6}$$

տեսքով: Կստանանք

$$q(z,t)=\frac{1}{4m}\frac{\left(\partial\alpha/\partial q\right)_0}{\Omega^2-\omega^2+i\Gamma\omega}A_L(z)A_S^*(z))\,\mathrm{e}^{i(\omega\cdot t-k\cdot z)}+c.c.: \tag{11.6ա}$$

Վերջնականորեն խորանարդային ոչ գծային բևեռացման համար ստանում ենք

$$P^{(3)}(z,t)=N\left(\frac{\partial\alpha}{\partial q}\right)_0 q^*\left(z,t\right)E\left(z,t\right)=$$

$$=\frac{N}{4m}\frac{\left(\partial\alpha/\partial q\right)_0^2A_L^*(z)A_s(z)e^{-i(\omega\cdot t-k\cdot z)}}{\Omega^2-\omega^2-i\Gamma\omega}\times \qquad : \tag{11.7}$$

$$\times\left\{\frac{1}{2}A_L(z)\,\mathrm{e}^{i(\omega_Lt-k_Lz)}+\frac{1}{2}A_s(z)\,\mathrm{e}^{i(\omega_St-k_Sz)}\right\}+c.c.$$

Նկատենք, առկա մի շարք հաճախականային բաղադրիչներից տվյալ խնդրի համար հետաքրքրականը ω_s-ն է, որն առաջանում է

$$\omega_S=\omega_L-\omega_L+\omega_S$$

քառալիք պրոցեսի արդյունքում: Ուրեմն

$$P_{\omega_S}^{(3)}(z,t)=\frac{N}{8m}\frac{\left(\partial\alpha/\partial q\right)_0^2\left|A_L(z)\right|^2A_S(z)}{D_S\left(\Omega,\omega\right)}\mathrm{e}^{i(\omega_St-k_Sz)}+c.c.. \tag{11.8}$$

Այստեղ

$$D_S\left(\Omega,\omega\right)=\Omega^2-\omega^2-i\Gamma\omega=\Omega^2-\left(\omega_L-\omega_S\right)^2-i\Gamma\left(\omega_L-\omega_S\right):$$

Ինչպես և նախկինում, ներկայացնենք ոչ գծային բևեռացումը հետևյալ տեսքով՝

$$P^{(3)}_{\omega_S}(z,t)=\frac{1}{2}P^{(3)}_{\omega_S}(z)\,\mathrm{e}^{i(\omega_S t-k_S z)}+c.c.: \qquad (11.9)$$

(11.8) և (11.9) արտահայտությունների համադրումից կարող ենք ստանալ

$$P^{(3)}_{\omega_S}(z)=\frac{N}{4m}\frac{\left(\partial\alpha/\partial q\right)^2_0}{D_S\left(\Omega,\omega\right)}\left|A_L(z)\right|^2 A_S(z)=\chi^{(3)}_R(\omega_S)\left|A_L(z)\right|^2 A_S(z): \qquad (11.10)$$

$P^{(3)}_{\omega_S}(z)$ բևեռացումը և $E_S(z)$ դաշտը կապող համեմատականության գործակիցը հենց ոչ գծային (կամ ռամանյան) բևեռացումն է

$$\chi^{(3)}_R(\omega_S)=\chi^{(3)}(\omega_S;\omega_L,-\omega_L,\omega_S)=$$
$$=\frac{N}{4m}\frac{\left(\partial\alpha/\partial q\right)^2_0}{\Omega^2-\left(\omega_L-\omega_S\right)^2-i\Gamma\left(\omega_L-\omega_S\right)}: \qquad (11.10ա)$$

Այժմ անդրադառնանք ստոքսյան բաղադրիչի տարածման նկարագրությանը ալիքային հավասարման օգնությամբ: Գրենք այն ընդհանուր տեսքով՝

$$\frac{\partial^2 E(z,t)}{\partial z^2}-\frac{\varepsilon}{c^2}\frac{\partial^2 E(z,t)}{\partial t^2}=\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P^{(nl)}(z,t)}{\partial t^2}: \qquad (11.11)$$

Տեղադրելով դաշտի (11.5բ) տեսքը և կրկնելով ստանդարտ քայլերը՝ կարճեցված հավասարման համար կստանանք

$$\frac{dA_S(z)}{dz}=-i\frac{2\pi\omega_S}{cn(\omega)}\chi^{(3)}_R(\omega_S)\left|A_L(z)\right|^2 A_S(z): \qquad (11.12)$$

Տրված դաշտի մոտավորությամբ (11.14) հավասարման լուծումն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$A_S(z)=A_S(0)\,\mathrm{e}^{-g_S\cdot z}, \qquad (11.12ա)$$

որտեղ

$$g_S=i\frac{2\pi\omega_S}{cn(\omega)}\chi^{(3)}_R(\omega_S)\left|A_L(z)\right|^2: \qquad (11.12բ)$$

$A_S(0)$-ն մուտքային ազդանշանի լայնութային արժեքն է: Դրա բացակայության դեպքում ստոքսյան բաղադրիչը ծնվում է սպոնտան աղմուկներից, այսինքն՝ $A_S(0)$ սպոնտան աղմուկների մեծության կարգի է:

Վերլուծենք ստացված արդյունքները: Հաշվի առնելով, որ $\omega=(\omega_L-\omega_S)\sim\Omega$, նախ ձևափոխենք $D_S(\Omega,\omega)$ արտահայտությունը՝

$$D_S(\Omega,\omega)=(\Omega-\omega)(\Omega+\omega)-i\Gamma\omega=2\Omega\left(\Omega-\omega-i\frac{\Gamma}{2}\right):$$

Հետևաբար, ռամանյան ընկալունակության համար կարող ենք գրել

$$\chi_R^{(3)}(\omega_S)=\chi_R'(\omega_S)+i\chi_R''(\omega_S)=\frac{N}{8m\Omega}\frac{\left(\partial\alpha/\partial q\right)_0^2}{\Omega-(\omega_L-\omega_S)-i(\Gamma/2)}, \quad (11.13)$$

որտեղ

$$\chi_R'(\omega_S)=\frac{N}{8m\Omega}\frac{\left(\Omega-(\omega_L-\omega_S)\right)\left(\partial\alpha/\partial q\right)_0^2}{\left(\Omega-(\omega_L-\omega_S)\right)^2+\left(\Gamma^2/4\right)}, \quad (11.13ա)$$

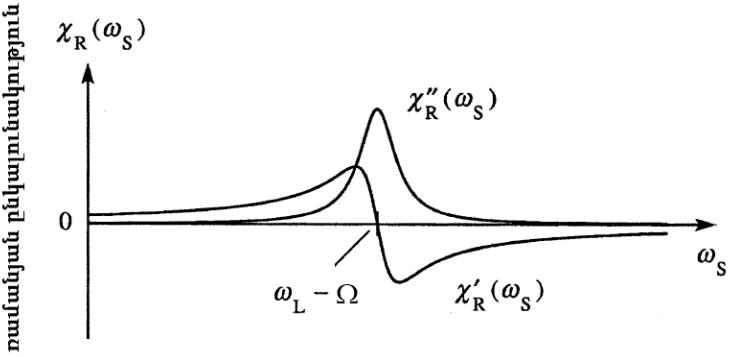
$$\chi_R''(\omega_S)=\frac{N\Gamma}{16m\Omega}\frac{\Gamma\left(\partial\alpha/\partial q\right)_0^2}{\left(\Omega-(\omega_L-\omega_S)\right)^2+\left(\Gamma^2/4\right)}: \quad (11.13բ)$$

Նկ. 11.6-ում պատկերված է $\chi_R^{(3)}(\omega_S)$ ընկալունակության իրական և կեղծ մասերի բնութագրական վարքը ռամանյան ռեզոնանսի շրջակայքում: Ինչպես և գծային ընկալունակության դեպքում ռամանյան ոչ գծային ընկալունակությունը նույնպես ունի լորենցյան տեսք: (11.12ա) արտահայտության պարզ ձևափոխությամբ կարող ենք պարզել ևս մի կարևոր օրինաչափություն:

$$g_S=i\frac{2\pi\omega_S}{cn(\omega)}\left\{\chi_R'(\omega_S)+i\chi_R''(\omega_S)\right\}\left|A_L(z)\right|^2= \quad (11.14)$$
$$=i\frac{2\pi\omega_S}{cn(\omega)}\chi_R'(\omega_S)\left|A_L(z)\right|^2-\frac{2\pi\omega_S}{cn(\omega)}\chi_R''(\omega_S)\left|A_L(z)\right|^2$$

(11.14)-ի օգնությամբ ստոքսյան բաղադրիչի վարքը միջավայրով տարածվելիս կնկարագրվի հետևյալ արտահայտությամբ՝

$$E_S(z) = \mathrm{Re}\, A_S(z)\, \mathrm{e}^{-ik_S z} = \mathrm{Re}\, A_S(0)\, \mathrm{e}^{\frac{2\pi\omega_S}{cn(\omega)}\chi_R''(\omega_S)|A_L(z)|^2 z}\, \mathrm{e}^{-i\left[k_S - \frac{2\pi\omega_S}{cn(\omega)}\chi_R'(\omega_S)\right]|A_L(z)|^2 z}: \qquad (11.14ա)$$



Նկ. 11.6. Ռամանյան ընկալունակության ռեզոնանսային վարքը:

Քանի որ համաձայն (11.13բ)-ի՝ $\chi_R''(\omega_S) > 0$, ապա ստոքսյան ազդանշանն ուժեղանում է: Ընդգծենք, քանի որ բոլոր փոխազդող ալիքների հաճախությունները, ինչպես նաև տարածման ուղղությունները նույնն են, այս դեպքում ոչ գծային փոխազդեցություններին բնորոշ փուլային սինքրոնության պայմանը բավարարվում է ինքնաստինքյան:

Անդրադառնանք նս մի կարևոր առանձնահատկության: Ինչպես նշվել էր սկզբնամասում, ստիպողական ցրումն սկսում է ընթանալ ինտենսիվության որոշակի շեմային արժեքը հաղթահարելուց հետո: Նման վարքը հեշտությամբ կարելի է բացատրել: Իրոք, ցանկացած միջավայրում առկա կորուստների պատճառով ստոքսյան բաղադրիչի ինտենսիվության փոփոխությունը կնկարագրվի

$$I_S = I_{S0} e^{(2\mathrm{Re}\, g_S - \kappa)z}, \qquad (11.14բ)$$

որտեղ κ-ն գծային կլանմամբ կամ այլ պատճառներով պայմանավորված կորուստները նկարագրող գործակիցն է: Հասկանալի է, որ համաձայն (11.14ա) և (11.14բ) արտահայտությունների, ուժեղացումը կդիտվի $\mathrm{Re}\, g_S > \kappa/2$ պայմանի բավարարման դեպքում:

Իհարկե, ստիպողական ռամանյան ցրումով չի սահմանափակվում ստիպողական ցրումների ողջ բազմազանությունը (օրինակ, Մանդելշտամ-Բրիլյուենյան ու Ռելեյան ստիպողական ցրումները և այլն): Բայց կսահմանափակվենք միայն այսքանով՝ հաջորդ պարագրաֆում անդրադառնալով միայն անտիստոքսյան Ռամանյան ցրման առանձնահատկություններին:

§11.3. Անտիստոքսյան ցրում

Գրգռված v=1 մակարդակից, ինչպես արդեն նշվել է Թեմա 1-ում, կարող էր ընթանալ ռամանյան անտիստոքսյան ցրում (տես Նկ. 1.6բ) $\omega_a = \omega_L + \Omega$ հաճախությամբ: Անդրադառնանք այս հարցին մի փոքր ավելի մանրամասն: Անտիստոքսյան հաճախությամբ ալիքի գոյությամբ պայմանավորված՝ (11.7) արտահայտությունը ներկայացնենք հետևյալ տեսքով՝

$$E(z,t) = \frac{1}{2} A_L(z)\, \mathrm{e}^{i(\omega_L t - \vec{k}_L \vec{r})} + \frac{1}{2} A_S(z)\, \mathrm{e}^{i(\omega_S t - \vec{k}_S \vec{r})} + \\ + \frac{1}{2} A_a(z)\, \mathrm{e}^{i(\omega_a t - \vec{k}_a \vec{r})} + c.c. \quad , \qquad (11.15)$$

որտեղ

$$\omega_a - \omega_L = \omega_L - \omega_S \sim \Omega : \qquad (11.15\text{ա})$$

Պարզենք $P^{(3)}_{\omega_a}(z)$ ոչ գծային բևեռացման տեսքը ω_a հաճախության համար: Առկա է անտիստոքսյան հաճախությամբ ոչ գծային բևեռացման մակածման երկու ճանապարհ.

1. Ստիպողական տատանումները կատարվում են

$$F(z,t) \sim E_L^*(z)E_a(z)\mathrm{e}^{i[(\omega_a-\omega_L)\cdot t-(\vec{k}_a-\vec{k}_L)\cdot\vec{r}]}$$

ուժի ազդեցությամբ և, փոխազդելով հիմնական լազերային ճառագայթման հետ, գեներում են անտիստոքսյան ալիք

$$P_{\omega_a}^{(3)}(z) \sim \left|E_L(z)\right|^2 E_a(z) \qquad (11.16\text{ա})$$

ոչ գծային բևեռացման հաշվին:

2. Օսցիլյատորի ստիպողական տատանումները կատարվում են

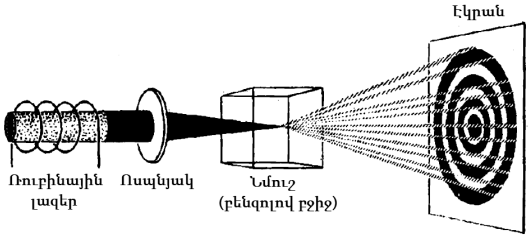
$$F(z,t) \sim E_L(z)E_S^*(z)\mathrm{e}^{i[(\omega_L-\omega_S)\cdot t-(\vec{k}_L-\vec{k}_S)\cdot\vec{r}]}$$

ուժի ազդեցությամբ և, փոխազդելով հիմնական լազերային ճառագայթման հետ գեներում են անտիստոքսյան ալիք

$$P_{\omega_a}^{(3)}(z) \sim E_L^2(z)E_S^*(z)\mathrm{e}^{i(2\vec{k}_L-\vec{k}_S-\vec{k}_a)\vec{r}} \qquad (11.16\text{բ})$$

ոչ գծային բևեռացման հաշվին:

Կրկնելով ստոքսյան բաղադրիչի քննարկմանը համանման հաշվարկները՝ կարելի է ցույց տալ, որ առաջին դեպքում ռամանյան ընկալունակության կեղծ մասը բացասական է, և այս փոխազդեցության արդյունքում ծնված անտիստոքսյան բաղադրիչը՝ ստոքսյան բաղադրիչի բացակայությամբ մարում է:



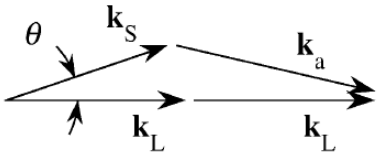
Նկ. 11.7. Անտիստոքսյան ճառագայթման ուղղության որոշման դիագրամա (θ-ն սիմբրոնության անկյունն է):

Երկրորդ դեպքը համապատասխանում է անտիստոքսյան բաղադրիչի ճառագայթմանը, որը տարածականորեն բաշխված է կոնի մակերևույթով (կոնի առանցքը համընկնում է հիմնական լազերային ճառագայթման ուղղության հետ), քանի որ, համաձայն (11.16բ) ար-

տահայտության. պահանջվում է փուլային սինքրոնության պայմանի բավարարում (տես Նկ. 11.7):

$$\Delta\vec{k} = 2\vec{k}_L - \vec{k}_S - \vec{k}_a = 0: \qquad (11.17)$$

Ստիպողական ռամանյան ցրման երևույթի ամբողջական նկարագրությունը բավականաչափ բարդ է և ներառում է ոչ միայն ցրման բարձր կարգերի, այլ նաև ուրիշ ոչ գծային օպտիկական երևույթների հաշվառումը: Օրինակ՝ ինքնաֆոկուսացման երևույթը կարող է հանգեցնել անտիստոքսյան ազդանշանի (11.17) պայմանով որոշվող ուղղությունից շեղումների: Նկ. 11.8-ում սխեմատիկորեն պատկերված է անտիստոքսյան ցրումը դիտելու փորձի ուրվագիծը և անտիստոքսյան ճառագյթման բաշխվածությունը էկրանին:



Նկ. 11.8. Ստիպողական անտիստոքսյան ցրման ուսումնասիրման սարքը:

§11.4. Ռամանյան ցրման ակտիվ սպեկտրոսկոպիա

Ստիպողական ցրումների առավելությունը՝ մեծ ինտենսիվությունը, պրոցեսի սպեկտրային աղքատությամբ: Սովորաբար ստիպողական ցրման սպեկտրում դրսևորվում էր միայն այն գիծը, որի ուժեղացման գործակիցն առավելագույնն էր: Բացատրությունը բավականաչափ պարզ էր: Ստիպողական ռամանյան ցրումը անկայունությունների հեղեղածն զարգացման հետևանք էր և, ի տարբերություն սպոնտան ցրումների, ուժեղ մրցակցություն էր առաջանում տարբեր հաճախությամբ բաղադրիչների միջև և, համաձայն (11.8)-ի, գերակայում էր առավելագույն $\left(\partial\alpha/\partial q\right)_0$ ունեցող տա-

տանումը: Բնականաբար հարց է առաջանում: Հնարավո՞ր է մեկ սպեկտրոսկոպիական մեթոդի սահմաններում միավորել սպոնտան ցրման լայն սպեկտրային հնարավորությունները ստիպողական ցրման մեծ ինտենսիվությունների հետ: Հարցի պատասխանը դրական է: Բավական է միայն, որ սպոնտան աղմուկներից ծնված $E_S(\omega_S)$ դաշտի փոխարեն ոչ գծային փոխազդեցությանը մասնակցի երկրորդ՝ վերալարվող, ալիքի երկարությամբ, լազերը: Այդ դեպքում այդ երկու ալիքների հաճախությունների տարբերությունը կարելի է փոփոխել ուսումնասիրվող սպեկտրային գծի շրջակայքում, համապատասխանեցնել առանձին մոլեկուլների տատանումները և ապահովել բնակեցվածության թվի տարբերության զգալի փոփոխություն՝ դրանով իսկ ապահովելով ցրված ազդանշանի մեծ ինտենսիվությունը: Այս սպեկտրոսկոպիական սխեմային ընդունված է անվանել ռամանյան ցրման ակտիվ սպեկտրոսկոպիա (ՌՑԱՍ): Այն ունի մի շարք տարատեսակներ: Ավելի մանրամասն անդրադառնանք սպեկտրոսկոպիական այս սխեմային:

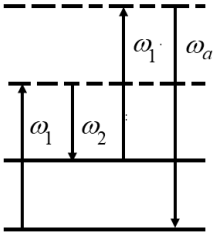
Դիտարկենք ռամանյան ակտիվ միջայրում ընթացող հետևյալ քառալիք փոխազդեցությունը՝

$$\omega_a = \omega + \omega_1 - \omega_2, \qquad (11.18)$$

լրացուցիչ $\omega_1 - \omega_2 \sim \Omega$ պայմանի առկայությամբ: Այստեղ ω_1, ω_2-ը միջավայրի վրա ընկնող բիհարմոնիկ մղման ալիքների հաճախությունները են, ω-ն՝ զոնդողի, իսկ ω_a-ն՝ ոչ գծային փոխազդեցության արդյունքում ծնված անտիստոքսյան ազդանշանի: Շատ հաճախ որպես զոնդող ընտրվում է հենց ω_1-ը և (11.18)-ն ընդունում է հետևյալ տեսքը՝

$$\omega_a = 2\omega_1 - \omega_2 : \qquad (11.18ա)$$

Այս պրոցեսի սխեմատիկ դիագրաման պատկերված է Նկ. 11.9-ում:



Նկ. 11.9. Կոհերենտ անդրիադրոքսյան ռամանյան ցրման պատկերումը էներգիական մակարդակների օգնությամբ:

Այժմ անդրադառնանք պրոցեսի քանակական նկարագրությանը: Ներկայացնենք դաշտը միջավայրում՝

$$E(z,t)=\frac{1}{2}E_1(z)\mathrm{e}^{i\omega_1 t}+\frac{1}{2}E_2(z)\mathrm{e}^{i\omega_2 t}+\frac{1}{2}E_a(z)\mathrm{e}^{i\omega_a t}+c.c.,\quad (11.19)$$

տեսքով: Կրկնելով §11.2-ի դատողությունները՝ կստանանք

$$q(z,t)=\frac{1}{4m}\frac{\left(\partial\alpha/\partial q\right)_0}{\Omega^2-\omega^2+i\Gamma\omega}A_1(z)A_2^*(z))\mathrm{e}^{i(\omega\cdot t-k_z\cdot z)}+c.c.:\quad (11.20)$$

Համապատասխանաբար, խորանարդային ոչ գծային բևեռացումը կլինի

$$P^{(3)}(z,t)=N\left(\frac{\partial\alpha}{\partial q}\right)_0 q\left(z,t\right)E\left(z,t\right)=$$

$$=\frac{N}{4m}\frac{\left(\partial\alpha/\partial q\right)_0^2 A_1(z)A_2^*(z)e^{-i[(\omega_1-\omega_2)\cdot t-(\mathrm{k}_{1z}-k_{2z})\cdot z]}}{\Omega^2-\omega^2+i\Gamma\omega}\times \quad :\quad (11.21)$$

$$\times\left\{\frac{1}{2}A_1(z)\mathrm{e}^{i(\omega_1 t-k_{1z}z)}+\frac{1}{2}A_2(z)\mathrm{e}^{i(\omega_2 t-k_{2z}z)}+\frac{1}{2}A_a(z)\mathrm{e}^{i(\omega_a t-k_{az}z)}\right\}+c.c.$$

Ուրեմն

$$P^{(3)}_{\omega_a}(z,t)=P^{(3)}(\omega_a)\mathrm{e}^{i[(2\omega_1-\omega_2)t-(2k_{1z}-k_{2z})z]}+c.c.,\quad (11.22)$$

$$P^{(3)}(\omega_a)=\frac{N}{8m}\frac{\left(\partial\alpha/\partial q\right)_0^2 A_1^2(z)A_2^*(z)}{D_a\left(\Omega,\omega\right)},\quad (11.22ա)$$

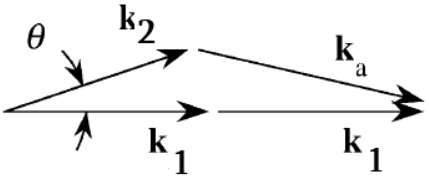
որտեղ $D\left(\Omega,\omega_1-\omega_2\right)=\Omega^2-\left(\omega_1-\omega_2\right)^2+i\Gamma\left(\omega_1-\omega_2\right)$: Այստեղից խորանարդային ոչ գծային ընկալունակության համար կարող ենք գրել

$$\chi^{(3)R}(\omega_a)=\chi^{(3)}(\omega_a;\omega_1,\omega_1,-\omega_2)=\frac{N}{4m}\frac{\left(\partial\alpha/\partial q\right)_0^2}{D\left(\Omega,\omega_1-\omega_2\right)}: \quad (11.22\text{բ})$$

Համապատասխանաբար, անտիստոքսյան բաղադրիչի տարածման համար կստանանք հետևյալ կարճեցված հավասարումը՝

$$\frac{dA_a(z)}{dz}=i\frac{2\pi\omega_a}{cn(\omega_a)}\chi_R^{(3)}(\omega_a)A_1^2(z)A_2^*(z)\mathrm{e}^{i\Delta k_z z}: \quad (11.23)$$

Այստեղ $\Delta\vec{k}=\vec{k}_a-(2\vec{k}_1-\vec{k}_2)$ փուլային ապալարքն է: Ինչպես երևում է (11.23ա) արտահայտությունից, անտիստոքսյան $A_a(z)$ ազդանշանի աճը սկսվում է զրոյից, և այդ աճն առավելագույնն է փուլային սինքրոնության ուղղությամբ ($\Delta\vec{k}=0$) (տես Նկ. 11.10):



Նկ. 11.10. Անտիստոքսյան ճառագայթման ուղղության որոշման դիագրամման ռամանյան ցրման ակտիվ սպեկտրոսկոպիայում (θ-ն սինքրոնության անկյունն է):

Տրված դաշտի մոտավորությամբ

$$(A_1(z)=A_{10}=const;\ A_2(z)=A_{20}=const)$$

այս հավասարման լուծումն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$A_a(z)=i\frac{2\pi\omega_a}{cn(\omega_a)}\chi^{(3)R}(\omega_a)\frac{\sin(\Delta k_z z/2)}{\Delta k_z}A_{10}^2A_{20}^*\mathrm{e}^{i(\Delta k_z z/2)}, \quad (11.23\text{ա})$$

Վերլուծենք ստացված արդյունքները: Հաշվի առնելով, որ $\left(\omega_1-\omega_2\right)\sim\Omega$, կարելի է (11.12գ)-ի նման ձևափոխել $D\left(\Omega,\omega_1-\omega_2\right)$ արտահայտությունը՝

$$D\left(\Omega,\omega_1-\omega_2\right)=2\Omega\left(\Omega-(\omega_1-\omega_2)+i(\Gamma/2)\right):$$

Համառոտության համար օգտվենք հետևյալ նշանակումներից՝

$$\frac{\Gamma}{2}=\gamma;\ \frac{\Omega-(\omega_1-\omega_2)}{\gamma}=\Delta;\ \chi^r=\frac{N}{8m\gamma\Omega}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial q}\right)_0^2:$$

Հետևաբար, ռամանյան ընկալունակության համար կարող ենք գրել

$$\chi^{(3)R}(\omega_a)=\frac{\chi^r}{i+\Delta}: \tag{11.24}$$

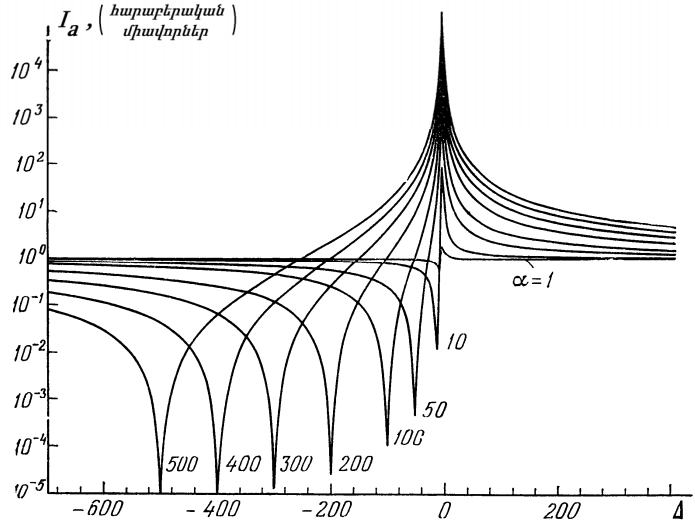
Ռամանյան ընկալունակության (11.22բ) արտահայտությունը նկարագրում է անտիստոքսյան ազդանշանի վարքը հաճախականային ապալարքից այս կամ այն տատանողական ռեզոնանսի մերձակայքում: Սակայն միջավայրում, բացի ուսումնասիրվողից, առկա են բազմաթիվ այլ տատանողական, պտտական սպեկտրային գծերի, ինչպես նաև էլեկտրոնային անցումների ներդրումը: Ուստիև անտիստոքսյան ազդանշանը չի վերանում անգամ $|\omega_1-\omega_2|\gg\gamma$ ապալարքի դեպքում: Ասվածի հաշվառմամբ ռամանյան ընկալունակության (11.22բ) արտահայտության փոխարեն կարելի է գրել

$$\chi^{(3)R}(\omega_a)=\chi^{nr}+\frac{\chi^r}{i+\Delta}: \tag{11.25}$$

Ամպլիտուդային տարբերակ: Ցրված լույսի ինտենսիվության չափմամբ սխեման ընդունված է անվանել ամպլիտուդային ՌՑԱՍ: Ոչ գծային ընկալունակության (11.25) տեսքով պայմանավորված՝ զգալի տարբերություն է դիտվում սպոնտան ռամանյան ցրման և ռամանյան ցրման ակտիվ սպեկտրոսկոպիայի սպեկտրալ գծերի տեսքում: (11.23ա) արտահայտության օգնությամբ ցրված լույսի ինտենսիվության համար կարող ենք գրել

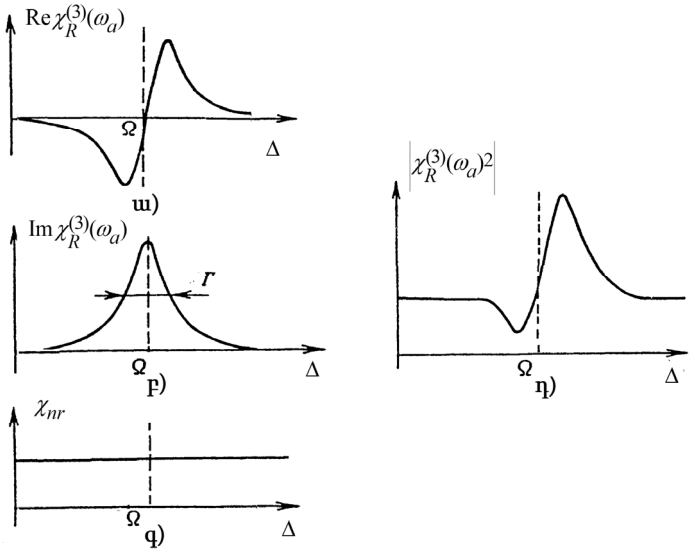
$$I_a\sim\left|\chi^{nr}+\frac{\chi^r}{i+\Delta}\right|^2 I_1^2 I_2: \tag{11.26}$$

Նկ. 11.11-ում պատկերված է անտիստոքսյան ազդանշանի $I_a(\Delta)$ հաշվարկային տեսքը $a=\chi^r/\chi^{nr}$ պարամետրի տարբեր արժեքների դեպքում: Նկատենք, որ $a\sim\left(\partial\alpha/\partial q\right)_0^2$ և ռամանյան գծի սպեկտրային բնութագրերից մեկն է: Քանի որ այն արմատապես



Նկ. 11.11. Ամպլիտուդային ՌՅԱՍ ազդանշանի $I_a(\Delta)$ տեսքի կախվածությունը a պարա պարբեր արժեքների դեպքում: Կորերը նորմավորված են $I_a(\Delta) \to \infty$ արժեքի վրա:

տարբերվում է սպոնտան ռամանյան ցրման սպեկտրային տեսքից, անդրադառնանք այս հարցին ավելի մանրամասն: Համաձայն (11.26) արտահայտության՝ ամբողջական ազդանշանն այս դեպքում ձևավորվում է ոչ ռեզոնանսային և ռեզոնանսային ներդրումների ինտերֆերման արդյունքում: Հավելենք, որ կեղծ մաս ունի միայն ռեզոնանսային գումարելին: Նկ. 11.12-ում պատկերված են առանձին-առանձին $\mathrm{Re}\,\chi^{(3)R}(\omega_a)$ (Նկ. 11.12ա), $\mathrm{Im}\,\chi^{(3)R}(\omega_a)$ (Նկ. 11.12բ), χ^{nr} (Նկ. 11.12գ) և $\left|\chi^{(3)R}(\omega_a)\right|^2$ (Նկ. 11.12դ) մեծությունների կախվածությունները Δ-ից: Ինչպես երևում է նկարից, իրական մասը նշանափոխ ֆունկցիա է և ճիշտ ռեզոնանսում $(\Delta = 0)$ դառնում է զրո:



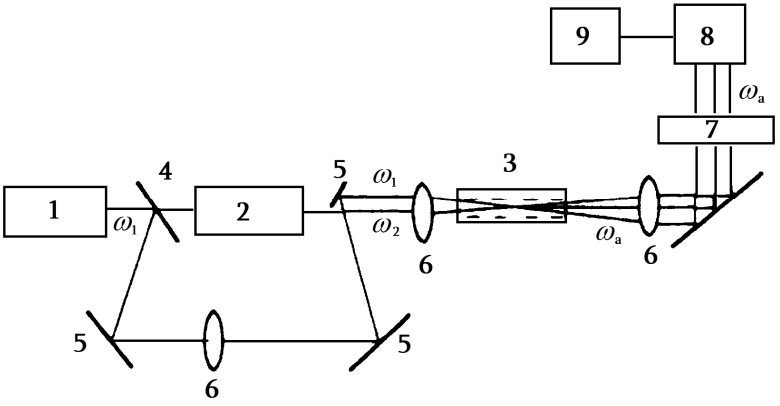
Նկ. 11.12. $\mathrm{Re}\,\chi_R^{(3)}(\omega_a)$, $\mathrm{Im}\,\chi^{(3)R}(\omega_a)$, χ_{nr} *(ա-գ) ներդրումների և արդյունա-*

րար $\left|\chi^{(3)R}(\omega_a)\right|^2$ *(դ) ընկալունակության հաճախականային կախվածությունը:*

Նկատենք՝ մաքսիմումի և մինիմումի հաջորդումը կախված է $\omega_1-\omega_2$ և Ω մեծությունների հարաբերակցությունից՝ ($\omega_1-\omega_2<\Omega$, թե՞ $\omega_1-\omega_2>\Omega$), ինչպես նաև a մեծության նշանից (Նկ. 11.11 և Նկ. 11.12-ը համապատասխանում են $a<0$ դեպքին):

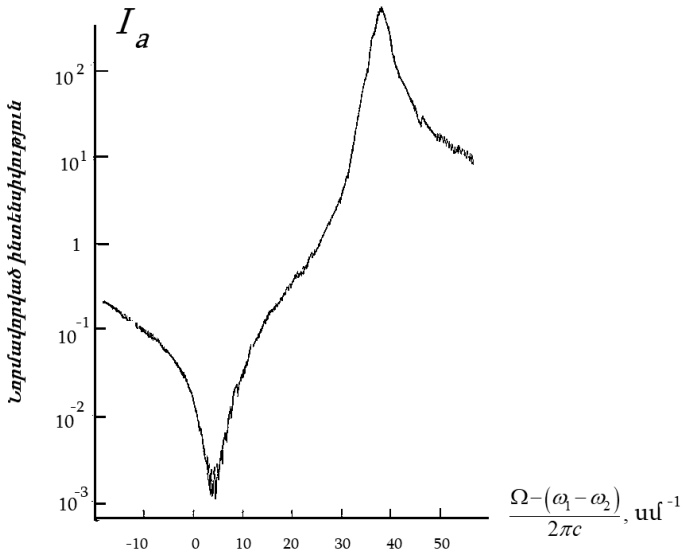
Նկ. 11.13-ում պատկերված է նման սպեկտրաչափի սկզբունքային սխեման: Հիմնական՝ ω_1 հաճախության, ճառագայթման մի մասը հայելիների համակարգի օգնությամբ ուղղվում է նմուշի մեջ, իսկ մյուս մասն օգտագործվում է որպես մղման աղբյուր փոփոխվող ալիքի երկարությամբ լազերային գեներացիա ստանալու համար: Այդ ω_2 հաճախությամբ ճառագայթումը նույնպես ուղղվում է դեպի նմուշ: Նկատենք, ղեկավարելով նրանց միջև հեռավորությունը 6

ոսպնյակի վրա՝ կարելի է ընտրել սինքրոն փոխազդեցությանը համապատասխանող անկյունը:



Նկ. 11.13. ՌՅԱՍ փորձարարական սարքի սկզբունքային սխեման. 1) Ֆիքսված հաճախությամբ լազեր, 2) Փոփոխվող հաճախությամբ լազեր, 3) Ուսումնասիրվող նմուշ, 4) Կիսաթափանցիկ հայելի, 5) Հայելիներ, 6) Ոսպնյակներ, 7) Լուսազտիչ, 8) Մոնոքրոմատոր, 9) Գրանցման համակարգ:

Ոչ գծային փոխազդեցության արդյունքում ծնված ω_a հաճախության անտիստոքսյան ազդանշանի ալիքի երկարությունը ֆիքսվում է մոնոքրոմատորում և գրանցման համակարգի օգնությամբ չափվում բնութագրական մեծությունները: Որպես օրինակ Նկ. 11.14-ում պատկերված է ՌՅԱՍ ազդանշանի սպեկտրային կախվածությունը կալցիտի բյուրեղի 1088սմ$^{-1}$ գծի շրջակայքում: Չափելով ինտենսիվության մաքսիմում և մինիմում արժեքները, ինչպես նաև նրանց համապատասխանող հաճախությունները՝ կարելի է որոշել տվյալ սպեկտրային անցումը բնութագրող բոլոր մոլեկուլային պարամետրերը:



Նկ. 11.14. Ամպլիտուդային ՌՅԱՍ ազդանշանի սպեկտրը կալցիտի $(CaCo_3)$ բյուրեղի 1088սմ$^{-1}$ գծի մերձակայքում:

Բևեռացումային տարբերակ: ՌՅԱՍ լայնորեն տարածված սխեմաներից է նաև բևեռացումային տարբերակը կամ ինչպես ընդունված է անվանել կոհերենտ էլիպսաչափությունը: Նկատենք՝ բևեռացումային չափումների հնարավորություններն ավելի լայն են, քանի որ կարևորվում է ոչ գծային փոխազդեցությունների թենզորական բնույթը: Այդ դեպքում (11.25)-ը անհրաժեշտ է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\chi^{(3)R}_{ijkl}(\omega_a)=\chi^{nr}_{ijkl}+\frac{\chi^{r}_{ijkl}}{i+\Delta}: \qquad (11.27)$$

Իզոտրոպ՝ կենտրոնահամաչափ միջավայրերի դեպքում, կիրառելով Թեմա 3-ում քննարկված սիմետրիայի ձևափոխությունները, կարելի է գտնել խորանարդային ոչ գծային ընկալունակությունների թենզորական բաղադրիչների միջև հետևյալ կապը (ռամանյան ռեզոնանսի առկայությամբ)՝

$$\begin{aligned}
&\chi^{(3)R}_{xxxx} = \chi^{(3)R}_{yyyy} = \chi^{(3)R}_{zzzz} \\
&\chi^{(3)R}_{xxyy} = \chi^{(3)R}_{xxzz} = \chi^{(3)R}_{yyzz} = \chi^{(3)R}_{zzxx} = \chi^{(3)R}_{zzyy} \\
&\chi^{(3)R}_{xyxy} = \chi^{(3)R}_{yxyx} = \chi^{(3)R}_{xzxz} = \chi^{(3)R}_{zxzx} = \chi^{(3)R}_{yzyz} = \chi^{(3)R}_{zyzy} \\
&\chi^{(3)R}_{xyyx} = \chi^{(3)R}_{yxxy} = \chi^{(3)R}_{xzzx} = \chi^{(3)R}_{zxxz} = \chi^{(3)R}_{yzzy} = \chi^{(3)R}_{zyyz}
\end{aligned} : \qquad (11.28)$$

Ընդ որում՝ հիմնական բաղադրիչների միջև առկա է հետևյալ առնչությունը՝

$$\chi^{(3)R}_{xxxx} = \chi^{(3)R}_{xxyy} + \chi^{(3)R}_{xyxy} + \chi^{(3)R}_{xyyx} : \qquad (11.28ա)$$

Ի հավելումն այս առնչությունների, ոչ ռեզոնանսային մասը բավարարում է նաև սիմետրիայի Կլեյնմանյան առնչություններին (Թեմա 3), համաձայն որի ոչ ռեզոնանսային մասը սիմետրիկ է ըստ բոլոր ինդեքսների: Ձևափոխություններից հետո միջավայրի խորանարդային բևեռացման համար կարող ենք գրել

$$\frac{\vec{P}^{(3)}(\omega_a)}{A_1^2 A_2} = \chi^{nr}_{1111}\vec{P}_{nr} + \frac{\chi^{r}_{1111}}{i+\Delta}\vec{P}_r : \qquad (11.29)$$

Այստեղ $\vec{P}_{nr}$, $\vec{P}_r$ նկարագրում են խորանարդային բևեռացման ոչ ռեզոնանսային և ռեզոնանսային մասերի ուղղությունները՝

$$\vec{P}_{nr} = 2\vec{e}_1(\bar{e}_1\vec{e}_2^*) + \vec{e}_2^*(\bar{e}_1\vec{e}_1), \qquad (11.30ա)$$

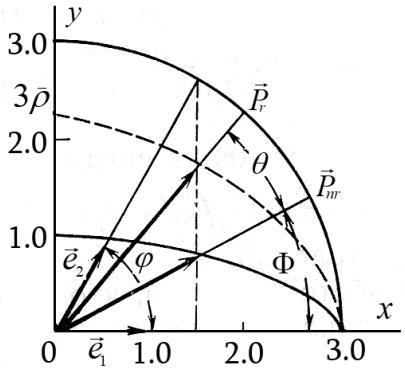
$$\vec{P}_r = 3(1-\bar{\rho})\vec{e}_1(\vec{e}_1\vec{e}_2^*) + 3\bar{\rho}\vec{e}_2^*(\bar{e}_1\vec{e}_1), \qquad (11.30բ)$$

$$\bar{\rho} = \frac{\chi^{r}_{1221}}{\chi^{r}_{1111}}, \qquad (11.30գ)$$

իսկ $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$-ը մղման աղբյուրների բևեռացման երկայնքով միավոր վեկտորներն են: $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ և $\vec{P}_{nr}, \vec{P}_r$ վեկտորների փոխադարձ դասավորությունը պատկերված է Նկ. 11.15-ում: $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ վեկտորների միջև φ անկյան փոփոխությամբ կարելի է ղեկավարել $\vec{P}_{nr}$, $\vec{P}_r$ վեկտորների թե փոխադարձ դասավորությունը, թե մեծությունը: Դժվար չէ գտնել $\vec{P}_{nr}$ և $\vec{P}_r$ վեկտորների կազմած անկյունը՝

$$tg\theta = \frac{(3\bar{\rho}-1)tg\varphi}{3+\bar{\rho}tg^2\varphi}: \qquad (11.30ղ)$$

Ընդգծենք հետևյալ կարևոր հանգամանքը՝ $\vec{P}_r$ վեկտորի գործակիցը կոմպլեքս մեծություն է, որը փոփոխվում է Δ ապալարքի վերալարմանը զուգընթաց: Հետևաբար փոխվում է նաև անտիստոքսյան ազդանշանի բևեռացման վիճակը:

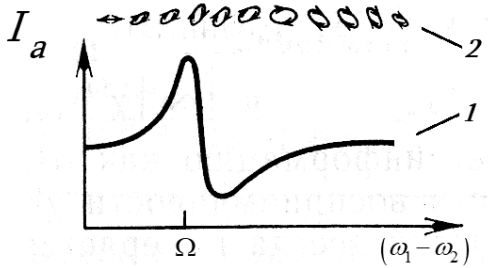


Նկ. 11.15. $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ և $\vec{P}_{mr}$, $\vec{P}_r$ վեկտորների փոխադարձ դասավորությունը:

Այդ փոփոխությունը պատկերված է Նկ. 11.16-ում: Բևեռացման վիճակի այդ փոփոխությունը կարելի է նկարագրել նաև քանակապես: Իրոք, ենթադրենք բոլոր ալիքները տարածվում են z առանցքով (պարզության համար քննարկում ենք համուղղված ալիքների դեպքը), $\vec{e}_1$ վեկտորն ուղղված է x առանցքին զուգահեռ, իսկ y-ը՝ նրան ուղղահայաց:

Ինչպես ընդունված է էլիպսաչափությունում, սահմանենք խոռանարդային բևեռացման օրթոգոնալ բաղադրիչների հարաբերությունը՝

$$\varepsilon = \frac{P_y^{(3)}}{P_x^{(3)}} = \mathrm{Re}\,\varepsilon + i\,\mathrm{Im}\,\varepsilon: \qquad (11.31)$$



Նկ. 11.16. Անդրիպոքսյան ազդանշանի ինտենսիվության (ամպլիտուդային պարբերակ (1)) և բևեռացման վիճակի (բևեռացումային պարբերակ (2)) սինուսոիդ վարքը $\omega_1-\omega_2$ -ի փոփոխության ժամանակ:

Դժվար չէ $\mathrm{Re}\,\varepsilon, \mathrm{Im}\,\varepsilon$ մեծություններն արտահայտել սպեկտրոսկոպիական մեծություններով՝ օգտվելով (11.29) բանաձևերից՝

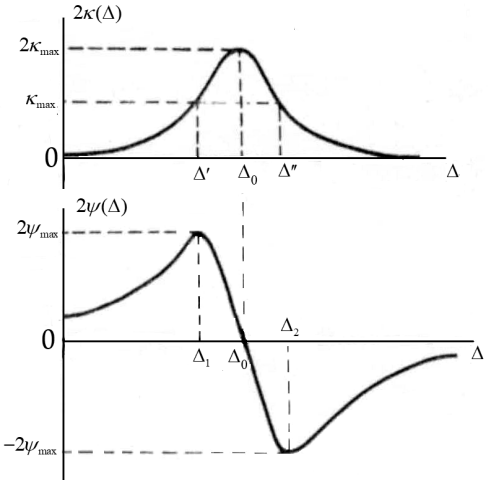
$$\mathrm{Re}\,\varepsilon = \frac{2\alpha\sin\theta(\Delta-\alpha\cos\theta)}{(\Delta-\alpha\cos\theta)^2+1};\ \mathrm{Im}\,\varepsilon = \frac{2\alpha\sin\theta}{(\Delta-\alpha\cos\theta)^2+1}: \quad (11.31ա)$$

Այստեղ $\alpha = \chi^r_{1111}\left|\vec{\mathrm{P}}_r\right| \Big/ \chi^{nr}_{1111}\left|\vec{\mathrm{P}}_{nr}\right|$ մեծությունը նկարագրում է ուսումնասիրվող ռամանյան ռեզոնանսի «ուժը»: Փորձում չափվող մեծություններն են բևեռացման էլիպսի էլիպտիկությունը՝ $\kappa = \pm arctg(b/a)$ (b-ն և a-ն էլիպսի մեծ և փոքր կիսառանցքներն են) և մեծ առանցքի կողմնորոշումը նկարագրող ψ անկյունը:

Դժվար չէ ապացուցել, որ փորձի համապատասխան պայմանների ապահովման դեպքում կարելի է գրել (տես Հավելված 3)՝

$$\psi(\Delta) \approx \mathrm{Re}\,\chi^{(3)R}(\Delta), \qquad \kappa(\Delta) \approx \mathrm{Im}\,\chi^{(3)R}(\Delta): \quad (11.32)$$

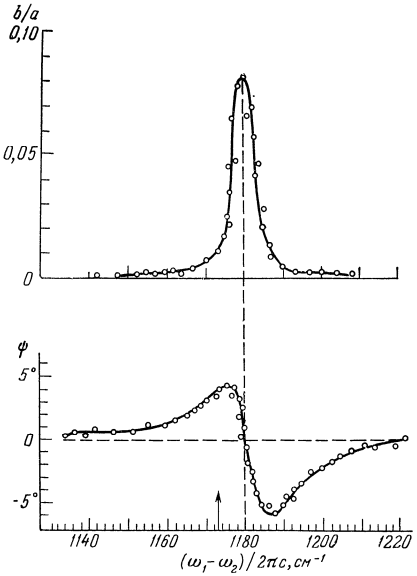
Դրա համար, համաձայն (Հ.3.10) արտահայտության, անհրաժեշտ է բավարարել $|\varepsilon| \sim \alpha\sin\theta << 1$ պայմանը: Այն միշտ կարելի է իրականացնել φ անկյան համապատասխան ընտրությամբ, քանի որ $\varphi \sim \theta$ (տես (11.31ա) արտահայտությունը):



Նկ. 11.17. Էլիպտիկության (κ) և մեծ կիսառանցքի թեքության (ψ) համախտանային կախվածության հաշվարկային գրաֆիկները:

Նկ. 11.17-ում պատկերված են (11.31) և (11.31ա) արտահայտությունների օգնությամբ կառուցված $\kappa(\Delta)$ և $\psi(\Delta)$ կախվածությունները: Ըստ այդ կախվածությունների կարելի է ֆիքսել սպեկտրոսկոպիական կիրառությունների առումով երկու կարևոր առանձնահատկություն.

1. Կախված սպեկտրոսկոպիական գծի պարամետրերից, օրինակ, $\bar{\rho} > (1/3)$ կամ $\bar{\rho} < (1/3)$, $\kappa_{\max}$-ը դրական է $(\kappa_{\max} > 0)$ կամ բացասական $(\kappa_{\max} < 0)$:
2. Էլիպտիկության առավելագույն արժեքը տեղաշարժված է համապատասխան սպոնտան տատանման հաճախությունից: Ընդ որում՝ տեղաշարժման մեծությունը որոշվում է $\Delta_0 = \alpha cos\theta$ արտահայտությամբ: Ակնհայտ է, որ սպեկտրում մի քանի ռամանյան ռեզոնանսի առկայությամբ «ուժեղ» գծերը կհեռանան ավելի շատ՝ դրանով իսկ բարենպաստ պայմաններ ստեղծելով մոտ հաճախությամբ գծերի տարրալուծման համար:



Նկ. 11.18. Բենզոլի առանձնացված տատանման բևեռացումային ՌՑԱՍ սպեկտրը: Սլաքով նշված է համապատասխան տատանման ռամանյան հաճախությունը:

3. Էլիպտիկության առավելագույն արժեքը կախված է $\alpha \sin\theta$ մեծությունից, այսինքն՝ ոչ միայն այս կամ այն գծի «ուժը» բնութագրող α մեծությունից, այլ նաև փորձի երկրաչափությունից ($\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ վեկտորների կազմած φ անկյունով կարելի է ղեկավարել θ-ն):

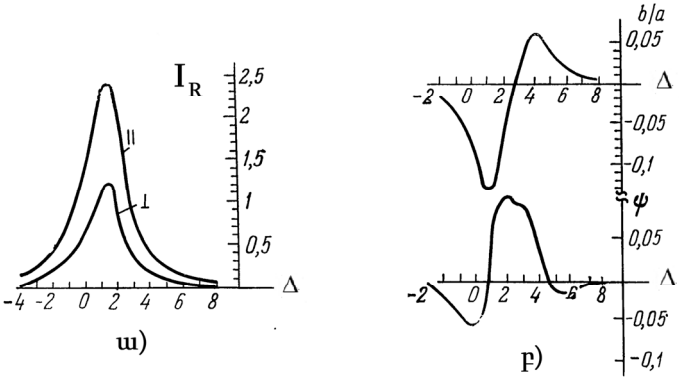
Հետագայում մի օրինակով կանդրադառնանք այս երկու պնդումների սպեկտրոսկոպիական կիրառման առանձնահատկություններին: Որպես օրինակ Նկ. 11.18-ում պատկերված է բենզոլի 1178սմ$^{-1}$ տատանման մերձակայքում «ակտիվ» սպեկտրը՝ ստացված ՌՑԱՍ բևեռացումային տարբերակի օգնությամբ: Այն լիակատար համապատասխանում է տեսական նկարագրությամբ ստացված կախվածություններին (տես Նկ. 11.17):

Այժմ համառոտ անդրադառնանք նաև մոտ հաճախությամբ գծերի տարրալուծման առանձնահատկություններին բևեռացումային ՌՅԱՍ-ում: Ենթադրենք միջավայրում առկա են երկու մոտ՝ Ω_1 և Ω_2 հաճախությամբ տատանումներ: Միջավայրի բևեռացումը ներկայացնենք հետևյալ տեսքով՝

$$\frac{\vec{P}^{(3)}(\omega_a)}{A_1^2\cdot A_2}=\chi^{nr}_{1111}\vec{P}_{nr}+\frac{\chi^{r1}_{1111}}{-i-\Delta_1}\vec{P}_{r1}+\frac{\chi^{r2}_{1111}}{-i-\Delta_2}\vec{P}_{r2}: \qquad (11.33)$$

Նշանակումներն այստեղ համանման են առանձնացված գծի դեպքում օգտագործվածներին՝

$$\left\{\Omega_1-\left(\omega_1-\omega_2\right)\right\}\Big/\gamma_1=\Delta_1,\left\{\Omega_2-\left(\omega_1-\omega_2\right)\right\}\Big/\gamma_2=\Delta_2:$$



Նկ. 11.19. Երկու մոտ ռամանյան գծերի սպունգան ռամանյան ցրման (բևեռացված՝ $\|$ և ապաբևեռացված՝ $\perp$) (ա) և բևեռացումային ՌՅԱՍ-ի (բ) հաշվարկային սպեկտրները: Հաշվարկման պարամետրերն են

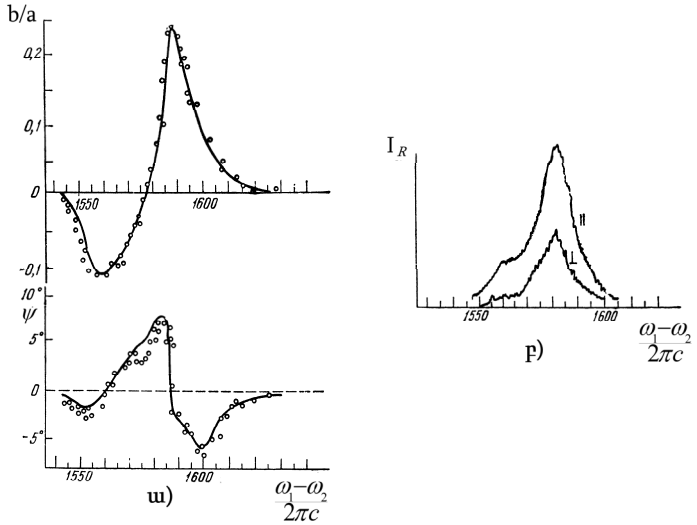
$$\alpha_1=1.8,\alpha_2=0.8,\theta_1=-8^o,\theta_2=13^o,K=0.8,\varphi=70^o:$$

Սահմանելով երկու գծերի միջև հաճախականային նորմավորված $a=\left(\omega_1-\omega_2\right)/\gamma_2$ հեռավորությունը և նշանակելով $K=\gamma_1/\gamma_2$ ստանում ենք՝

$$\mathrm{P}^{(3)}_x(\omega_a)=1+\frac{\alpha_1\cos\theta_1}{-i-\Delta}+\frac{\alpha_2\cos\theta_2}{-i-\left(K\Delta-a\right)}, \qquad (11.34ա)$$

$$P_y^{(3)}(\omega_a) = \frac{\alpha_1 \sin\theta_1}{-i-\Delta} + \frac{\alpha_2 \sin\theta_2}{-i-(K\Delta - a)}: \qquad (11.34բ)$$

Նկ. 11.19-ում բերված են անտիստոքսյան ազդանշանի բևեռացման պարամետրերի բնութագրական հաշվարկային կախվածությունները: Պարամետրերն ընտրված են այնպես, որ սպոնտան ցրման մոդելային սպեկտրում նրանք բացարձակապես չեն դրսևորվում (Նկ. 11.19ա): Ինչպես երևում է Նկ. 11.19բ-ից, ի տարբերություն սպոնտանի, բևեռացումային ՌՅԱՍ-ում այդ գծերը դրսևորվում են բավականաչափ հստակ՝ ի հաշիվ վերը քննարկված առանձնահատկությունների:



Նկ. 11.20. Երկու մոտ ռամանյան գծերի բևեռացումային ՌՅԱՍ-ի (ա) սպեկտրները քլորբենզոլի 1180սմ$^{-1}$ գծի մերձակայքում և սպոնտան ռամանյան ցրման (բևեռացված՝ $\parallel$ և ապաբևեռացված՝ $\perp$) փորձարարական գրաֆիկները (բ):

Մոդելային հաշվարկների օգնությամբ արված եզրակացությունը հավաստելու համար բերենք մեկ օրինակ: Նկ. 11.20ա-ում պատ-

կերված է անտիստոքսյան ազդանշանի բևեռացման պարամետրերի վարքը բիհարմոնիկ մղման $\omega_1 - \omega_2$ տարբերությունը քլորբենզոլի (C_6H_5Cl) 1180սմ$^{-1}$ գծի մերձակայքում: Համեմատության համար Նկ. 11.20բ-ում բերված է սպոնտան ռամանյան ցրման փորձարարական սպեկտրը 1540-1610սմ$^{-1}$ տիրույթում: Ինչպես երևում է նկարից, այդ շերտի ցածր հաճախականային տիրույթում առկա է երկրորդ՝ շեղված հաճախությամբ և թույլ գծի գոյության մասին վկայող թև:

Այդ երկու գծերը շատ ավելի հստակ դրսևորվում են բևեռացումային ՌՅԱՍ սպեկտրներում, ինչը նրանց սպեկտրոսկոպիական բնութագրերը հստակ որոշելու հնարավորություն է ընձեռում: Ամբողջական լինելու համար ներկայացնենք այդ պարամետրերը՝ $\alpha_1 = 0.65, \quad \overline{\rho}_1 = 0.75, \quad \alpha_2 = 0.8, \overline{\rho}_1 = 0.1$, գծերի լայնությունները՝ $\gamma_1 = 9$ և $\gamma_2 = 7.2$ սմ$^{-1}$:

§11.5. Ամփոփում

Ոչ գծային օպտիկական մեթոդների կիրառությունն արմատապես փոխեց լույսի ցրման երևույթների վրա հիմնված սպեկտրոսկոպիայի հնարավորությունները: Եվ այստեղ կարևոր էր ոչ միայն ցրված ազդանշանի մեծության զգալի աճը (պայմանավորված լազերների մեծ ինտենսիվությամբ), այլ նաև սկզբունքորեն նոր մեթոդների ստեղծումը:

Այս թեմայում ներկայացված է ստիպողական ռամանյան ցրման երևույթը, նրա առանձնահատկությունները, ինչպես նաև քննարկված է նրա սահմանափակ կիրառման հնարավորությունները: Քննարկված է նրա համանմանությամբ ստեղծված ռամանյան ակտիվ սպեկտրոսկոպիայի մեթոդի լայնութային և բևեռացումային տարբերակները, նրանց տարբերությունը և առավելությունները: Մասնավորապես, բևեռացումային չափումների կարևոր առանձնահատկություններից է գրանցվող ազդանշանի բևեռացման վիճակի

անկախությունը փոխազդող ալիքների ինտենսիվության ֆլուկտուացիաներից, ինչը հատկապես կարևոր է մեծ հզորության իմպուլսային լազերների կիրառման պայմաններում: Նրանց հզորության ֆլուկտուացիաները կարող են լինել բավականաչափ մեծ այն դեպքում, երբ բևեռացման վիճակը կարելի է հուսալիորեն ղեկավարել:

Անդրադարձ է կատարված նաև ՌՅԱՍ բևեռացումային տարբերակում ծածկված ռամանյան ռեզոնանսների տարրալուծման մի շարք առավելություններին:

Մեկ անգամ ևս արժե ընդգծել, որ չնայած քննարկված են միայն տատանողական սպեկտրերին վերաբերող առանձնահատկությունները, սակայն ասվածները առանց դժվարության ընդհանրացվում են այլ բնույթի ռեզոնանսների համար ևս:

ԹԵՄԱ 12. ԲԱՐՁՐ ԿԱՐԳԻ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐ

§12.1. Բարձր կարգի ոչ գծային երևույթներ

Նույնիսկ երևութաբանական նկարագրության սահմաններում ոչ գծային օպտիկայի և սպեկտրոսկոպիայի մեթոդների կիրառությունը նյութի ուսումնասիրման բնագավառում պրակտիկորեն անսահմանափակ է: Ինչպես նշվել էր Թեմա 2-ում, ի տարբերություն գծայինի, ոչ գծային օպտիկայում ներմուծվում են նյութը նկարագրող նոր պարամետրեր՝ անվերջ թվով ոչ գծային ընկալունակություններ՝ $\chi^{(n)}_{ijkl}$

$$P_i = \chi^{(1)}_{ij} E_j + \chi^{(2)}_{ijk} E_j E_k + \chi^{(3)}_{ijkl} E_j E_k E_l + \chi^{(4)}_{ijklm} E_j E_k E_l E_m + \cdots : (12.1)$$

Այսպես օրինակ՝ $\chi^{(2)}_{ijk}$ ոչ գծային ընկալունակության ուսումնասիրությունները ցույց տվեցին, որ այն նյութերի հատկությունների դասակարգման ավելի լայն հնարավորություններ է ընձեռում, քան գծային $\chi^{(1)}_{ij}$ ընկալունակությունը: $\chi^{(3)}_{ijkl}$ ոչ գծային ընկալունակության դիսպերսիայի ուսումնասիրման վրա են հիմնված ոչ գծային սպեկտրոսկոպիայի մի շարք նոր մեթոդներ: Տրամաբանական է ակնկալել, որ բարձր կարգի ոչ գծայնությունների հիման վրա ստեղծված սպեկտրոսկոպիական մեթոդները կլինեն առնվազն ոչ պակաս ինֆորմատիվ:

Բարձր կարգի ոչ գծային օպտիկական երևույթներից կարելի է նշել $n\omega\,(n>3)$ հարմոնիկների գեներացիան, հագեցման երևույթի դրսևորումը Քերրի օպտիկական երևույթում, բազմաֆոտոն կլանումը, ատոմների բազմաֆոտոն իոնացումը և բազմաթիվ այլ երևույթներ:

§12.2. Ուղիղ և կասկադային պրոցեսներ

Բարձր կարգի ոչ գծային օպտիկական երևույթներում դրսևորվում են նոր առանձնահատկություններ: Բացի անմիջական $\chi^{(n)}$ ոչ գծայնությամբ իրականացվող պրոցեսից (ուղիղ պրոցես), հնարավոր է դառնում նույն արդյունքը ստանալ ավելի ցածր կարգի ոչ գծայնությամբ պայմանավորված պրոցեսների հաջորդականությամբ: Ընդունված է նման պրոցեսներին անվանել կասկադային: Ասվածն ակնառու դարձնելու նպատակով անդրադառնանք չորրորդ հարմոնիկի գեներմանը:

Չորրորդ հարմոնիկի գեներացիան (ուղիղ պրոցես)՝

$$4\omega = \omega + \omega + \omega + \omega, \qquad (12.2)$$

նկարագրվում է $\chi^{(4)}$ ոչ գծային ընկալունակությամբ: Սակայն նույն չորրորդ հարմոնիկի գեներացիան կարող է իրականացվել $\chi^{(2)}$ և $\chi^{(3)}$ ոչ գծային ընկալունակություններով պայմանավորված կասկադային պրոցեսների արդյունքում՝

$$\omega + \omega + \omega \to 3\omega \to 3\omega + \omega \to 4\omega \qquad (12.3ա)$$

$$\omega + \omega \to 2\omega \to 2\omega + 2\omega \to 4\omega : \qquad (12.3բ)$$

(12.3ա) պրոցեսի արդյունքում գեներացվող չորրորդ հարմոնիկի ինտենսիվությունը համեմատական է $\left|\chi^{(3)}(3\omega;\omega,\omega,\omega)\chi^{(2)}(4\omega;3\omega,\omega)\right|$-ին, իսկ (12.3բ)-ի արդյունքում գեներացվողը՝ $\left|\left[\chi^{(2)}(2\omega;\omega,\omega)\right]^2\chi^{(2)}(4\omega;2\omega,2\omega)\right|$-ին: Քանի որ ուղիղ պրոցեսի սինքրոնության ուղղությամբ սինքրոն են լինում նաև կասկադային պրոցեսները, ապա այդ ուղղությամբ չափվել կարող է միայն արդյունարար ընկալունակությունը՝

$$\chi^{(4)}_{eff}(4\omega) = \chi^{(4)}(4\omega) + b_1\chi^{(3)}(\omega+\omega)\chi^{(2)}(2\omega+\omega+\omega) + \\ +b_2\chi^{(3)}(\omega+\omega+\omega)\chi^{(2)}(3\omega+\omega) + b_3\left[\chi^{(2)}(\omega+\omega)\right]^2\chi^{(2)}(2\omega+2\omega) \qquad (12.4)$$

b_1, b_2, b_3 հաստատունները պայմանավորված են բյուրեղի կողմնորոշմամբ և փոխազդող ալիքների հաճախության վրա բեկման ցու-

ցիչներով: Չորրորդ հարմոնիկի գեներացիայի պրոցեսում, բացի սինքրոնիզմի հիմնական ուղղությունից ($\vec{k}_4 = 4\vec{k}_1$), առկա են նաև փուլային սինքրոնության մի քանի միջանկյալ ուղղություններ՝ պայմանավորված առանձին կասկադային պրոցեսների գոյությամբ՝

$$2\vec{k}_2 = \vec{k}_4; \quad \vec{k}_1 + \vec{k}_3 = \vec{k}_4; \quad 2\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_4 : \qquad (12.5)$$

Ստորև բերված Աղյուսակ 1-ում ներկայացված են այդ սինքրոն պրոցեսների բնութագրերը լիթիումի ֆորմիատ (LFM) բյուրեղի համար: Անհրաժեշտ է ընդգծել, սինքրոնության տարբեր ուղղություններով բարձր հարմոնիկի հզորության արժեքը չափելը հնարավորություն է ընձեռում ոչ գծայնության էֆեկտիվ $\chi^{(4)}_{eff}(4\omega)$ ընկալունակությունն արտահայտել ավելի ցածր կարգի ($\chi^{(2)}$ և $\chi^{(3)}$) ընկալունակությունների արժեքներով:

Աղյուսակ 1. Սինքրոն պրոցեսները LFM բյուրեղում չորրորդ հարմոնիկի գեներման ժամանակ

Սինքրոնության ուղղությունը	***Փոխազդեցության տեսակը***	***Բևեռացումը***
$\vec{k}_4 = 4\vec{k}_1$ $\theta_s = 36^o30'$	***Ուղիղ պրոցես*** $o_1o_1o_1o_1 \to e_4$ ***Կասկադային պրոցես*** $o_1o_1 \to e_2 o_1o_1 \to e_4$ $o_1o_1o_1 \to o_3 \to$ $o_3o_1 \to e_4$ $o_1o_1 \to e_2 \to$ $e_2e_2 \to e_4$	$P^{(4)}_{nl}(4\omega) = \chi^{(4)}(4\omega) + b_1\chi^{(3)}$ $(\omega+\omega)\chi^{(2)}(2\omega+\omega+\omega)$ $+b_2\chi^{(3)}(\omega+\omega+\omega)\chi^{(2)}(3\omega+\omega)$ $+b_3\left[\chi^{(2)}(\omega+\omega)\right]^2\chi^{(2)}(2\omega+2\omega)$
$\vec{k}_4 = 2\vec{k}_1 + \vec{k}_1$ $+\vec{k}_1$ $\theta_s = 22^o30'$	***Կասկադային պրոցես*** $o_1o_1 \to e_2 \to$ $e_2o_1o_1 \to e_4$	$P^{(4)}_{nl}(4\omega) = b_1'\chi^{(2)}(\omega+\omega)\chi^{(3)}$ $(2\omega+\omega+\omega)E^4$

$\vec{k}_4 = \vec{k}_3 + \vec{k}_2$ $\theta_s = 45^o 10'$	***Կասկադային պրոցես*** $o_1 o_1 o_1 \to o_3 \to$ $o_3 o_1 \to e_4$	$P_{nl}^{(4)}(4\omega) = b_2' \chi^{(3)}$ $(\omega + \omega + \omega)_2 \chi^{(2)}$ $(3\omega + \omega) E^4$
$\vec{k}_4 = \vec{k}_3 + \vec{k}_2$ $\theta_s = 41^o 10'$	***Կասկադային պրոցես*** $o_1 e_1 \to o_2 \to$ $o_2 o_2 \to e_4$	$P_{nl}^{(4)}(4\omega) = b_3' \left(\chi^{(2)}(\omega + \omega) \right)^2$ $\chi^{(2)}(2\omega + 2\omega)_2 E^4$

§12.3. Ամփոփում

Այս թեմայի համառոտ քննարկումը հնարավորություն է ընձեռում պատկերացում կազմել բարձր կարգի ոչ գծային օպտիկական երևույթներում հնարավոր ուղիղ և կասկադային պրոցեսների առանձնահատկությունների մասին: Կարևոր է հատկապես այն հանգամանքը, որ բարձր կարգի ոչ գծայնություններում հիմնական՝ ուղիղ, պրոցեսի սինքրոնության ուղղությամբ ապահովվում է նաև մի շարք կասկադային պրոցեսների սինքրոնությունը: Այս փաստի հաշվառումը հատկապես կարևոր է բյուրեղի ոչ գծայնության գործակիցների քանակական չափումների ժամանակ:

ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ

XX դարը բնութագրական է ոչ գծայնությունների ներթափանցմամբ ֆիզիկայի (և ոչ միայն) համարյա բոլոր բնագավառներ: Բացառություն չէր նաև օպտիկան:

Ոչ գծային օպտիկայի, որպես գիտության նոր ուղղության, ծնունդը բացառապես պայմանավորված էր լազերների ստեղծմամբ: Իր գոյության 50 և ավելի տարիների ընթացքում (մեկ անգամ ևս ընդգծենք, որ խոսքը կոհերենտ ոչ գծային օպտիկական երևույթների մասին է) այն նոր ձևավորվողից դարձել է ֆիզիկայի կայացած ճյուղերից մեկը՝ իր ֆունդամենտալ և կիրառական լայն հնարավորություններով: Հնարավոր երևույթների բազմազանությունը, նրանց դրսևորման առանձնահատկությունները հզոր զինանոց են գիտության տարբեր բնագավառների և տեխնիկայի համար:

Ստեղծման առաջին իսկ օրվանից լազերային ֆիզիկան և ոչ գծային օպտիկան զարգացել են փոխլրացման ճանապարհով՝ լազերների ինտենսիվության մեծացումը նպաստել է ոչ գծային օպտիկայի նորանոր երևույթների բացահայտմանը, որոնք էլ կատարելագործել են հենց լազերային տեխնիկան:

Ներկայումս ոչ գծային օպտիկան լայնորեն կիրառվում է ատոմային և մոլեկուլային ֆիզիկայում, պլազմայի ու պինդ մարմնի ֆիզիկայում: Ավելին՝ դրա հիման վրա ներկայումս ստեղծվել և արագորեն զարգանում է ոչ գծային սպեկտրոսկոպիան, որի դերն անուրանալի է քիմիայում, էկոլոգիայում, բժշկությունում և բազմաթիվ այլ բնագավառներում:

Առանձնահատուկ անհրաժեշտ է նշել ոչ գծային օպտիկայի, այդ թվում նաև ոչ գծային մանրաթելային օպտիկայի դերը կապի, ինֆորմացիայի գրանցման և պահպանման ինչպես ժամանակակից, այնպես էլ հեռանկարային օպտիկական համակարգերում:

Եզրափակենք՝ ներկայացնելով հիմնական ոչ գծային օպտիկական երևույթները և նրանց հնարավոր մի քանի կիրառությունները աղյուսակի տեսքով (տես Աղյուսակ 2):

Աղյուսակ 2

Երևույթը	Նյութը	Մեխանիզմը	Կիրառությունները
Օպտիկական հարմոնիկների գեներացիա	*Բյուրեղներ, կիսահաղորդիչներ, հերոտ գազեր, մետաղների գոլորշիներ*	*Ատոմական օսցիլյատորի ոչ գծայնությունը*	*Լազերային ճառագայթման հաճախության փոխարկում*
Պարամետրական գեներացիա	*Բյուրեղներ, կիսահաղորդիչներ, հերոտ գազեր, մետաղների գոլորշիներ*	*Ատոմական օսցիլյատորի ոչ գծայնությունը*	*Լազերային ճառագայթման հաճախության սահուն վերալարում: ԻԿ, ՈՒՄ և ռենտգենյան տիրույթներում կոհերենտ ճառագայթման գեներացիա, ԻԿ պատկերների վիզուալիզացիա*
Լույսի ինքնազդեցություն	*Հեղուկներ, գազեր, հեղուկ բյուրեղներ, օպտիկական ալիքատարներ*	*Ատոմական օսցիլյատորի ոչ գծայնությունը, լույսի ցրումը միջավայրում առկա տարբեր տիպի տատանումների վրա, լուսային ալիքի կողմից ազիզոտրոպ մոլեկուլների կողմնորոշում, էլեկտրաստրիկցիա, միջավայրի տաքացում*	*Լազերային իմպուլսների ինքնամոդուլյացիա, ֆեմտովայրկյանային իմպուլսների գեներացիա, բիստաբիլ օպտիկական տարրեր, օպտիկական տրանզիստորներ, նեյրոնային ցանցերի մոդելավորում*
Լույսի ստիպողական ցրումներ	*Հեղուկներ, գազեր, հեղուկ բյուրեղներ, օպտիկական ալիքատարներ*	*Ատոմական օսցիլյատորի ոչ գծայնությունը, լույսի ցրումը միջավայրում առկա տարբեր տիպի տատանումների վրա*	*Լազերային ճառագայթման հաճախության փոխարկում, լազերային իմպուլսների կոմպրեսիա, ալիքային ճակատի շրջում և կորեկցիա, ոչ գծային սպեկտրոսկոպիա*

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Peter E. Powers Joseph W. Haus. Fundamentals of Nonlinear Optics. by Taylor & Francis Group, LLC. 2017
2. Chunfei Li. Nonlinear Optics Principles and Applications. Shanghai Jiao Tong University Press, Shanghai and Springer Nature Singapore Pte Ltd. 2017
3. R. W. Boyd. Nonlinear optics. Academic press. N. Y. 2008.
4. Г. Дмитриев, А. В. Тарасов. Прикладная нелинейная оптика. М.: Физматлит. 2004.
5. М. Б. Виноградова, О. В. Руденко, А. П. Сухоруков. Теория волн. М: Наука, 1990.
6. А. Ярив, П. Юх. Оптические волны в кристаллах, М.: Мир, 1987.
7. С. Келих. Молекулярная нелинейная оптика. М.: Наука, 1981.
8. М. Шуберт, Б. Вильгельми. Введение в нелинейную оптику. М. Мир. 1973.

ԼՐԱՑՈՒՑԻՉ

1. E. Esmailzadeh, D. Younesian, H. Askari. Analytical Methods in Nonlinear Oscillations Approaches and Applications, Springer. Netherlands. 2019
2. K. Rottwitt, P. T. Tidemand-Likhtenberg. Nonlinear Optics. Principles and applications. CRC Press. Taylor and Francis Group. 2015.
3. G. S. He. Nonlinear Optics and Photonics.Oxford University. 2015.
4. Y. Murti. C. Vijayan. Essentials of Nonlinear Optics. Ave Books Pvt. Ltd. 2014.
5. G. News. Introduction to nonlinear optics. Printed in the United Kingdom at the UniversityPress, Cambridge, 2011.
6. A. Yariv, P. Yeh. Photonics. Modern electronics in modern communications. Oxford UniversityPress, 2007.

7. И. Р. Шен. Принципы нелинейной оптики. М.: Мир, 1989.
8. Н. И. Коротеев, И. Л. Шумай. Физика мощного лазерного излучения. М. Наука. 1991.
9. Ф. Цернике, Дж. Мидвинтер. Прикладная нелинейная оптика. М.: Мир, 1976.
10. С. А. Ахманов, Р. В. Хохлов. Проблемы Нелинейной оптики. М. Изд-во АН СССР, 1965.
11. Н. Бломберген. Нелинейная оптика. М; Мир, 1966.

ՀԱՎԵԼՎԱԾ 1. ՖՈՒՐՅԵ ՁԵՎԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

Բացի տատանումների ու ալիքների ժամանակային բնութագրերից, հաճախ հարմար է օգտագործել ալտերնատիվ՝ սպեկտրային մեթոդը: Այժմ համառոտ անդրադառնանք այդ մեթոդին, որի հիմքում է Ֆուրյեի շարքերի ու ինտեգրալների մաթեմատիկական տեսությունն է: Սպեկտրային նկարագրման հիմնական գաղափարը՝ կամայական ժամանակային ֆունկցիան (օրինակ, լուսային ալիքի էլեկտրական դաշտի $\vec{E}$ լարվածությունը), տարբեր հաճախության ներդաշնակ ֆունկցիաների գումարի (կամ ինտեգրալի) տեսքով ներկայացնելն է՝

$$E(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos \omega_n t + b_n \sin \omega_n t) : \qquad (Հ1.1)$$

Հաճախությունների ω_n և լայնույթների a_n, b_n համախումբը կազմում են $E(t)$ պրոցեսի սպեկտրը: Եթե հայտնի է սպեկտրը, ապա (Հ1.1) բանաձևով կարելի է վերականգնել պրոցեսի ընթացքը: Այդ պատճառով պրոցեսների նկարագրման երկու եղանակներն էլ (ժամանակային կամ սպեկտրային) համարժեք են: Սակայն դրանք խիստ տարբերվում են ինֆորմացիայի գրանցման առումով: Մասնավորապես, հնարավոր է դեպք, երբ բարդ ժամանակային ֆունկցիային համապատասխանի պարզ սպեկտր կամ ընդհակառակը:

Սպեկտրային վերլուծությունը ոչ միայն մաթեմատիկական հարմար գործողություն է, այլ հաճախ նաև դրսևորվում է որպես իրական ֆիզիկական երևույթ: Նմանատիպ դասական օրինակ է Նյուտոնի փորձը, որի ժամանակ ապակե պրիզման Արեգակի սպիտակ լույսը տրոհում է յոթ հիմնական գույների՝ կարմրի, նարնջագույնի, դեղինի, կանաչի, երկնագույնի, կապույտի, մանուշակագույնի: Նման սպեկտրալ վերլուծություն իրականացնող սարքերը շատ վաղուց լայնորեն օգտագործվում են փորձարարական օպտիկայում և այլ բնագավառներում:

Օգտվելով հայտնի եռանկյունաչափական բանաձևերից՝ (Հ1.1)-ը կարելի է ներկայացնել ավելի հարմար, կոմպլեքս տեսքով

$$E(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}E_n e^{-i\omega_n t},\ \ E_n=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}E(t)e^{i\omega_n t}dt: \qquad (Հ1.2)$$

Այստեղ T-ն պարբերությունն է, եթե $E(t)$ ֆունկցիան պարբերական է: Քանի որ $E(t)$ ֆունկցիան, որպես ֆիզիկական մեծություն իրական է, ապա անհրաժեշտ է, որ $E_{-n}=E_n^*$: Իսկ հաճախության համար ունենք $\omega_{-n}=-\omega_n$: (Հ1.2)-ի առաջին արտահայտության մոդուլի քառակուսին միջինացնելով՝ կստանանք զերո բոլոր այն արտադրիչների համար, որոնք ստացվում են երկու տարբեր հաճախություններով անդամներից: Արդյունքում կմնան միայն $E_nE_{-n}=|E_n|^2$ տեսքի արտադրիչները: Այսպիսով՝ դաշտի միջին քառակուսայինը (լուսային ալիքի դեպքում միջին ինտենսիվությունը) կարելի է ներկայացնել որպես մոնոքրոմատիկ բաղադրիչների ինտենսիվությունների գումար՝

$$\overline{E^2}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}|E_n|^2=2\sum_{n=1}^{\infty}|E_n|^2: \qquad (Հ1.3)$$

Այստեղ հաշվի է առնված, որ $E(t)$ ֆունկցիայի միջինը, ըստ պարբերության, հավասար է զրոյի, այնպես, որ $\overline{E}=0$.

Եթե տարբեր հաճախությունները կազմում են անընդհատ սպեկտր, ապա ցանկացած վերջավոր ինտեգրելի և $t=\pm\infty$ դեպքում զերոյի ձգտող ֆունկցիայի համար կարելի է գրել հետևյալ ինտեգրալը՝

$$E(t)=\int_{-\infty}^{\infty}E_\omega e^{-i\omega t}\frac{d\omega}{2\pi},\ \ E_\omega=\int_{-\infty}^{\infty}E(t)e^{i\omega t}dt,\ \ E_{-\omega}=E_\omega^*: \qquad (Հ1.4)$$

Ինտեգրելով E^2-ն ըստ ամբողջ ժամանակի, արտահայտենք ալիքի լրիվ ինտենսիվությունը առանձին Ֆուրյե բաղադրիչների ինտենսիվություններով: Օգտվելով (Հ1.4)-ից՝ կստանանք՝

$$\int_{-\infty}^{\infty} E^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} \{E \int_{-\infty}^{\infty} E_\omega e^{-i\omega t} \frac{d\omega}{2\pi}\} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \{E_\omega \int_{-\infty}^{\infty} E e^{-i\omega t} dt\} \frac{d\omega}{2\pi} =$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} E_\omega E_{-\omega} \frac{d\omega}{2\pi} : \quad (Հ1.5)$$

Հաշվի առնելով $E_{-\omega} = E_\omega^*$ առնչությունը, կստանանք՝

$$\int_{-\infty}^{\infty} E^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |E_\omega|^2 \frac{d\omega}{2\pi} = 2\int_0^{\infty} |E_\omega|^2 \frac{d\omega}{2\pi} : \quad (Հ1.6)$$

Այսպիսով, ըստ դրական հաճախությունների, ոչ մոնոքրոմատիկ ալիքի լրիվ էներգիան արտահայտվում է նրա ***սպեկտրային խտության*** ինտեգրալով: Վերջինս բնութագրում է էներգիայի բաշխումն ըստ հաճախականությունների սպեկտրի: Նշենք, որ ֆիզիկայում «սպեկտր» տերմինին վերագրում են տարբեր իմաստներ: Հաճախ «սպեկտր» են անվանում հաճախությունների (դիսկրետ կամ անընդհատ) այն համախումբը, որը բնութագրում է ոչ մոնոքրոմատիկ լույսը: Երկրորդ դեպքում «սպեկտր» են անվանում $2|E_\omega|^2$ սպեկտրալ խտությամբ բնութագրվող նշված հաճախություններով ճառագայթման էներգիայի բաշխումը (սպեկտրային ինտենսիվությունը): Վերջապես երրորդ դեպքում, «սպեկտր» են անվանում ոչ մոնոքրոմատիկ ճառագայթումը նկարագրող մաթեմատիկական $E(t)$ ֆունկցիայի E_ω Ֆուրյե-պատկերը: Իհարկե, համաձայն (Հ1.4) բանաձևի, E_ω-ն ամբողջությամբ որոշում է $E(t)$ ֆունկցիան և ընդհակառակը: Նույնը կարելի է ասել ինտենսիվությունների համար: Իմանալով E^2 ինտենսիվությունը՝ համաձայն (Հ1.6) բանաձևի, կարելի է որոշել $|E_\omega|^2$ սպեկտրային ինտենսիվությունը և ընդհակառակը: Սակայն, իմանալով սպեկտրային ինտենսիվությունը կամ ուղղակի ինտենսիվությունը, հնարավոր չէ վերականգնել ո՛չ $E(t)$-ն և ո՛չ էլ E_ω-ն: Բանն այն է, որ էներգետիկ բնութագրերի մեջ այլևս բացակայում է ինֆորմացիան փուլի մասին: Այդ պատճառով, միայն ինտեն-

սիվությունն իմանալով, դաշտը վերականգնել հնարավոր չէ, անհրաժեշտ է իմանալ նաև փուլը:

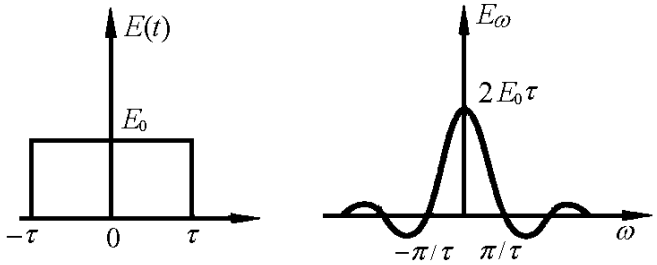
Որպես օրինակ անդրադառնանք ուղղանկյունաձև իմպուլսի սպեկտրին: Ներկայացնենք այն հետևյալ տեսքով՝

$$E(t)=\begin{cases}E_0, & |t|\le\tau\\ 0 & |t|>\tau\end{cases}: \qquad (Հ1.7)$$

Օգտվելով (Հ1.4) արտահայտությունից՝ ստանում ենք՝

$$E_\omega = 2E_0\tau\frac{\sin(\omega\tau)}{\omega\tau}: \qquad (Հ1.7ա)$$

Ուղղանկյունաձև իմպուլսի և նրա սպեկտրի տեսքը պատկերված են Նկ. Հ1.1.ում:



Նկ. Հ1.1. Ուղղանկյունաձև իմպուլսը և նրա սպեկտրը:

Կարելի է կապ գտնել իմպուլսի տևողության և նրա սպեկտրի լայնության միջև: Տվյալ դեպքի համար սպեկտրալ լայնությունը սահմանենք որպես հաճախային հեռավորություն երկու այն հաճախությունների միջև, որոնցում լայնույթներն առաջին անգամ դառնում են զրո ($|\omega\tau|=\pi$): Դժվար չէ համոզվել, որ $\Delta\omega=2\pi/\tau$: Այս առնչությունը իրավացի է ցանկացած տեսքի իմպուլսի համար: Հաճախ այն ներկայացվում է նաև $\Delta\nu\tau\approx1$ տեսքով: Մոտավոր հավասարության նշանը դրված է այն պարզ պատճառով, որ սպեկտրի լայնությունը (նաև իմպուլսի տևողությունը) տարբեր իմպուլսների դեպքում տարբեր կերպ են սահմանվում:

ՀԱՎԵԼՎԱԾ 2. ԱՆԱԼԻՏԻԿ ԱԶԴԱՆՇԱՆ

Անդրադառնանք ավելի մանրամասն ըստ դաշտի քառակուսային ոչ գծայնությանը: Վերլուծենք քառակուսային ոչ գծայնության $P_i^{(2)}(t)$ դեկարտյան բաղադրիչը Ֆուրյեի շարքի՝

$$P_i^{(2)}(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}e^{i\omega t}P_i^{(2)}(t)dt=$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}e^{i\omega t}dt\int_{-\infty}^{t}dt'\int_{-\infty}^{t'}\chi_{ijk}^{(2)}(t,t',t'')\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\omega'}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}E_j(\omega')E_k(\omega'')e^{-i(\omega't'+\omega''t'')}\frac{d\omega''}{2\pi}\right\}dt''=$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\omega'd\omega''}{(2\pi)^2}E_j(\omega')E_k(\omega'')\int_{-\infty}^{\infty}dt\int_{-\infty}^{t}dt'\int_{-\infty}^{t'}\chi_{ijk}^{(2)}(t,t',t'')e^{i(\omega t-\omega't'-\omega''t'')}dt''.$$

(Հ2.1)

Ինչպես և նախկինում, միջավայրը համարենք ստացիոնար: Այդ դեպքում կարելի է անցնել նոր փոփոխականների՝ $\tau'=t-t'$, $\tau''=t-t''$: Կստանանք՝

$$P_i^{(2)}(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\omega'd\omega''}{(2\pi)^2}E_j(\omega')E_k(\omega'')\int_{-\infty}^{\infty}dt\int_{0}^{\infty}d\tau'\int_{0}^{\infty}\chi_{ijk}^{(2)}(\tau',\tau'')e^{i(\omega'\tau'+\omega''\tau'')}e^{i(\omega-\omega'-\omega'')t}d\tau''=$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\omega'd\omega''}{2\pi}E_j(\omega')E_k(\omega'')\left\{\delta(\omega-\omega'-\omega'')\int_{0}^{\infty}d\tau'\int_{0}^{\infty}\chi_{ijk}^{(2)}(\tau',\tau'')e^{i(\omega'\tau'+\omega''\tau'')}d\tau''\right\}.$$

(Հ2.1ա)

Նկատենք, որ այս ձևափոխության ժամանակ օգտվել ենք հետևյալ առնչությունից՝

$$\int_{-\infty}^{\infty}e^{ikx}dk=\lim_{\alpha\to\infty}\int_{-\alpha}^{\alpha}e^{ikx}dk=\lim_{\alpha\to\infty}\frac{2}{x}\sin\alpha x=2\pi\delta(x).$$

$\delta(x)$-Դիրակի դելտա ֆունկցիան է: Համաձայն սահմանման՝

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega,\omega',\omega'')=\int_{0}^{\infty}d\tau'\int_{0}^{\infty}\chi_{ijk}^{(2)}(\tau',\tau'')e^{i(\omega'\tau'+\omega''\tau'')}d\tau''.\qquad(Հ2.1բ)$$

Վերջնականորեն քառակուսային ոչ գծայնության համար ստանում ենք

$$P_i^{(2)}(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty-\infty}^{\infty}\int\limits^{\infty}\delta(\omega-\omega'-\omega'')\chi_{ijk}^{(2)}(\omega',\omega'')E_j(\omega')E_k(\omega'')d\omega' d\omega'':$$

(Հ2.1գ)

Քանի որ $\vec{P}^{nl}$ ոչ գծային բևեռացումները, դաշտի $\vec{E}(t)$ լարվածությունը և $\chi^{(n)}$ ոչ գծային ընկալունակությունները իրական ֆունկցիաներ են, նրանց Ֆուրյե պատկերները պետք է ենթարկվեն որոշակի օրինաչափությունների: Այսպես օրինակ՝ $\vec{E}(t)$ դաշտի համար կարելի է գրել

$$\vec{E}(t)=\vec{E}^*(t):\qquad(Հ2.2ա)$$

Այջ և ձախ մասերում իրականացնենք Ֆուրյե ձևափոխություն, կստանանք՝

$$\vec{E}(t)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\vec{E}(\omega)e^{-i\omega t}d\omega=\vec{E}^*(t)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\vec{E}^*(\omega)e^{i\omega t}d\omega:\quad(Հ2.2բ)$$

Վերջին ինտեգրալում կատարելով փոփոխականի $\omega\to-\omega'$ փոխարինում, կստանանք

$$\vec{E}^*(t)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\vec{E}^*(-\omega')e^{-i\omega' t}d\omega':\qquad(Հ2.2գ)$$

Վերջին առնչությունը նշանակում է, որ դաշտի Ֆուրյե պատկերները պետք է ենթարկվեն հետևյալ առնչություններին՝

$$\vec{E}(\omega)=\vec{E}^*(-\omega)\text{ կամ }\vec{E}(-\omega)=\vec{E}^*(\omega):\qquad(Հ2.2դ)$$

Նման առնչությունները ճիշտ են ցանկացած իրական ֆիզիկական մեծության համար: Օգտվելով (Հ2.2դ)-ից՝ կարելի է ձևափոխել (Հ2.2բ) արտահայտությունն այնպես, որ ինտեգրումը կատարվի միայն դրական հաճախություններով: Այսպես՝

$$\vec{E}(t)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\vec{E}(\omega)e^{-i\omega t}d\omega=\frac{1}{4\pi}\int\limits_{0}^{\infty}2\vec{E}(\omega)e^{-i\omega t}d\omega+c.c.=$$

$$=\mathrm{Re}\frac{1}{2\pi}\int\limits_{0}^{\infty}2\vec{E}(\omega)e^{-i\omega t}d\omega=\mathrm{Re}\frac{1}{2\pi}\int\limits_{0}^{\infty}\vec{E}_{an}(\omega)e^{-i\omega t}d\omega:$$

Այստեղ ներմուծված $\vec{E}_{an}(\omega)$ անալիտիկ ազդանշանը սահմանվում է հետևյալ կերպ՝

$$\vec{E}_{an}=\begin{cases}2\vec{E}(\omega), \omega \geq 0\\ 0, \qquad \omega<0\end{cases} \quad : \qquad (Հ2.3)$$

Հետագայում կօգտվենք անալիտիկ ազդանշանից՝ բաց թողնելով «an» ինդեքսը՝

$$\vec{E}(t)=\frac{1}{4\pi}\int_0^\infty \vec{E}(\omega)e^{-i\omega t}d\omega+c.c.=\frac{1}{2\pi}\mathrm{Re}\int_{-\infty}^{\infty}\vec{E}(\omega)e^{-i\omega t}d\omega: \quad (Հ2.4ա)$$

Այսպես օրինակ՝ մոնոքրոմատիկ ալիքի դեպքում՝

$$\vec{E}(t)=\frac{1}{2}\vec{E}(\omega)e^{-i\omega t}+c.c.: \qquad (Հ2.4բ)$$

Դժվար չէ ապացուցել, որ Պոյնտինգի վեկտորի՝ ըստ ժամանակի միջինացված արժեքը հավասար կլինի անալիտիկ ազդանշանի մոդուլի քառակուսու կեսին, այնպես ինչպես հարմոնիկ ազդանշանի ամպլիտուդի դեպքում: Նկատենք հետևյալը՝ անալիտիկ ազդանշանի ներմուծումը կապ է հաստատում էլեկտրամագնիսական դաշտի դասական և քվանտային նկարագրությունների միջև, այսինքն՝ դասական նկարագրության դեպքում դաշտի սպեկտրի դրական հաճախականային տիրույթին, այսինքն՝ անալիտիկ ազդանշանին, համապատասխանում են քվանտային պատկերացման ծնման օպերատորները, իսկ Ֆուրյե սպեկտրի բացասական հաճախականային տիրույթին (այսինքն՝ անալիտիկ ազդանշանի կոմպլեքս համալուծին)՝ համապատասխան հաճախության ֆոտոնների ոչնչացման օպերատորները:

Ելնելով այս դատողություններից՝ ձևափոխենք (Հ2.1գ) արտահայտությունը: «Հին» Ֆուրյե պատկերների համար (“F” ինդեքսով) ունենինք

$$P_{iF}^{(2)}(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(\omega-\omega'-\omega'')\chi_{ijk}^{(2)}(\omega',\omega'')E_{jF}(\omega')E_{kF}(\omega'')d\omega' d\omega'':$$

Ինտեգրումը՝ ըստ ω',ω''-ի տրոհենք քառորդների՝

- $\omega',\omega''>0$,

- $\omega'<0, \omega''>0$,
- $\omega'<0, \omega''<0$,
- $\omega'>0, \omega''<0$:

Կատարելով փոփոխականների համապատասխան փոխարինումներ՝ $\omega' \to -\tilde{\omega}'$ երկրորդ քառորդում, $\omega' \to -\tilde{\omega}'$, $\omega'' \to -\tilde{\omega}''$ երրորդում և այլն, անցնելով անալիտիկ ազդանշանին, կստանանք

$$
\begin{aligned}
&P_{iF}^{(2)}(\omega) = \frac{1}{2} P_i^{(2)}(\omega) = \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\omega - \omega' - \omega'') \chi_{ijk}^{(2)}(\omega', \omega'') E_{jF}(\omega') E_{kF}(\omega'') d\omega' d\omega'' = \\
&+ \frac{1}{4} \int_0^{\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \int_0^{\infty} \delta(\omega - \omega' - \omega'') \chi_{ijk}^{(2)}(\omega', \omega'') E_j(\omega') E_k(\omega'') d\omega'' + \\
&+ \frac{1}{4} \int_0^{\infty} \frac{d\tilde{\omega}'}{2\pi} \int_0^{\infty} \delta(\omega + \tilde{\omega}' - \omega'') \chi_{ijk}^{(2)}(-\tilde{\omega}', \omega'') E_j^{\bullet}(\tilde{\omega}') E_k(\omega'') d\omega'' + \\
&+ \frac{1}{4} \int_0^{\infty} \frac{d\tilde{\omega}'}{2\pi} \int_0^{\infty} \delta(\omega + \tilde{\omega}' + \omega'') \chi_{ijk}^{(2)}(-\tilde{\omega}', -\tilde{\omega}'') E_j^{*}(\tilde{\omega}') E_k^{*}(\tilde{\omega}'') d\tilde{\omega}'' + \\
&+ \frac{1}{4} \int_0^{\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \int_0^{\infty} \delta(\omega - \omega' + \omega'') \chi_{ijk}^{(2)}(\omega', -\tilde{\omega}'') E_j(\omega') E_k^{*}(\tilde{\omega}'') d\tilde{\omega}'' = \\
&= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \int_0^{\infty} \delta(\omega - \omega' - \omega'') \chi_{ijk}^{(2)}(\omega', \omega'') E_j(\omega') E_k(\omega'') d\omega'' + \right. \\
&\left. + \frac{1}{4} \int_0^{\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \int_0^{\infty} \delta(\omega - \omega' + \omega'') \chi_{ijk}^{(2)}(\omega', -\tilde{\omega}'') E_j(\omega') E_k^{*}(\tilde{\omega}'') d\tilde{\omega}'' + c.c \right\}:
\end{aligned}
\tag{2.5}
$$

Այսպիսով՝ ω հաճախությամբ քառակուսային ոչ գծային ընկալունակության լայնութային արժեքի համար կստանանք

$$
\begin{aligned}
&P_i^{(2)}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} d\omega' \int_0^{\infty} \delta(\omega - \omega' - \omega'') \chi_{ijk}^{(2)}(\omega', \omega'') E_j(\omega') E_k(\omega'') d\omega'' + \\
&+ \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} d\omega' \int_0^{\infty} \delta(\omega - \omega' + \omega'') \chi_{ijk}^{(2)}(\omega', -\omega'') E_j(\omega') E_k^{\bullet}(\omega'') d\omega'':
\end{aligned}
\tag{2.5ա}
$$

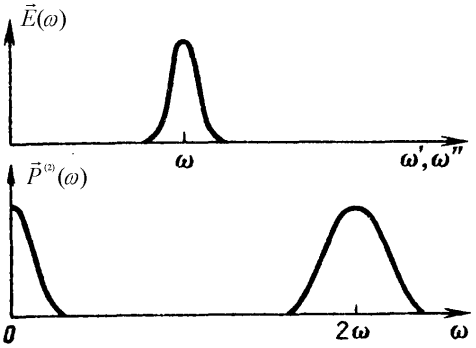
Հարմարության տեսանկյունից կատարենք հետևյալ վերաձևակումները՝

$$\begin{aligned}\chi^{(2)}_{ijk}(\omega;\omega_1,\omega_2) &= \delta(\omega-\omega_1-\omega_2)\chi^{(2)}_{ijk}(\omega_1,\omega_2)\\ \chi^{(2)}_{ijk}(\omega;\omega_1,-\omega_2) &= \delta(\omega-\omega_1+\omega_2)\chi^{(2)}_{ijk}(\omega_1,-\omega_2)\end{aligned}: \qquad (Հ2.6)$$

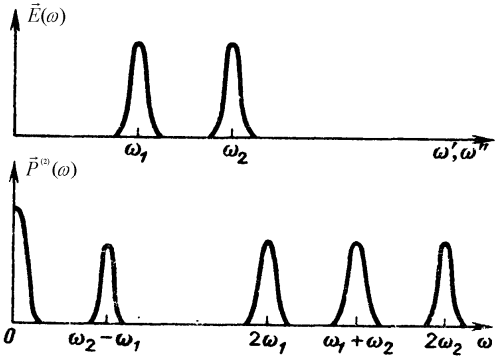
Նկատենք, որ (Հ2.6) ոչ գծային ընկալունակությունները նկարագրում են գումարային և տարբերությունային հաճախությունների գեներացիան: Օգտվելով այս նշանակումներից՝ վերջնականորեն կարող ենք գրել

$$P^{(2)}_i(\omega) = \int_0^\infty \frac{d\omega'}{2\pi}\int_0^\infty \left\{\begin{matrix}\chi^{(2)}_{ijk}(\omega;\omega',\omega'')E_j(\omega')E_k(\omega'')+\\ \chi^{(2)}_{ijk}(\omega;\omega',-\omega'')E_j(\omega')E^*_k(\omega'')\end{matrix}\right\}d\omega'': \qquad (Հ2.7)$$

Քննարկենք մասնավոր օրինակներ: Ենթադրենք դաշտը բաղկացած է մեկ մոնոքրոմատիկ բաղադրիչից՝ $\vec{E}(\omega') = \vec{E}(\omega'') = \vec{E}(\omega)$: Այդ դեպքում առաջացող երկու բաղադրիչներից մեկն ընկած է զրոյական հաճախության մերձակայքում (պայմանավորված է տարբերությունային հաճախության գեներացիայով), մյուսը՝ երկրորդ հարմոնիկին համապատասխանող հաճախության մերձակայքում (պայմանավորված է գումարային հաճախության գեներացիայով) (տես Նկ. Հ2.1):



Նկ. Հ2.1. Քառակուսային բևեռացման սպեկտրը, երբ լազերային դաշտն ունի մեկ մոնոքրոմատիկ բաղադրիչ:



Նկ. Հ2.2. Քառակուսային բևեռացման սպեկտրը, երբ լազերային դաշտն ունի երկու մոնոքրոմատիկ բաղադրիչ:

Նկ. Հ2. 2-ում պատկերված են քառակուսային ոչ գծային միջավայրում առաջացող քառակուսային ոչ գծային բևեռացման բոլոր բաղադրիչները, երբ միջավայրի վրա ընկնող լազերային դաշտը բաղկացած է երկու մոնոքրոմատիկ բաղադրիչներից:

Կանգ առնենք ևս մի նրբերանգի վրա: Ենթադրենք դաշտն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\vec{E}(\vec{r},t)=\frac{1}{2}\sum_{\alpha=1}^{2}\vec{E}_\alpha(\omega_\alpha)e^{i(\vec{k}_\alpha\vec{r}-\omega_\alpha t)}+c.c.: \qquad (Հ2.8)$$

Տեղադրենք այս արտահայտությունը (Հ2.7)-ի մեջ և դուրս գրենք առանձին–առանձին հաճախականային բոլոր բաղադրիչները՝

$$\vec{P}^{(2)}(2\omega_1)=\chi^{(2)}(2\omega_1;\omega_1,\omega_1)\vec{E}(\omega_1)\vec{E}(\omega_1), \qquad (Հ2.9 ա)$$

$$\vec{P}^{(2)}(2\omega_2)=\chi^{(2)}(2\omega_2;\omega_2,\omega_2)\vec{E}(\omega_2)\vec{E}(\omega_2), \qquad (Հ2.9 բ)$$

$$\vec{P}^{(2)}(\omega_1+\omega_2)=2\chi^{(2)}(\omega_1+\omega_2;\omega_1,\omega_2)\vec{E}(\omega_1)\vec{E}(\omega_2), \qquad (Հ2.9 գ)$$

$$\vec{P}^{(2)}(\omega_1-\omega_2)=2\chi^{(2)}(\omega_1-\omega_2;\omega_1,-\omega_2)\vec{E}(\omega_1)\vec{E}^*(\omega_2), \qquad (Հ2.9 դ)$$

$$\vec{P}^{(2)}(\omega_1-\omega_1)=\chi^{(2)}(\omega_1-\omega_1;\omega_1,-\omega_1)\vec{E}(\omega_1)\vec{E}^*(\omega_1), \qquad (Հ2.9 ե)$$

$$\vec{P}^{(2)}(\omega_2-\omega_2)=\chi^{(2)}(\omega_2-\omega_2;\omega_2,-\omega_2)\vec{E}(\omega_2)\vec{E}^*(\omega_2): \qquad (Հ2.9 զ)$$

Դժվար չէ հասկանալ (Հ2.9գ,դ) արտահայտություններում առաջացող 2 գործակցի դերը: Դա պայմանավորված է այն հանգամանքով, որ (Հ2.7)-ում $\omega_1 \pm \omega_2$ հաճախականային կոմբինացիան կարող է առաջանալ երկու հնարավոր տարբերակով, իսկ մնացածները՝ մեկ: Ոչ գծային օպտիկայում ընդունված է հետևյալ նշանակումը՝

$$\vec{P}^{(2)}(\omega) = D\hat{\chi}^{(2)}(\omega;\omega_1,\omega_2)\vec{E}(\omega_1)\vec{E}(\omega_2): \qquad (Հ2.10)$$

Այլասերման D գործակիցը՝ $D=2$, երբ $\omega_1 \neq \omega_2$ և $D=1$, եր $\omega_1 = \omega_2$:

Խորանարդային ոչ գծայնության դեպքում համանման ձևով կարելի է գրել

$$\vec{P}^{(3)}(\omega) = D\hat{\chi}^{(3)}(\omega;\omega_1,\omega_2,\omega_3)\vec{E}(\omega_1)\vec{E}(\omega_2)\vec{E}(\omega_3): \quad (Հ2.11)$$

Այստեղ

$$D = 3! = 6, \text{ երբ } \omega_1 \neq \omega_2 \neq \omega_3,$$

$$D = 3, \text{ երբ } \omega_1 = \omega_2 \neq \omega_3,$$

$$D = 1, \text{ երբ } \omega_1 = \omega_2 = \omega_3:$$

ՀԱՎԵԼՎԱԾ 3. ԼՈՒՅՍԻ ԲԵՎԵՌԱՑՄԱՆ ՆԿԱՐԱԳՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

Դիցուք հարթ մոնոքրոմատիկ էլեկտրամագնիսական ալիքը տարածվում է z ուղղությամբ: Այդ դեպքում նրա $\vec{E}$ վեկտորն ընդհանուր դեպքում պետք է ունենա x և y բաղադրիչներ: Ենթադրենք, նրանք տատանվում են կամայական E_{0x}, E_{0y} լայնույթներով և δ_x, δ_y փուլերով՝

$$E_x = \mathrm{Re}\, a_1 \exp[i(\tau + \delta_x)],\ E_y = \mathrm{Re}\, a_2 \exp[i(\tau + \delta_y)],$$
$$E_z = 0,\ \tau = kz - \omega t,\ \ k = \frac{\omega}{c} n: \qquad (Հ3.1)$$

Որպեսզի պարզենք, թե տարածության ֆիքսված կետում էլեկտրական կամ մագնիսական դաշտերի լարվածությունների վեկտորների ծայրակետերը ինչ պատկեր են գծում ժամանակի ընթացքում, պետք է (Հ3.1)-ի առաջին երկու արտահայտություններից արտաքսենք τ -ն: Այդ նպատակով գրենք դրանք հետևյալ տեսքով՝

$$\left.\begin{aligned} \frac{E_x}{a_1} &= \cos\tau\cos\delta_x - \sin\tau\sin\delta_x \\ \frac{E_y}{a_2} &= \cos\tau\cos\delta_y - \sin\tau\sin\delta_y \end{aligned}\right\}:$$

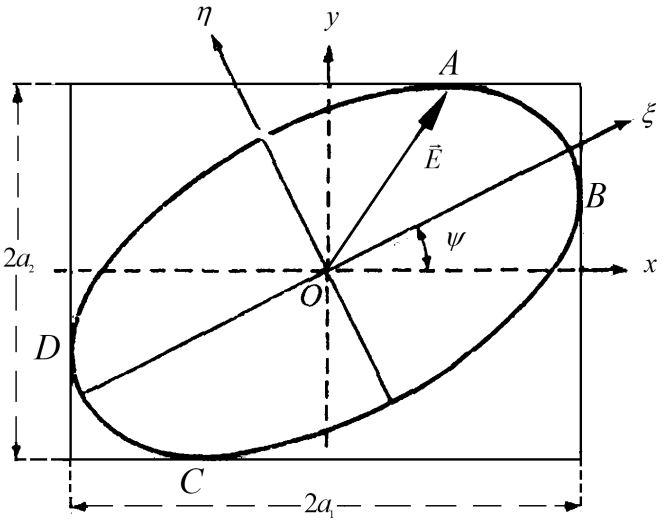
Այստեղից կարելի է ստանալ միջանկյալ հավասարումների նոր համակարգ՝

$$\left.\begin{aligned} \frac{E_x}{a_1}\sin\delta_y - \frac{E_y}{a_2}\sin\delta_x &= \cos\tau\sin(\delta_y - \delta_x) \\ \frac{E_x}{a_1}\cos\delta_y - \frac{E_y}{a_2}\cos\delta_x &= \sin\tau\, sin(\delta_y - \delta_x) \end{aligned}\right\}:$$

Այս երկու հավասարումները քառակուսի բարձրացնելով և գումարելով կստանանք՝

$$\left(\frac{E_x}{a_1}\right)^2+\left(\frac{E_y}{a_2}\right)^2-2\frac{E_x}{a_1}\frac{E_y}{a_2}\cos\delta=\sin^2\delta, \qquad (Ճ3.1ա)$$

որտեղ $\delta=\delta_y-\delta_x$: Ընդհանուր դեպքում սա էլիպսի հավասարում է: δ մեծության որոշակի արժեքների դեպքում այն կարող է վերածվել ուղիղ գծի կամ շրջանի հավասարման: Ըստ այդմ, կարելի է տարբերակել բևեռացված լույսի հետևյալ տեսակները՝ գծային, շրջանային (աջ և ձախ) և էլիպսական (աջ և ձախ): (Ճ3.1) էլիպսական բևեռացումը պատկերված է Նկ. Ճ3.1-ում: Այդ էլիպսը ներգծված է x և y առանցքներին զուգահեռ, $2a_1$ և $2a_2$ երկարությամբ կողմերով ուղղանկյանը: Էլիպսը շոշափում է այդ ուղղանկյունը $A(a_1\cos\delta,a_2)$, $B(a_1,a_2\cos\delta)$, $C(-a_1\cos\delta,-a_2)$ և $D(-a_1,-a_2\cos\delta)$ կետերում: Եթե էլիպսի մեծ կիսառանցքը x-երի



Նկ. Ճ 3.1. Էլիպսական բևեռացումը նկարագրող պարամետրերը:

առանցքի նկատմամբ պտտված է $\psi(0\le\psi<\pi)$ անկյամբ, ապա էլիպսական բևեռացումը կարելի է նկարագրել նաև սեփական կոոր-

դիմատական ξ,η համակարգում: Նշանակենք էլիպսի մեծ և փոքր կիսառանցքները համապատասխանաբար a և $b\,(a>b)$: Այդ դեպքում՝

$$E_\xi = \mathrm{Re}\, a\,\mathrm{e}^{i\tau},\ E_y = \mathrm{Re}\, b\,\mathrm{e}^{i\tau}: \qquad (Հ3.2)$$

Կապը (E_x, E_y) և (E_ξ, E_η) բաղադրիչների միջև ներկայացվում է հետևյալ տեսքով՝

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi \\ -\sin\psi & \cos\psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_\xi \\ E_\eta \end{pmatrix}: \qquad (Հ3.3)$$

Ոչ բարդ, սակայն երկար ձևափոխություններից հետո կարելի է գտնել կապը այս երկու համակարգերում լույսի բևեռացումը նկարագրող պարամետրերի միջև՝

$$tg(2\psi) = tg(2\alpha)\cdot\cos\delta, \qquad (Հ3.4ա)$$

$$\sin(2\kappa) = \sin(2\alpha)\cdot\sin\delta, \qquad (Հ3.4բ)$$

$$a^2 + b^2 = a_1^2 + a_2^2: \qquad (Հ3.4գ)$$

Այստեղ համառոտության համար ներմուծվել են հետևյալ երկու լրացուցիչ անկյունները՝

$$tg\alpha = \frac{a_2}{a_1};(0 \le \alpha \le \frac{\pi}{2}), \qquad (Հ3.5ա)$$

$$tg\kappa = \pm\frac{b}{a};\left(-\frac{\pi}{4} \le \kappa \le \frac{\pi}{4}\right): \qquad (Հ3.5բ)$$

Մի շարք դեպքերում նպատակահարմար է բևեռացումը նկարագրել

$$\varepsilon = \frac{E_y}{E_x} = \mathrm{Re}\,\varepsilon + i\,\mathrm{Im}\,\varepsilon \qquad (Հ3.6)$$

կոմպլեքս պարամետրի միջոցով: Նկատենք, որ

$$\mathrm{Re}\,\varepsilon = tg\alpha\cdot\cos\delta;\ \mathrm{Im}\,\varepsilon = tg\alpha\cdot\sin\delta: \qquad (Հ3.7)$$

Այս երկու առնչության օգնությամբ հեշտությամբ ստանում ենք

$$tg\delta = \frac{\mathrm{Im}\,\varepsilon}{\mathrm{Re}\,\varepsilon};\ tg\alpha = |\varepsilon|: \qquad (Հ3.8)$$

Միավորելով (Հ3.4ա) և (Հ3.8) արտահայտությունները՝ ստանում ենք

$$tg\,2\psi = \frac{2\,\mathrm{Re}\,\varepsilon}{1-|\varepsilon|^2}; \qquad \sin 2\kappa = \frac{2\,\mathrm{Im}\,\varepsilon}{1+|\varepsilon|^2}: \tag{Հ3.9}$$

Ընդունելով, որ $|\varepsilon| << 1$ և արհամարհելով այն (Հ3.9)-ում, ստանում ենք

$$\psi \sim \mathrm{Re}\,\varepsilon; \quad \kappa \sim \mathrm{Im}\,\varepsilon: \tag{Հ3.10}$$

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

ԼԵՎՈՆ ՍՈՒՐԵՆԻ ԱՍԼԱՆՅԱՆ

ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՕՊՏԻԿԱՅԻ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ

Համակարգչային ձևավորումը՝ Կ. Չալաբյանի
Կազմի ձևավորումը՝ Կ. Չալաբյանի
Հրատ. սրբագրումը՝ Լ. Հովհաննիսյանի

Տպագրված է «Քոփի փրինթ» ՍՊԸ-ում:
ք. Երևան, Խորենացի 4-րդ նրբ., 69 տուն

Ստորագրված է տպագրության՝ 22.04.2019:
Չափսը՝ 60x84 $^{1}/_{16}$: Տպ. մամուլը՝ 13.625:
Տպաքանակը՝ 100:

ԵՊՀ հրատարակչություն
ք. Երևան, 0025, Ալեք Մանուկյան 1
www.publishing.am

ՀՊՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ
ԵՐԵՎԱՆ 2019
publishing.ysu.am