20 կոպ.

Է. Դ. ԳԱԶԱԶՅԱՆ

ԱՆՏԵՆԱՅԻՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ԱՆԱԼԻԶԸ ԵՎ ՍԻՆԹԵԶԸ

Ուսումնաօժանդակ ձեռնարկ

ԵՐԵՎԱՆ

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

Ալիքային պրոցեսների տեսության և
Ֆիզիկայի ամբիոն

Է. Դ. ԳԱԶԱԶՅԱՆ

ԱՆՏԵՆԱՅԻՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ԱՆԱԼԻԶԸ ԵՎ ՍԻՆԹԵԶԸ

/անտենաների պարամետրերի հաշվարկի
և չափման տեսության հարցեր/

Ուսումնաօժանդակ ձեռնարկ

ԵՐԵՎԱՆԻ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ - 1 9 8 3

Գրախոս՝ ֆիզ.մաթ.գիտ.դոկտոր Ռ.Մ.ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ

Ձեռնարկում քննարկվում են անտենաների պարամետրերի հաշվարկի և չափման ժամանակակից տեսության հարցերը։Նախատեսվում է ռադիոֆիզիկայի ֆակուլտետի բարձր կուրսերի ուսանողների համար։

Газазян Эдмонд Давидович

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ АНТЕННЫХ СИСТЕМ

Учебно-вспомогательное пособие

(На армянском языке)

Издательство Ереванского университета

Ереван - 1983.

I

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Դիֆրակցիայի մաթեմատիկական տեսության խնդիրները պատկանում են մաթեմատիկական ֆիզիկայի առավել դժվար խնդիրների դասին, և շատ հազվադեպ է հաջողվում լուծել սրանք մաթեմատիկական ամենայն խստությամբ Առաջինը այդպիսի խնդիր ,այն է՝ կիսաանվերջ, հաղորդիչ հարթ էկրանի եզրին հարթ ալիքի դիֆրակցիայի խնդիրը լուծեց Զոմերֆելդը 1896թ. ։ Այս աշխատանքով նա հիմք դրեց դիֆրակցիայի ժամանակակից մաթեմատիկական տեսությանը։Մինչ այժմ մաթեմատիկական խիստ լուծումներ ունեն դիֆրակցիայի միայն մի քանի խնդիրներ։Դրանք են՝ դիֆրակցիան զուգահեռ հարթությունների շրջանային անվերջ գլանի, պարաբոլային գլանի, պարաբոլոիդի /Ֆոկ/, գնդի /Մի/ վրա, ճառագայթումը հարթ և շրջանային կիսաանվերջ՝ ալիքատարների բացվածքից /Վայնշտեյն/։

Ներկա դասընթացը անվանվում է անտենաների պարամետրերի հաշվարկի և չափման տեսության հարցեր։Անտենայի բացվածքի ճառագայթումը ալիքների դիֆրակցիա է /էլեկտրամագնիսական ալիքների, եթե խոսքը գնում է լույսի կամ ռադիոալիքների մասին/ այդ բացվածքի եզրերին։Լուծել նման խնդիր, նշանակում է սպառիչ պատասխան տալ անտենայի ճառագայթման դաշտի նրա ուղղորդվածության վերաբերյալ և այլն։Բայց, ինչպես վերը նշվեց, խիստ սահմանափակ թվով դիֆրակցիոն խնդիրներ ունեն ճշգրիտ լուծումներ։ Անտենաներին վերաբերող խնդիրները պատկանում են, թերևս, ամենաբարդ խնդիրների շարքին, որոնք մաթեմատիկական իմաստով բացարձակ ճշգրտությամբ լուծելը գրեթե անհնար է։Այդպիսով, հատուկ նշանակություն են ստանում այն մեթոդները, որոնք հիմնվելով երևույթի ֆիզիկական կողմի վրա, հնարավորություն են ընձեռում ստանալ բավարար ճշտության մոտավոր լուծումներ. ընդ որում, այդ լուծումները հաճախ գերադասելի են թե իրենց ֆիզիկական ակներևությամբ, և թե հաշվարկային տեսակետից։Հասկանալի է, հետևաբար,որ մոտարկային մեթոդները ներկայումս մեծ դեր են խաղում դիֆրակցիայի տեսության և անտենաների ֆիզիկայի հարցերում։

Ինչպես ասվեց, մոտարկային մեթոդները հիմնվում են երևույթների ֆիզիկական էության վրա։Հենց այս ձևով ստեղծվեց դիֆրակցիայի Կիրխհոֆի մոտավոր տեսությունը։Այն ելնում է Հյույգենս-Ֆրենելի սկզբունքից և հաճախ անվանվում է Հյույգենս-Կիրխհոֆի մեթոդ։Ըստ երևույթին,սա դիֆրակցիայի մոտարկային տեսություններից ամենաառաջինն է։Անտենաների ֆիզիկայում այն գտնել է գործնական լայն կիրառություն։

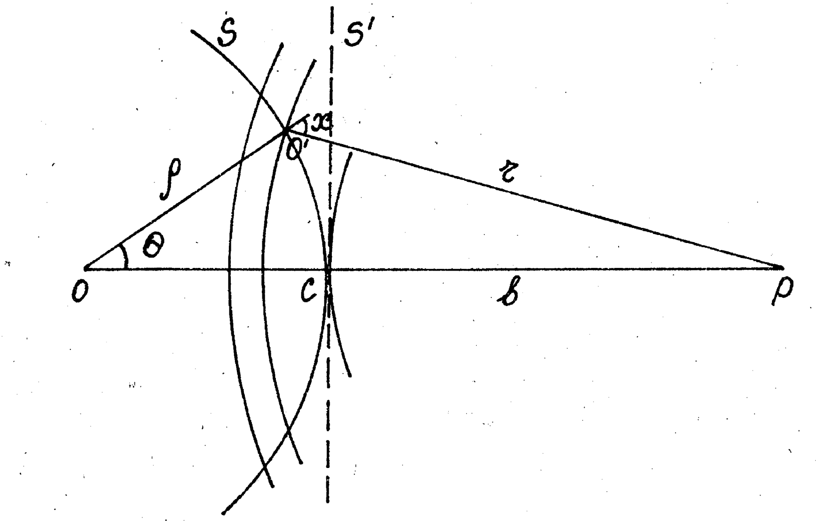
Ներկայացվող դասընթացը բաղկացած է երեք, միմյանց սերտորեն շաղկապված բաժիններից և տրոհված է տասնհինգ ենթաբաժինների: Առաջին ութ ենթաբաժինները նվիրված են դիֆրակցիայի Կիրխհոֆի տեսությանը, նրա մանրամասն քննարկմանը սկալյար և էլեկտրամագնիսական ալիքների դեպքերում: Այս մասում նշվում են նաև այդ տեսության հակասական կողմերը, թերությունները և սրանց հետևանքով ծագող դժվարությունների հաղթահարման ուղիները: Երկու ենթաբաժին նվիրված է անտենաների դաշտերը բնորոշող պարամետրերի ձևակերպման հարցերին: Մնացած հինգ ենթաբաժիններում քննարկվում են անտենաների պարամետրերի չափման տեսության ժամանակակից պրոբլեմները:

<u>Հյույգենս-Ֆրենելի սկզբունքը:</u> Ըստ Հյույգենսի, ալիքային ճակատի ցանկացած կետ կարող է դիտվել որպես երկրորդային գրգռման կենտրոն, որն առաքում է տարրական գնդային ալիք, ընդ որում՝ ալիքային ճակատը ժամանակի ցանկացած ավելի ուշ պահին այդ երկրորդային ալիքների ճակատների պարուրիչն է: Ֆրենելը այս վարկածը լրացրեց ենթադրությամբ, որ հիշյալ երկրորդային ալիքների միջև տեղի ունի ինտերֆերենց: Հյույգենսի վարկածի և Ֆրենելի ինտերֆերենցի սկզբունքի համադրումը անվանվում է Հյույգենս-Ֆրենելի սկզբունք:

Քննարկենք այժմ այն հարցը, թե արդյոք այս սկզբունքը ճիշտ է նկարագրում այնպիսի մի հավասարի երևույթ, ինչպիսին է լույսի ուղղագիծ տարածումը վակուումում:

Նկ.1-ում պատկերված է Հյույգենսի վարկածը պարզաբանող մի օրինակ: O կետում տեղադրված է կետային աղբյուր, որը $t = \rho/c$ պահին ստեղծել է ρ շառավղով գնդային ճակատով S ալիք: Հենց սկզբից նշենք, որ կառուցումը կարելի է կատարել ցանկացած ուրիշ մակերևույթի ձևով /օրինակ, S հարթության/. դա էական չէ, սակայն, ինչպես կտեսնենք, հարմար է հաշվարկային տեսակետից:

Ըստ Հյույգենսի վարկածի, S մակերևույթի O′ կետում O-ում գտնվող կետային աղբյուրը ստեղծել է $A\frac{e^{ik\rho}}{\rho}$ ամպլիտուդով երկրորդային տարրական աղբյուր / ժամանակային կախումը $e^{-i\omega t}$ տեսքի է. այն ամեն տեղ և հետագայում, պարզության համար, բաց կթողնենք, քանի որ միշտ գործ կունենանք մոնոքրոմատիկ ալիքների հետ/: Այս երկրորդային աղբյուրը P կետում կստեղծի դաշտ՝



Նկ.1

$$K(\chi)A\frac{e^{ik\rho}}{\rho}\frac{e^{ikr}}{r} \qquad /1.1/$$

ամպլիտուդով: /1.1/ -ում $K(\chi)$ գործակիցը նկարագրում է երկրորդային ալիքի կախումը մի χ անկյունից, որն իր հերթին կանվանվի դիֆրակցիայի անկյուն: Ըստ Ֆրենելի վարկածի, $K(0) = K_{max}$, այն արագորեն փոքրանում է այդ անկյան մեծացմանը զուգընթաց, և $K(\frac{\pi}{2}) = 0$:

Դաշտի լրիվ արժեքը P կետում որոշելու համար պետք է վերադրել բոլոր հնարավոր տարրական ալիքների ազդեցությունները, այսինքն՝ ինտեգրել ըստ S գնդային մակերևույթի՝

$$U(P) = A\frac{e^{ik\rho}}{\rho}\int K(\chi)\frac{e^{ikr}}{r}\,dS \qquad /1.2/$$

Այս ինտեգրալը հարմար է հաշվել օգտվելով նկ.1-ում տրված կառուցումից և մտցնելով Ֆրենելի գոտիների հասկացությունը: Ընտրենք P կետը որպես կենտրոն և կառուցենք S գունդը հատող գնդային մակերևույթներ, որոնց շառավիղները հավասար են, համապատասխանորեն՝

$$b, \quad b+\frac{\lambda}{2}, \quad b+2\frac{\lambda}{2}, \quad \dots, \quad b+n\frac{\lambda}{2}$$

Երբ $\lambda \ll b$, ապա նման ձևով ստացված Ֆրենելի ցանկացած գոտու համար $K(\chi)$ -ն մոտավորապես հաստատուն մեծություն է, և, ենթադրենք, j -րդ գոտում հավասար է K_j -ի:

Նկ.1-ից կարելի է գրել՝

$$r^2 = \rho^2 + (\rho + b)^2 - 2\rho(\rho + b)\cos\theta,$$

$$r\,dr = \rho(\rho + b)\sin\theta\, d\theta$$

և

$$\sin\theta\, d\theta = \frac{r\,dr}{\rho(\rho + b)}$$

Հետևաբար՝

$$dS = \rho^2 \sin\theta\, d\theta = \frac{\rho r}{\rho + b}\, dr\, d\varphi$$

և /1.2/-ում j-րդ գոտու ներդրումը կլինի՝

$$U_j(P) = 2\pi A \frac{e^{ik\rho}}{\rho} K_j \int\limits_{b+\frac{(j-1)\lambda}{2}}^{b+\frac{j\lambda}{2}} \frac{e^{ikr}}{r} \cdot \frac{\rho r}{\rho + b}\, dr =$$

$$= \frac{2\pi}{ik} A \frac{e^{ik(\rho+b)}}{\rho + b} K_j e^{\frac{ikj\lambda}{2}} \left(1 - e^{-\frac{ikj\lambda}{2}}\right) =$$

$$= 2i\lambda (-1)^{j+1} A K_j \frac{e^{ik(\rho+b)}}{\rho + b}$$

/1.3/

/1.3/-ից երևում է, որ Ֆրենելի հաջորդական գոտիների նշանները միմյանց հակառակ են: Գումարելով բոլոր գոտիների ներդրումները P կետում, կստանանք՝

$$U(P) = 2i\lambda A \frac{e^{ik(\rho+b)}}{\rho + b} \sum_{j=1}^{n} (-1)^{j+1} K_j =$$

$$= 2i\lambda A \frac{e^{ik(\rho+b)}}{\rho + b} \left[K_1 - K_2 + K_3 - \cdots (-1)^{n+1} K_n\right].$$

/1.4/

Միջին փակագծերի արտահայտությունը ներկայացնենք հետևյալ տեսքով՝

$$\frac{K_1}{2} + \left(\frac{K_1}{2} - K_2 + \frac{K_3}{2}\right) + \left(\frac{K_3}{2} - K_4 + \frac{K_5}{2}\right) + \cdots$$

/1.4ա/

Կախված այն բանից, գոտիների լրիվ թիվը /n-ը/ զույգ է, թե կենտ, գրված արտահայտության վերջին անդամը կլինի՝

$$\frac{K_n}{2}, \quad \text{երբ } n\text{-ը կենտ է},$$

$$\frac{K_{n-1}}{2} - K_n, \quad \text{երբ } n\text{-ը զույգ է:}$$

Ենթադրենք՝

$$K_j > \frac{K_{j-1} + K_{j+1}}{2}$$

/1.5/

Այս դեպքում՝

$$\sum < \frac{K_1 + K_n}{2}, \quad \text{երբ } n\text{-ը կենտ է}$$

և

$$\sum < \frac{K_1 + K_{n-1}}{2} - K_n, \quad \text{երբ } n\text{-ը զույգ է},$$

/1.6/

քանի որ փոքր փակագծերի միջի արտահայտությունները ընդունում են միայն բացասական արժեքներ:

Այժմ ներկայացնենք /1.4,ա/ արտահայտությունը հետևյալ տեսքով՝

$$K_1 - \frac{K_2}{2} - \left(\frac{K_2}{2} - K_3 + \frac{K_4}{2}\right) - \left(\frac{K_4}{2} - K_5 + \frac{K_6}{2}\right) - \cdots$$

/1.4,բ/

/1.4,բ/-ի վերջին անդամը, կախված այն բանից, գոտիների լրիվ թիվը զույգ է, թե կենտ, կլինի՝

$$-\frac{K_{n-1}}{2} + K_n, \quad \text{երբ } n\text{-ը կենտ է}$$

և

$$-\frac{K_n}{2}, \quad \text{երբ } n\text{-ը զույգ է:}$$

Նույն՝ /1.5/ , ենթադրության դեպքում՝

$$\Sigma > K_1 - \frac{K_2 + K_{n-1}}{2} + K_n$$, երբ n-ը կենտ է

և

$$\Sigma > K_1 - \frac{K_2 + K_n}{2}$$, երբ n-ը զույգ է

Մենք ենթադրել էինք, որ $\lambda \ll b$, այսինքն՝ ընտրված ալիքային ճակատից բավական մեծ հեռավորությունների վրա K_j-ն հաստատուն է: Նույն պայմանից հետևում է նաև, որ երկու հարևան տիրույթների համար $K_j \approx K_{j\pm1}$:Հաշվի առնելով այս /1.6/ և /1.7/ անհավասարություններից կարելի է հեշտությամբ ստանալ.

$$\Sigma \simeq \frac{K_1 \pm K_n}{2} \qquad /1.8/$$

Ակնհայտ է, որ $K_j < \frac{K_{j-1} + K_{j+1}}{2}$ պայմանի դեպքում /1.6/ և /1.7/ անհավասարությունները միայն կփոխեն տեղերը . /1.8/-ը կմնա ուժի մեջ: Ավելին, եթե վերոհիշյալ գումարների միայն մի մասն է բավարարում $K_j < \frac{K_{j-1} + K_{j+1}}{2}$,իսկ մնացածը՝ $K_j > \frac{K_{j-1} + K_{j+1}}{2}$ պայմաններին,ապա կարելի է ցույց տալ, որ /1.8/-ը դարձյալ ճիշտ է:/1.8/ պնդումը կխախտվի միայն խիստ հազվադեպ, երբ ամպլիտուդային բաշխվածությունը կրի անկանոն բնույթ, այնպես, որ բերի համակարգված սխալների կուտակման:Եթե այս բանը տեղի չունի, ապա /1.4/-ը մեծ ճշտությամբ կարելի է գրել՝

$$\mathcal{U}(P) = i\lambda A\,(K_1 \pm K_n)\,\frac{\exp[i\kappa(\rho + b)]}{\rho + b} \quad \dots \qquad /1.9/$$

/1.9/-ում ± նշանները համապատասխանում են կենտ և զույգ n-երին:
Ըստ Ֆրենելի ենթադրության, $K_n(\frac{\pi}{2}) = 0$:Հետևաբար՝

$$\mathcal{U}(P) = i\lambda K_1 A\,\frac{\exp[i\kappa(\rho + b)]}{\rho + b} = \frac{1}{2}\,\mathcal{U}_1(P), \qquad /1.10/$$

ընդ որում՝

$$K_1 = \frac{1}{i\lambda} = \frac{e^{-i\frac{\pi}{2}}}{\lambda} \; . \qquad /1.10,ա/$$

/1.10,ա/ -ից հետևում է, որ տարրական ալիքը՝ ճառագայթված Ֆրենելի առաջին գոտում քառորդ պարբերություն ետ է սկզբնայինից ըստ փուլի, իսկ երկու հարևան գոտիների ամպլիտուդները հարաբերում են միմյանց այնպես, ինչպես՝ $1:\lambda$:

/1.10/ -ը ցույց է տալիս, որ Հյույգենս-Ֆրենելի սկզբունքը ճիշտ է բացատրում լույսի ուղղագիծ տարածումը վակուումում:Մյուս կողմից, սխալ կլիներ արվածում փնտրել ավելի խոր ֆիզիկական իմաստ. այն ավելին չէ, քան բավական հաջող և անհակասական մաթեմատիկական վարժություն: Ավելի խիստ՝ K_j-ի հասկացությունը կորոշվի դիֆրակցիայի Կիրխհոֆի տեսությունն ուսումնասիրելիս:

Դիտարկենք մի քանի մասնավոր դեպքեր՝ ելնելով /1.4/ արտահայտությունից:

Խնդիր I .Փակված են Ֆրենելի բոլոր գոտիները. բացի առաջին գոտու կեսից:Ելնենք /1.4/-ից: $j \neq 1$,բազմապատկենք այն $1/2$ -ով՝

$$\mathcal{U}_{1/2}(P) = A\,\frac{\exp[i\kappa(\rho + b)]}{\rho + b} \; .$$

Ստացանք սկզբնական աղբյուրի դաշտը $\rho + b$ կետում՝ էկրանի բացակայության դեպքում:

Խնդիր II. Փակված են էկրանով Ֆրենելի բոլոր գոտիները բացի առաջինից: /1.4/-ից ունենք՝

$$\mathcal{U}_1(P) = 2A\,\frac{\exp[i\kappa(\rho + b)]}{\rho + b}$$

Ինտենսիվությունը P կետում 4 անգամ մեծ է, քան էկրանի բացակայության դեպքում, երբ բաց են բոլոր գոտիները:

Խնդիր III. Փակված է միայն առաջին գոտին. /1.4/-ը այս դեպքում կգրվի՝

$$\mathcal{U}_1(P) = 2i\lambda A\,\frac{\exp[i\kappa(\rho + b)]}{\rho + b}\left[-K_2 + K_3 - K_4 + \cdots\right]$$

Նույնպես, ինչպես արել էինք վերը /տես /1.6/,/1.7/,/1.8/, կարելի է ցույց տալ, որ միջին փակագծերի արժեքը մոտավորապես հավասար է $-\frac{K_2}{2}$-ի ,այսինքն՝

$$\mathcal{U}_1(P) = -i\lambda K_2 A\,\frac{\exp[i\kappa(\rho + b)]}{\rho + b}$$

Խնդիր IV Թողնելով նկ.1-ի կառուցումն անփոփոխ և բաց թողնելով միայն առաջին գոտին, փոփոխենք P կետի դիրքը ըստ OP առանցքի:

Ըստ կառուցման, սա համարժեք է էկրանի բացվածքում տիրույթների թվի փոփոխությանը: Այսպես, եթե բաց են առաջին և երկրորդ գոտիները $\mathcal{U}(P) \sim 0$, առաջինը, երկրորդը և երրորդը՝ $\mathcal{U}(P) \sim \mathcal{U}_1$ և այլն, P կետում պարբերաբար կդիտվի լույս կամ մութ:

Հետաքրքիր է հիշել, երբ Ֆրենելն իր աշխատությունը ներկայացրեց Ֆրանսիական ակադեմիային, Պուասոնը որպես պարադոքս ներկայացրեց ստացված արդյունքները. ըստ Ֆրենելի, երբ լույսի ճանապարհին կա անթափանց էկրան, նրա ետևում, առանցքի վրա ստացվում է լուսավոր կետ: Միայն փորձի արդյունքները ստիպեցին համաձայնել, որ այստեղ ոչ մի պարադոքս էլ գոյություն չունի:

Հյույգենսի և Ֆրենելի հետազոտությունները լուծեցին վաղուց/Նյուտոնի ժամանակներից/ տարվող վեճը, լույսի կորպուսկուլային/քվանտային/ և ալիքային բնույթների վերաբերյալ տվյալ փուլում, հօգուտ վերջինի: Այժմ՝ քվանտային ֆիզիկայի դարում, մենք գիտենք, որ նման հարցադրումը մտացածին է:

Հյույգենս-Ֆրենելի սկզբունքը շատ հաճախ հնարավորություն է ընձեռում գնահատումներ կատարելիս խուսափել անհարկի մաթեմատիկական և ֆիզիկական բարդություններից: Մասնավորապես, այս մեթոդը բավականին արդյունավետ է ալիքների տարածման տեսության մի շարք խնդիրներում, երբ ստիպված են լինում օգտվել ալիքների անդրադարձման երկրաչափական օրենքներից:

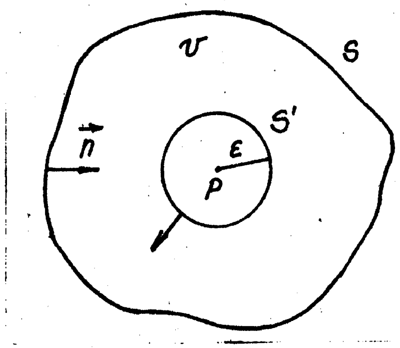
ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

I.М.Борн, Э.Вольф. Основы оптики. М.,Наука,I970.
2.Фейнмановские лекции по физике. Часть 3. Излучение,волны, кванты. М.,Мир, I977.

ԿԻՐԽՀՈՖԻ ԻՆՏԵԳՐԱԼԻ ԱՐՏԱԾՈՒՄԸ ԳՐԻՆԻ ԲԱՆԱՁԵՎԻՑ: ԴԻՖՐԱԿՑԻԱՅԻ ԿԻՐԽՀՈՖԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ: ԿԻՐԽՀՈՖԻ ԵԶՐԱՅԻՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՆ ՈՒ ՆՐԱՆՑ ԴԵՐԸ: ՖՐԵՆԵԼ-ԿԻՐԽՀՈՖԻ ԴԻՖՐԱԿՑԻՈՆ ԲԱՆԱՁԵՎ: ԲԱԲԻՆԵԻ ՍԿԶԲՈՒՆՔԸ

Անցնենք դիֆրակցիայի Կիրխհոֆի տեսության ուսումնասիրությանը: Այն երբեմն անվանում են Կիրխհոֆ-Ֆրենելի տեսություն, քանի որ ֆիզիկական պատկերացումները, որոնք ընկած են նրա հիմքում, համապատասխանում են վերը քննարկված Հյույգենս-Ֆրենելի սկզբունքին:

Նախ՝ ապացուցենք մի թեորեմ, որը դիֆրակցիայի տեսության մեջ ստացել է Կիրխհոֆի ինտեգրալ թեորեմ անվանումը: Այս թեորեմը պնդում է, որ ալիքային համասեռ հավասարման լուծումը դաշտի ցանկացած P կետում արտահայտվում է դաշտի մեծության և նրա ածանցյալի արժեքներով՝ տված P կետն ընդգրկող v ծավալը սահմանափակող S մակերևույթի վրա / նկ.2/:



նկ.2

Դիտարկենք սկալյար մոնոքրոմատիկ ալիք՝

$$f(x,y,z,t) = \mathcal{U}(x,y,z)\, e^{-i\omega t} \qquad /2.1/$$

որը բավարարում է ալիքային

$$\Delta f - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0 \qquad /2.2/$$

հավասարմանը:

/2.1/ -ից և /2.2/-ից ունենք՝

$$\Delta U + k^2 U = 0$$

/2.3/

Հելմհոլցի հավասարումը:

Մտցնենք կամայական V ֆունկցիան, որը նույնպես բավարարում է /2.3/ հավասարմանը: Անհրաժեշտ է, որ և՛ U, և՛ V ֆունկցիաները լինեն անընդհատ և ունենան առնվազն մինչև երկրորդ կարգի անընդհատ ածանցյալներ ամբողջ v տիրույթում՝ ընդհուպ մինչև այն սահմանափակող S մակերևույթը: Այս պահանջները հետևում են թեկուզ նրանից, որ U և V ֆունկցիաները պետք է բավարարեն Հելմհոլցի /2.3/ հավասարմանն այդ տիրույթում:

Գրենք Գրինի բանաձևը այդ ֆունկցիաների համար՝

$$\int_v (U \Delta V - V \Delta U)\, dv = -\int_S \left(U \frac{\partial V}{\partial n} - V \frac{\partial U}{\partial n}\right) dS ,$$

/2.4/

որտեղ $\vec{n}$ -ը S-ի ներքին նորմալն է /տե՛ս նկ.2 /: U և V ֆունկցիաները բավարարում են /2.3/ հավասարմանը և /2.4/-ը կարելի է բերել հետևյալ տեսքին

$$\int_S \left(U \frac{\partial V}{\partial n} - V \frac{\partial U}{\partial n}\right) dS = 0 .$$

/2.5/

Որպես V ֆունկցիա ընտրենք $\frac{e^{ikr}}{r}$ -ը, որտեղ r -ը հեռավորությունն է P կետից մինչև դաշտի ցանկացած x, y, z կետը: $\frac{e^{ikr}}{r}$ ֆունկցիան ունի հատուկ կետ՝ $r=0$: Քանի որ V ֆունկցիան պետք է անընդհատ լինի դիտարկվող տիրույթում, և որպեսզի /2.5/ հավասարությունը մնա ուժի մեջ, առանձնացնենք v տիրույթի այդ կետը ε շառավղով S' գնդային մակերևույթով /տե՛ս նկ.2/, որի կենտրոնը հենց P կետն է: /2.5/ հավասարությունը տեղի ունի S և S' մակերևույթներով պարփակված տիրույթում, եթե այն արտագրենք հետևյալ տեսքով՝

$$\int_S + \int_{S'} \left[U \frac{\partial V}{\partial n} - V \frac{\partial U}{\partial n}\right] dS = 0 .$$

/2.5,ա/

Տեղադրենք /2.5,ա/ -ում $V = \frac{e^{ikr}}{r}$ և կատարենք մաթեմատիկական ձևափոխություններ՝

$$\int_S \left(U \frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{ikr}}{r} - \frac{e^{ikr}}{r} \frac{\partial U}{\partial n}\right) dS =$$

$$= -\int_{S'} \left(U \frac{e^{ik\varepsilon}}{\varepsilon}\left(ik - \frac{1}{\varepsilon}\right) - \frac{e^{ik\varepsilon}}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial n}\right) \varepsilon^2 d\Omega .$$

Եթե S' մակերևույթը անվերջ փոքրացնենք՝ ձգտեցնելով այն P կետին /$\varepsilon \to 0$/, հավասարման աջ մասը կգրվի՝

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \int_{S'} U e^{ik\varepsilon} d\Omega = 4\pi U(P) .$$

Այսպիսով՝

$$U(P) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left(U \frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{ikr}}{r} - \frac{e^{ikr}}{r} \frac{\partial U}{\partial n}\right) dS .$$

/2.6/

/2.6/ -ը կազմում է Կիրխհոֆի ինտեգրալ թեորեմի բովանդակությունը: Այն երբեմն կոչվում է նաև Հելմհոլց-Կիրխհոֆի ինտեգրալ թեորեմ: /2.6/-ից հետևում է, որ դաշտի արժեքը ցանկացած P կետում որոշվում է այս կետը շրջափակող ցանկացած S մակերևույթի վրա տրված ֆունկցիայի և նրա նորմալ ածանցյալի արժեքների միջոցով: Թեորեմն ապացուցված է:

/2.6/-ը ճիշտ է նաև ստատիկ դաշտերի համար: Իրոք, ձգտեցնելով /2.6/-ում $k \to 0$, կստանանք՝

$$U(P) = \frac{1}{4\pi} \int \left(U \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right) - \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial n}\right) dS ,$$

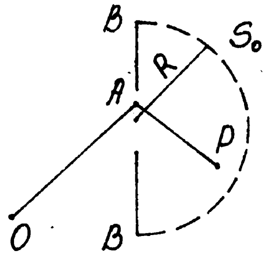
/2.6,ա/

որը հայտնի է պոտենցիալների տեսությունում:

Օգտվելով ապացուցված թեորեմից՝ անցնենք Կիրխհոֆի դիֆրակցիայի տեսության քննարկմանը:

Գործնականորեն, թերևս, ամենամեծ հետաքրքրություն ներկայացնող դեպքն այն է, երբ որպես ինտեգրման մակերևույթ վերցվում է հարթությունը: Հիշենք, սակայն, որ /2.6/-ում S -ը պետք է լինի փակ մա -

կերևույթ,/Գրինի բանաձևը, որից հետևում էր /2.6/-ը, գրված էր փակ մակերևույթների համար/: Ծագող դժվարությունը հաղթահարվում է հետևյալ դատողությունների օգնությամբ: Տրված S հարթության վրա կառուցենք դիտման P կետը՝ որպես կենտրոն ունեցող անվերջ շառավղով գնդային մակերևույթ: Մենք կդիտարկենք կետային 0 աղբյուրի ճառագայթման դաշտի դիֆրակցիան B էկրանի A բացվածքի վրա /տես նկ.3-ը/ / $A+B=S$ /:



Նկ.3

Ցույց տանք, որ $S+S_0$ անվերջ մեծ մակերևույթով ինտեգրելիս կարելի է անտեսել ինտեգրալի արժեքը S_0 անվերջ մեծ մակերեսի վրա: Իրոք՝ A բացվածքից տարամիտող ալիքի ընդհանուր տեսքը, երբ $R\to\infty$ /դիտման կետը շատ հեռու է բացվածքից / հետևյալն է՝

$$\mathcal{U}=\frac{e^{ikR}}{R}F(\theta,\varphi). \qquad /2.7/$$

Եթե ընտրենք՝

$$V=\frac{e^{ikR}}{R}F'(\theta,\varphi),$$

ապա ինտեգրալը ըստ մեծ S_0 կիսագնդի կհավասարվի զրոյի՝

$$\int_{S_0}\left(\mathcal{U}\frac{\partial V}{\partial n}-V\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial n}\right)dS=\int F(\theta,\varphi)F'(\theta,\varphi)\left(ik-\frac{1}{R}-ik+\frac{1}{R}\right)\frac{e^{2ikR}}{R^2}R^2\,d\Omega=0. \qquad /2.8/$$

/2.8/ բանաձևը հայտնի է ճառագայթման պայման անունով:

Այսպիսով, դիտարկվող խնդրի համար ինտեգրումը Կիրխհոֆի ինտեգրալում պետք է կատարել միայն ըստ $A+B=S$ հարթության: $\mathcal{U}$ և V ֆունկցիաների նման ընտրությունը /որը մաքուր ֆիզիկական բնույթ ուներ/, մաթեմատիկայի լեզվով ասած, հետևյալն է. եթե $\mathcal{U}$ և V անընդհատ և դիֆերենցելի ֆունկցիաները տրված են ոչ միայն v ծավալում, այլև այդ ծավալը սահմանափակող մակերևույթի վրա, ապա խնդրի լուծման համար անհրաժեշտ է ևս մի լրացուցիչ պայման, այն է՝ այդ ֆունկցիաների վարքը անվերջությունում / $\mathcal{U}\to 0$ և $V\to 0$, երբ $R\to\infty$ /:

Կարելի էր այս հարցին մոտենալ այլ տեսանկյունից: Քանի որ էլեկտրամագնիսական /ինչպես նաև ցանկացած այլ/ ալիքները տարածվում են վերջավոր c արագությամբ, կարելի է վերահիշյալ գնդի շառավիղն ընտրել $r>ct$, որտեղ t-ն այն ժամանակամիջոցն է, որն անհրաժեշտ է գրգռումը հասնելու P կետը: Այդ պահին S_0 մակերևույթի վրա դաշտի արժեքը իրոք զրո է, և ինտեգրումը կարելի է սահմանափակել բավական մեծ, բայց վերջավոր $S=A+B$ հարթությամբ: Այս մոտեցումը որոշ չափով մեղանչում է ալիքի մոնոքրոմատիկության պայմանի դեմ, քանի որ ենթադրում է, որ $t=0$ պահը ալիքի /մոնոքրոմատիկ/ առաջացման սկիզբն է:

Այսպիսով, /2.6/ ինտեգրալը տվյալ խնդրի համար կգրվի հետևյալ տեսքով՝

$$\mathcal{U}(P)=\frac{1}{4\pi}\left\{\iint_A+\int_B\right\}\left(\mathcal{U}\frac{\partial}{\partial n}\frac{e^{ikr}}{r}-\frac{e^{ikr}}{r}\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial n}\right)dS. \qquad /2.9/$$

V ֆունկցիայի նման ընտրությունը $\left(\frac{e^{ikr}}{r}\right.$ տեսքով$\left.\right)$ խոսում է այն մասին, որ Կիրխհոֆի տեսությունը հիմնվում է Հյույգենս-Ֆրենելի սկզբունքի վրա:

Գրված /2.9/ հավասարումը բարդ ինտեգրա-դիֆերենցիալ հավասարում է $\mathcal{U}$ ֆունկցիայի նկատմամբ, այն մեծ արժեք չէր ներկայացնի, եթե Կիրխհոֆը չկատարեր մի լրացուցիչ և շատ կարևոր քայլ: Խոսքը Կիրխհոֆի եզրային պայմանների մասին է, որոնք նրա տեսության անկյունաքարն են: Կիրխհոֆը ենթադրեց, որ B էկրանի և A բացվածքի վրա տեղի ունեն հետևյալ մոտավոր, սակայն պարզ ֆիզիկական բովանդակություն ունեցող եզրային պայմանները՝

$$U = U_{\text{ընկնող}} , \quad \frac{\partial U}{\partial n} = \frac{\partial U}{\partial n}_{\text{ընկնող}} \qquad A \text{-ի վրա}$$
$$U = 0 , \qquad \frac{\partial U}{\partial n} = 0 \qquad B \text{-ի վրա} \qquad /2.10/$$

Համաձայն նկ.3 -ի՝

$$U = A_0 \frac{e^{ik\rho}}{\rho} , \qquad V = \frac{e^{ikr}}{r} ;$$

$$\frac{\partial U}{\partial n} = A_0 \frac{e^{ik\rho}}{\rho} \left(ik - \frac{1}{\rho}\right) \cos(\widehat{\vec{n}\vec{\rho}}),$$

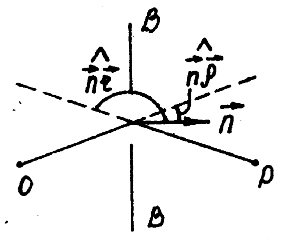
$$\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{e^{ikr}}{r} \left(ik - \frac{1}{r}\right) \cos(\widehat{\vec{n}\vec{r}})$$

Եթե ընդունենք, որ kr , $k\rho >> 1$ և անտեսենք $\frac{1}{r^2}$ և $\frac{1}{\rho^2}$ պարունակող անդամները, ապա՝

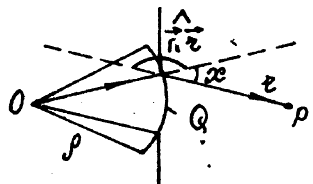
$$U(P) = \frac{A_0}{4\pi} \int\limits_A \Big\{ \frac{e^{ik\rho}}{\rho} \frac{e^{ikr}}{r} \left(ik - \frac{1}{r}\right) \cos(\widehat{\vec{n}\vec{r}}) -$$
$$- \frac{e^{ikr}}{r} \frac{e^{ik\rho}}{\rho} \left(ik - \frac{1}{\rho}\right) \cos(\widehat{\vec{n}\vec{\rho}}) \Big\} dS =$$
$$\simeq \frac{ikA_0}{4\pi} \int\limits_A \frac{e^{ik(r+\rho)}}{r\rho} \left[\cos(\widehat{\vec{n}\vec{r}}) - \cos(\widehat{\vec{n}\vec{\rho}})\right] dS .$$

/2.11/

Այս արտահայտությունը Ֆրենել-Կիրխհոֆի դիֆրակցիոն ինտեգրալի տեսքն է ընկնող գնդային ալիքի դեպքում:



նկ.4



նկ.5

Նկ.4-ում պատկերված են $\widehat{\vec{n}\vec{r}}$ և $\widehat{\vec{n}\vec{\rho}}$ անկյունները: Եթե որպես A մակերևույթ ընտրենք O -ից ելնող Q գնդային ալիքային ճակատը /ինչը մենք արել էինք Հյույգենս-Ֆրենելի սկզբունքը քննարկելիս/, որը շրջափում է A բացվածքի եզրերը, հենվելով նկ.5-ի վրա կարող ենք գրել՝

$$\cos(\widehat{\vec{n}\vec{\rho}}) = 1, \qquad \chi = \pi - \widehat{\vec{n}\vec{r}} \quad , \qquad \cos(\widehat{\vec{n}\vec{r}}) = -\cos\chi ,$$

իսկ

$$U(P) = -\frac{iA_0}{2\lambda} \int\limits_Q \frac{e^{ik(\rho+r)}}{\rho r} (1 + \cos\chi)\, dS = -\frac{iA_0}{2\lambda} \frac{e^{ik\rho}}{\rho} \int\limits_Q \frac{e^{ikr}}{r} (1 + \cos\chi)\, dS$$

/2.11,ա/

/2.11,ա/-ում դաշտի տարրն է

$$dU(P) = -\frac{iA_0}{2\lambda} \frac{e^{ik\rho}}{\rho} \cdot \frac{e^{ikr}}{r} (1 + \cos\chi)$$

/2.11,բ/

Համեմատելով /2.11,բ/ և /1.1/ արտահայտությունները՝ տեսնում ենք, որ՝

$$K(\chi) = -\frac{i}{2\lambda} (1 + \cos\chi)$$

/2.12/

Երբ $\chi = 0$, ապա $K(0) = -\frac{i}{\lambda}$,ինչը համընկնում է Ֆրենելի առաջին գործակցին:Սակայն $K(\frac{\pi}{2}) = -\frac{i}{2\lambda} \neq 0$,ինչպես կարծում էր Ֆրենելը:Այն հավասարվում է զրոյի, երբ $\chi = \pi$:Սա մի էական ուղղում է, որը չի բխում Հյույգենս-Ֆրենելի սկզբունքից և Կիրխհոֆի եզրային պայմանների ուղղակի հետևանքն է:

O և P կետերի փոխադարձ տեղափոխումից /2.11/ արտահայտության տեսքը չի փոփոխվում:Այսինքն, P -ում տեղադրված կետային աղբյուրը O -ում կստեղծի այն դաշտը, ինչը P -ում ստեղծել է O -ում տեղադրվածը:Սա Հելմհոլցի փոխադարձության թեորեմն է:Հետագայում մենք այս թեորեմն ավելի խստորեն կապացուցենք էլեկտրամագնիսական ալիքների համար, ելնելով Մաքսվելի հավասարումներից/Լորենցի լեմ /:

Հաջորդ հետևությունը, որին կարելի է հանգել Կիրխհոֆի դիֆրակցիոն ինտեգրալներից, լրացնող էկրանների դեպքում դաշտի բաշխվածությունների միջև եղած առնչությունն է:Դիֆրակցիայի տեսության մեջ այն ստացել է ,,Բաբինեի սկզբունք,, անվանումը:Երկու այնպիսի էկրաններ , որոնցից մեկի բացվածքի եզրերը համընկնում են մյուսի անթափանցիկ մասերի եզրերին կազմելով անընդհատ մակերևույթ, կանվանենք միմյանց լրացնող էկրաններ։Այժմ ենթադրենք $\mathcal{U}_1(P)$ և $\mathcal{U}_2(P)$ դաշտի այն արժեքներն են, որոնք դիտվում են, երբ էկրաններից համապատասխանաբար մեկն է գտնվում ալիքային աղբյուրի O և դիտման P կետերի միջև։Ըստ /2.6/ բանաձևի՝

$$\mathcal{U}_1(P) = \int\limits_{I\ \text{էկրան} + I\ \text{բացվածք}} \left(\mathcal{U} \frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{ikr}}{r} - \frac{e^{ikr}}{r} \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial n} \right) dS ;$$

/2.13/

$$\mathcal{U}_2(P) = \int\limits_{II\ \text{էկրան} + II\ \text{բացվածք}} \left(\mathcal{U} \frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{ikr}}{r} - \frac{e^{ikr}}{r} \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial n} \right) dS$$

Ըստ Կիրխհոֆի եզրային պայմանների, $\mathcal{U}$ և $\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial n}$ ֆունկցիաների արժեքները I և II էկրանների վրա հավասար են զրոյի, և ինտեգրալը /2.13/-ում վերցվում է միայն ըստ I և II բացվածքների։ Ըստ լրացնող էկրանների սահմանման, այդ երկու բացվածքները միասին համարժեք են որևէ էկրանի բացակայությանը, հետևաբար գումարելով /2.13 / հավասարումների աջ և ձախ մասերը համապատասխանորեն, կունենանք՝

$$\mathcal{U}_1(P) + \mathcal{U}_2(P) = \int\limits_{\text{ամբողջ մակերևույթի}} \left(\mathcal{U} \frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{ikr}}{r} - \frac{e^{ikr}}{r} \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial n} \right) dS = \mathcal{U}(P),$$

/2.14/

որտեղ $\mathcal{U}(P)$ -ն O կետում տեղադրված աղբյուրի ստեղծած դաշտն է P կետում էկրանների բացակայության դեպքում:

/2.14/-ը Բաբինեի սկզբունքի բովանդակությունն է. լրացուցիչ էկրանների ստեղծած դաշտերի գումարը հավասար է դաշտի արժեքին նրանց բացակայության դեպքում:

Ելնելով այս սկզբունքից կարելի է հանգել մի շարք եզրակացությունների։

Առաջին. եթե մի էկրանի դեպքում P կետում դիտվում է մութ կետ, ապա լրացուցիչ էկրանի դեպքում դաշտն այդ նույն կետում կլինի այնպիսին, ինչպիսին կլիներ այն

էկրանների բացակայության դեպքում։

$$\mathcal{U}_1(P) + \mathcal{U}_2(P) = \mathcal{U}(P), \qquad \mathcal{U}_1(P) = 0, \quad \mathcal{U}(P) = \mathcal{U}_2(P).$$

Երկրորդ. երբ $\mathcal{U}_1(P) + \mathcal{U}_2(P) = 0$, $\mathcal{U}_1(P) = -\mathcal{U}_2(P)$, այսինքն՝ P կետում դաշտերը հակափուլային են, ,իսկ ինտենսիվությունները՝ հավասար միմյանց՝

$$|\mathcal{U}_1(P)|^2 = |\mathcal{U}_2(P)|^2$$

Էլեկտրամագնիսական ալիքների համար Բաբինեի սկզբունքն ունի ավելի ընդհանուր բնույթ. այն կապ է հաստատում էլեկտրամագնիսական ալիքների էլեկտրական և մագնիսական վեկտորների միջև և բխում է Մաքսվելի հավասարումներից և էկրանների վրա՝ եզրային պայմաններից։

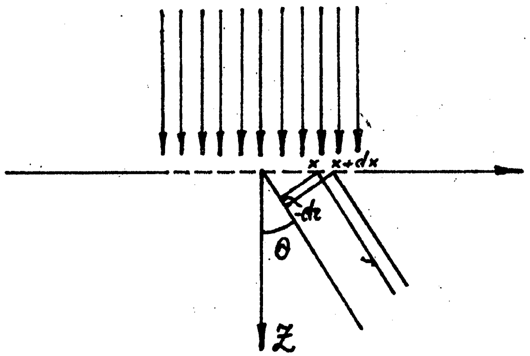
ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. М.Борн, Э.Вольф. Основы оптики. М., Наука, 1970.
2. Л.И.Мандельштам. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. Москва, Наука, 1972г.

ԴԻՖՐԱԿՑԻԱՅԻ ԵՐԿՉԱՓ ԽՆԴԻՐԸ։ՄԻ ՔԱՆԻ ԷՆԵՐԳԵՏԻԿԱԿԱՆ ԱՌՆՉՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ։ԳՐԻՆԻ ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ՄԵԹՈԴԸ ԴԻՖՐԱԿՑԻԱՅԻ ԽՆԴԻՐՆԵՐՈՒՄ

Կիրխհոֆի մոտավորությամբ դիտարկենք դիֆրակցիայի մի պարզ և մասնավոր խնդիր։ Երկու միտումով. նախ պարզ կդառնա, թե մասնավոր դեպքերում ինչի՞ է բերվում /2.6/ արտահայտությունը։Մենք արդեն մեկ մասնավոր արտահայտություն ունեինք /տես /2.11/ բանաձևը/ընկնող գնդային ալիքի համար ։Երկրորդը և առավել կարևորը՝ արվող հաշվարկները հնարավորություն կտան ստանալ մի շարք էներգետիկական առնչություններ և ուրվագծել դիֆրակցիայի Կիրխհոֆի տեսության որոշակի հակասական բնույթը։

Դիտարկենք հարթ ալիքի դիֆրակցիան, երբ այն ընկնում է անվերջ էկրանի երկչափ ճեղքին՝ նրա հարթությանը ուղղահայաց /տես նկ.6-ը/։



Նկ.6

Հաշվենք դիֆրակցիոն դաշտը ճեղքից մեծ հեռավորության վրա P կետում։Օգտվենք /2.6/ բանաձևից, երկչափ դեպքի համար՝

$$U(P)=\frac{1}{2\pi}\int_{-a}^{a}\left(U\frac{\partial V}{\partial n}-V\frac{\partial U}{\partial n}\right)dx. \qquad /3.1/$$

Ընդունենք՝

$$V=\sqrt{\frac{2}{\pi k r}}\,e^{i(kr-\frac{\pi}{4})},$$

որը առաջին սեռի զրոյական կարգի Հանկելի ֆունկցիայի մոտարկում է մեծ kr -երի համար։Նկ.6-ից ունենք՝

$$\frac{\partial V}{\partial n}=\frac{\partial V}{\partial z}, \qquad \frac{\partial V}{\partial z}=\frac{\partial V}{\partial r}\cdot\frac{\partial r}{\partial z}=-\frac{\partial V}{\partial r}\cdot\cos\theta$$

$$\frac{\partial V}{\partial r}\cos\theta=\left(ik-\frac{1}{2r}\right)\sqrt{\frac{2}{\pi k r}}\,e^{i(kr-\frac{\pi}{4})}\cos\theta\simeq$$

$$\simeq i\sqrt{\frac{2k}{\pi r}}\cos\theta\, e^{i(kr-\frac{\pi}{4})}$$

Ըստ խնդրի պայմանի, ընկնող U ալիքը հարթ է։Ներկայացնենք այն հետևյալ տեսքով՝

$$U=e^{ikz}$$

$z=0$ հարթության վրա եղած բացվածքում՝

$$U_{z=0}=1, \qquad \left.\frac{\partial U}{\partial n}\right|_{z=0}=ik$$

Տեղադրենք հաշված արժեքները /3.1/ բանաձևի մեջ՝

$$U(P)=\frac{1}{2\pi}\int_{-a}^{a}\left[-i\sqrt{\frac{2k}{\pi r}}\cos\theta\, e^{i(kr-\frac{\pi}{4})}-i\sqrt{\frac{2k}{\pi r}}\,\cancel{\cos\theta}\, e^{i(kr-\frac{\pi}{4})}\right]dx=$$

$$=-\frac{i(1+\cos\theta)}{\pi\sqrt{\lambda}}\int_{-a}^{a}\frac{e^{i(kr-\frac{\pi}{4})}}{\sqrt{r}}\,dx \qquad /3.2/$$

/3.2/-ը Կիրխհոֆի դիֆրակցիոն ինտեգրալի մի նոր, մասնավոր տեսքն է։

Բացվածքից մեծ հեռավորության վրա՝ $r \gg a$,

$$r=r_0-x\sin\theta$$

և ընդինտեգրալ արտահայտության հայտարարում r -ը կարելի է փոխարինել r_0 -ով։Կստանանք՝

$$\mathcal{U}(P) = -\frac{i}{\pi\sqrt{\lambda r_0}}(1+\cos\theta)\, e^{i(kr_0-\frac{\pi}{4})}\int_{-a}^{a} e^{-ikx\sin\theta}\,dx =$$

$$= -\frac{2i}{\pi\sqrt{\lambda r_0}}\, e^{i(kr_0-\frac{\pi}{4})}(1+\cos\theta)\,\frac{\sin(ka\sin\theta)}{k\sin\theta}$$

/3.2,ա/

/3.2,ա/ բանաձևը Կիրխհոֆի մոտավորությամբ անվերջ երկչափ ճեղքի վրա հարթ ալիքի դիֆրակցիոն դաշտի վերջնական արտահայտությունն է:Այն գլանային ալիք է:

Ստացված արտահայտությունը համեմատաբար պարզ է և հնարավորություն է ընձեռում կատարել մի քանի գնահատումներ,մասնավորապես՝ ստուգել էներգիայի հաշվեկշիռը դիֆրակցիայի դեպքում:

Ենթադրենք՝ $\mathcal{U}=E_y$,այսինքն՝ այն $y=0$ հարթության մեջ բևեռացած ընկնող հարթ ալիքի էլեկտրական բաղադրիչն է:Հաշվենք այդ դաշտի Պոյնտինգի վեկտորը՝

$$S_z = \frac{c}{16ik\pi}\left\{\left[\vec{E}^*\,\mathrm{rot}\,\vec{E}\right] - \left[\vec{E}\,\mathrm{rot}\,\vec{E}^*\right]\right\}_z$$

Առաջին.հաշվենք Պոյնտինգի վեկտորի հոսքը՝ վերոհիշյալ ճեղքի միավոր լայնության շերտի միջով:

$$z=0,\quad E_y(z=0)=1,\qquad \frac{\partial E_y}{\partial z}\Big|_{z=0} \cong -(\mathrm{rot}\,\vec{E}_y)_x = ik$$

$$\mathcal{J}_z = \int_{-a}^{a} S_z\,dx = \frac{c}{16ik\pi}\int_{-a}^{a}\left(E_y^*\frac{\partial E_y}{\partial z} - E_y\frac{\partial E_y^*}{\partial z}\right)dx = \frac{ac}{4\pi}$$

/3.3/

Երկրորդ. հաշվենք այժմ Պոյնտինգի վեկտորի հոսքը ճեղքից հեռու, միավոր լայնության անվերջ գլանային մակերևույթի /ալիքային ճակատ/ միջով:

$$\mathcal{J}_r = \frac{cr_0}{16ik\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\left(E_y^*\frac{\partial E_y}{\partial r} - E_y\frac{\partial E_y^*}{\partial r}\right)d\theta$$

Օգտվենք /3.2,ա/ բանաձևից, երբ $\mathcal{U}=E_y$.

$$\frac{\partial E_y}{\partial r_0} = \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial r_0} \simeq \frac{2}{\pi\sqrt{\lambda r_0}}(1+\cos\theta)\, e^{i(kr-\frac{\pi}{4})}\,\frac{\sin(ka\sin\theta)}{k\sin\theta}$$

և

$$\mathcal{J}_r = \frac{8c}{16\pi^3\lambda}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}(1+\cos\theta)^2\left[\frac{\sin(ka\sin\theta)}{k\sin\theta}\right]^2 d\theta$$

/3.4/

Քննարկենք երկու սահմանային դեպք:Առաջին դեպքում ընդունենք, որ $ka \gg 1$, $\sin\theta\sim\theta$, $\cos\theta\simeq 1$: /3.4/ արտահայտությունը պարզեցվում է՝

$$\mathcal{J}_r = \frac{2c}{\pi^3\lambda}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\left[\frac{\sin(ka\theta)}{k\theta}\right]^2 d\theta \approx \frac{2ca}{\pi^3 k\lambda}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin^2\xi}{\xi}\,d\xi = \frac{ca}{\pi^3}$$

/3.5/

Ինչպես երևում է /3.5/ և /3.3/ արտահայտությունների համադրումից, որակապես նրանք համընկնում են:Ավելին, եթե վերը ընտրած V ֆունկցիան նորմավորենք $\pi/2$ -ով, ինչպես դա արվում է ալիքների տարածման շատ խնդիրներում, /3.5/ արտահայտությունը կբազմապատկվի $\pi^2/4$ -ով և /3.5/ , /3.3/ արտահայտությունները կհամընկնեն:Նշանակում է Հյույգենսի երկրորդային ալիքների տեսքը քանակապես ճիշտ որոշելու համար պետք են լրացուցիչ դատողություններ:Տվյալ դեպքում մենք օգտվում ենք էներգիայի հասկացությունից:/3.4/ արտահայտությունն ստանալիս արվեցին մի շարք մոտավորություններ, որոնք ունեն, իհարկե, մաթեմատիկական և ֆիզիկական հիմնավորում. երբ $ka \gg 1$, ինչպես հետևում է /3.2,ա/ բանաձևից, դիֆրակցիայի անկյունները շատ փոքր են $(ka\sin\theta\simeq\pi)$, և էներգիայի հիմնական մասը տարածվում է փոքր անկյունների տիրույթում:Մյուս կողմից՝ $ka \gg 1$ պայմանը հնարավորություն տվեց ստացվող ինտեգրալի սահմանները ձգտեցնել անվերջության և այն բերել աղյուսակային ինտեգրալի:

Անցնենք երկրորդ սահմանային դեպքի քննարկմանը՝ $ka \ll 1$: Այս դեպքում՝

$$\frac{\sin(ka\sin\theta)}{k\sin\theta} \simeq a:$$

/3.4/ բանաձևից ունենք՝

$$J_r = \frac{ca^2}{\pi^3\lambda}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}(1+\cos\theta)^2\, d\theta = \frac{3a^2c}{2\pi\lambda}$$

/3.6/

Ինչպես տեսնում ենք,/3.6/-ը կախված է λ -ից և, հետևաբար, ոչ մի ձևափոխությամբ այն հնարավոր չէ բերել /3.3/ արժեքին:

Այսպիսով, $ka >> 1$ պայմանի դեպքում էներգիայի հաշվեկշիռը պահպանվում է, $ka << 1$ պայմանի դեպքում՝ խախտվում:

Այժմ փորձենք առաջափ դեպքի համար ստանալ Կիրխհոֆի տեսության բանաձևերին համաբան /անալոգ/ բանաձևեր Գրինի ֆունկցիայի մեթոդով և համադրել դրանք մեզ արդեն հայտնի բանաձևերի հետ:

Կառուցել Գրինի ֆունկցիան հնարավոր է լինում միայն պարզագույն դեպքերում /այն էլ մոտավոր ձևով/:Այս դեպքերից մեկն այն է, երբ էկրանը հարթություն է: Բավականաչափ կարճ ալիքների դեպքում / $ka >> 1$/ կարելի է արհամարհել եզրային նուրբ երևույթները/օրինակ, էկրանի վրա ընկնող ալիքի մակածած հոսանքների վարքը եզրին անվերջ մոտենալիս / և ենթադրել, որ ճեղքի վրա ընկնող դաշտը այնպիսին է, ինչպիսին կլիներ էկրանի բացակայության դեպքում, իսկ էկրանի վրա այն բավարարում է ճշգրիտ եզրային պայմաններին:/2.6/ բանաձևում, որպես օժանդակ ֆունկցիա V-ն, մենք ընտրել էինք $\frac{e^{ikr}}{r}$ -ը նախորդ խնդրում՝ $Z_0^{(1)}(kr)$ -ի կարճալիք մոտարկումը:Ընդ որում՝ այս ֆունկցիաների ընտրությունը բավականաչափ կամայական էր:Բավական էր, որ նրանք բավարարեին Հելմհոլցի հավասարմանը:/Մասնավորապես նման կամայական ընտրության պատճառով էլ /3.5/-ի արժեքը քանակապես չբավարարեց էներգիայի հաշվեկշռի պայմանին/:

Այսպիսով, Գրինի ֆունկցիայի մեթոդը դիտարկելիս, օգտվում ենք $ka >> 1$ պայմանից: Այս ֆունկցիան, նշանակենք այն G_- -ով, որոշվում է հետևյալ պայմաններից.

ա/ Այն բավարարում է Հելմհոլցի հավասարմանը v ծավալում՝

$$\Delta G_- + k^2 G_- = 0$$

բ/ $G_- = 0$ S մակերևույթի վրա:

գ/ Երբ $r \to 0$, $G_- \to \frac{e^{ikr}}{r}$,այսինքն՝ $r = 0$ կետը նրա համար հատուկ կետ է:

դ/ $r\left(\frac{\partial G_-}{\partial r} - kG_-\right) \longrightarrow 0$, երբ $r \to \infty$, այսինքն՝ բավարարում է ճառագայթման պայմանին և $\frac{e^{ikr}}{r}$ տիպի տարամիտող ալիք է:

Այսպիսով, G_- ֆունկցիան տարբերվում է /2.6/ -ում մտցված $\frac{e^{ikr}}{r}$ ֆունկցիայից /բ/ պայմանով:Հենց այս պայմանն էլ $\frac{e^{ikr}}{r} \to G_-$ փոխարինումով բերում է /2.6/ -ը հետևյալ տեսքի՝ $\frac{e^{ikr}}{r} \to G_-$

$$U(P) = \frac{1}{4\pi}\int_{A\ \text{բացվածքով}} U\frac{\partial G_-}{\partial n}\, dS$$

/3.7/

/3.7/ -ից հետևում է, որ $U(P)$ -ն գտնելու համար բավական է իմանալ U -ի արժեքը S հարթության վրա և Գրինի G_- ֆունկցիան:

Գրինի մեկ այլ ֆունկցիա՝ G_+ -ը, կարելի է կառուցել հետևյալ պայմանների համաձայն՝

ա/ $\Delta G_+ + k^2 G_+ = 0$ v -ում

բ/ $\frac{\partial G_+}{\partial n} = 0$ S մակերևույթի վրա,

գ/ երբ $r \to 0$, $G_+ \to \frac{e^{ikr}}{r}$

դ/ $r\left(\frac{\partial G_+}{\partial r} - kG_+\right) \longrightarrow 0$, երբ $r \to \infty$:

G_+ -ը տարբերվում է G_- -ից բ / պայմանով:Ակնհայտ է, որ այս դեպքում /2.6/-ը կբերվի հետևյալ տեսքի՝

$$U(P) = -\frac{1}{4\pi}\int_{A+B} G_+\frac{\partial U}{\partial n}\, dS$$

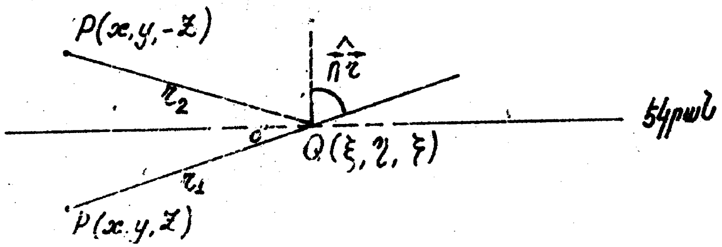
/3.8/

Այժմ անցնենք G_+ և G_- ֆունկցիաների որոշմանը:Ինչպես ասել էինք,այդ բանը հնարավոր է անել պարզագույն դեպքերում, մասնավորապես՝ հարթության դեպքում:Կատարենք G_- ֆունկցիայի կառուցումը անդրադարձման մեթոդի օգնությամբ:Ենթադրենք՝ էկրանի հարթությունը համընկնում է $z = 0$ հարթության հետ /նկ.7/:

Վերցնենք $Q(\xi,\eta,\zeta)$ կետը $\xi > 0$ տիրույթից: Ելնելով ա/,բ/ և գ/ պայմաններից, գրենք՝

$$G_- = \frac{e^{ikr_1}}{r_1} - \frac{e^{ikr_2}}{r_2}$$

/3.9/



Նկ.7

որտեղ՝

$$r_1 = \sqrt{(\xi-x)^2+(\eta-y)^2+(Z-\zeta)^2}$$

$$r_2 = \sqrt{(\xi-x)^2+(\eta-y)^2+(Z+\zeta)^2}$$

/3.9/-ը բավարարում է, իրոք, ա/ հավասարմանը և բ/ պայմանին, երբ $r_2 \to 0$ / $r_1 \to 0$/ ունի նույնպիսի հատուկ կետ, ինչպիսին ունի $\frac{e^{ikr}}{r}$ ֆունկցիան: Տեղադրենք /3.9/ -ը /3.7/-ի մեջ $\zeta = 0$ / $r_1 = r_2$ / պայմանի դեպքում և հաշվենք $Z = 0$ հարթության նկատմամբ G_- -ի նորմալ ածանցյալի արժեքը $r_1 = r_2$ /անդրադարձման / կետում:

$$\frac{\partial G_-}{\partial \zeta} = \frac{\partial}{\partial r_1}\left(\frac{e^{ikr_1}}{r_1}\right)\frac{\partial r_1}{\partial \zeta} - \frac{\partial}{\partial r_2}\left(\frac{e^{ikr_2}}{r_2}\right)\frac{\partial r_2}{\partial \zeta}\Bigg|_{r_1=r_2=r,\ \zeta=0}$$

$$\frac{\partial r_1}{\partial \zeta} = -\frac{Z}{r_1};\quad \frac{\partial r_2}{\partial \zeta} = \frac{Z}{r_2};\quad \frac{\partial r_1}{\partial \zeta} = -\frac{\partial r_2}{\partial \zeta} = -\cos(\hat{\vec{n}\vec{r}})\Big|_{r_1=r_2=r,\ \zeta=0}$$

$$\frac{\partial G_-}{\partial \zeta} = -\left(ik-\frac{1}{r}\right)\frac{e^{ikr}}{r}\cos(\hat{\vec{n}\vec{r}}) - \left(ik-\frac{1}{r}\right)\frac{e^{ikr}}{r}\cos(\hat{\vec{n}\vec{r}}) =$$

$$= -2ik\left(1-\frac{1}{ikr}\right)\frac{e^{ikr}}{r}\cos(\hat{\vec{n}\vec{r}})\Bigg|_{r_1=r_2=r,\ \zeta=0}$$

և

$$U(P) = -\frac{2ik}{4\pi}\int\limits_{A\ \text{բացվածքով}} \frac{e^{ikr}}{r}\cos(\hat{\vec{n}\vec{r}})\,U\,dS \qquad /3.10/$$

Երկրորդ տիպի Գրինի ֆունկցիայի տեսքը, ինչպես դժվար չէ համոզվել, հետևյալն է՝

$$G_+ = \frac{e^{ikr_1}}{r_1} + \frac{e^{ikr_2}}{r_2}, \qquad /3.11/$$

իսկ /2.6/-ը սրա օգնությամբ կգրվի՝

$$U(P) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{A+B} \frac{e^{ikr}}{r}\frac{\partial U}{\partial n}\,dS \qquad /3.12/$$

Քանի որ /3.10/-ը և /3.12/-ը ներկայացնում են նույն դաշտերը, կարող ենք գրել հետևյալ հավասարությունը՝

$$-\frac{2ik}{4\pi}\int\limits_{A}\frac{e^{ikr}}{r}\cos(\hat{\vec{n}\vec{r}})\,U\,dS = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{A+B}\frac{e^{ikr}}{r}\frac{\partial U}{\partial n}\,dS$$

Այսպիսով, և Կիրխհոֆի դասական մոտեցումը, և Գրինի ֆունկցիայի մեթոդը բերեցին նույն որակական արդյունքներին:իրոք, եթե /2.6/-ի հիման վրա ստացված արդյունքներում սահմանափակվենք դիֆրակցիայի փոքր անկյուններով,ապա ստացած արդյունքները կհամընկնեն Գրինի ֆունկցիայի մեթոդով ստացվածներին:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Л.И.Мандельштам. Лекции по оптике и др. М.,Наука,1972.
2. А.Зоммерфельд. Оптика. М.ИЛ.1953.

IV

ԿԻՐԽՀՈՖԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՔՆՆԱԴԱՏՈՒԹՅՈՒՆԸ։ ԲԱՑԱՐՁԱԿ ՍԵՎ ԷԿՐԱՆԻ ԱՆՀՆԱՐԻՆՈՒԹՅՈՒՆԸ։ ԴԻՖՐԱԿՑԻԱՅԻ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԽԻՍՏ ԴՐՎԱԾՔԸ

Երկրորդ և երրորդ ենթաբաժիններում շարադրվեցին Կիրխհոֆի տեսության հիմնական դրույթները, քննարկվեցին երկու մասնավոր դեպքեր՝ դիֆրակցիոն դաշտի հաշվարկը այդ տեսության շրջանակներում, երբ սկզբնական գնդային դաշտն ընկնում էր անվերջ էկրանի վրա բացված ճեղքին, և երբ հարթ ալիքն էր դիֆրակցվում այդպիսի էկրանի երկչափ ճեղքի վրա։ Երկրորդ դեպքում ստացված համեմատաբար պարզ բանաձևերը հնարավորություն տվեցին քննարկել էներգիայի հաշվեկշռի հարցը. այդ քննարկումը ցույց տվեց, երբ $ka \gg 1$, այսինքն՝ շատ նեղ ճեղքի դեպքում, տեղի ունի Պոյնտինգի թեորեմի կոպիտ խախտում։

Իսկույն ևեթ կարելի է պատասխանել հետևյալ կերպ. սխալ են այն արժեքները, որոնք վերագրված են U -ին և $\frac{\partial U}{\partial n}$ -ին էկրանի վրա և բացվածքում /տես Կիրխհոֆի եզրային պայմանները՝ 2.10 /։ Ավելին, եթե $ka \gg 1$, այսինքն՝ շատ լայն բացվածքի դեպքում, քանի որ տեղի չունի Պոյնտինգի թեորեմի խախտում, ըստ երևույթին, Կիրխհոֆի ենթադրությունները U -ի և $\frac{\partial U}{\partial n}$ -ի վերաբերյալ ճիշտ են։ Նման պատասխանը միայն փաստերի հավաստում է և չի բացատրում երևույթի ֆիզիկական էությունը։

Քննարկենք հարցի ֆիզիկական կողմը։ Ենթադրենք էկրանը իդեալական հաղորդիչ է։ Լուծել դիֆրակցիայի խնդիրը, նշանակում է գտնել այնպիսի դաշտ, որն իր առաջին ածանցյալներով լինի անընդհատ էկրանից դուրս ամենուրեք, ընդ որում նաև բացվածքում, դառնա զրո՝ էկրանի վրա և իրենից ներկայացնի տարամիտող ալիքներ էկրանի ետևում։ Կիրխհոֆի լուծումներն այսպիսին չեն։ Սակայն ասվածը դեռ չի ապացուցում, որ Կիրխհոֆի եզրային պայմանները սխալ են։ Դրանք կարող են համապատասխանել ինչ-որ մի էկրանի, որն ունի ոչ իդեալական հաղորդիչի հատկություններ, այնպիսիք, որոնք ապահովեն Կիրխհոֆի եզրային պայմանների կատարումը։ Կարող է, արդյոք, այս բանն իրացվել։

Բավականաչափ զգուշորեն կարելի է ասել, որ Կիրխհոֆի եզրային պայմաններին բավարարելու համար էկրանի նյութը պետք է ունենա բացարձակ սև մարմնին բնորոշ հատկություններ։ Սակայն դատողությունները բացարձակ սև մարմնի մասին անհամատեղելի են Մաքսվելի հավասարումների հետ

մաթեմատիկորեն ցանկացած եզրային պայմաններ չեն կարող համատեղվել դիֆերենցիալ հավասարումներին, որպիսիք են Մաքսվելի հավասարումները։ Ըստ Մաքսվելի ցանկացած ֆիզիկական մարին բնորոշվում է ε -դիէլեկտրիկ, μ -մագնիսական թափանցելիություններով և σ հաղորդականությամբ։ Հասնելու համար մեծ կլանումների՝ պետք է վերցնել մեծ հաղորդականությամբ օժտված մարմին սակայն, σ -ի մեծացումը ուղեկցվում է մարմնի անդրադարձման ունակության մեծացմամբ և երբ $\sigma \to \infty$, մարմինն արդեն իդեալական հաղորդիչ է. անդրադարձումը նման մարմնից լրիվ է։ Վերցնելով իդեալական հաղորդիչ մակերևույթ, նրա վրա հատուկ անոթ, լցված ներկի լուծույթով, կարելի է փոփոխել անդրադարձման մեծությունը, փոփոխելով կլանումը լուծույթում /փոփոխելով լուծույթի կոնցենտրացիան/ այնպես, որ այն հասնի առավելագույնի։ Այսպիսով, և $\sigma \to 0$, և $\sigma \to \infty$ դեպքերում մենք կմոտենանք բացարձակ սև մարմնի հատկություններին։ Ցավոք, նման մարմինը, ինչպես ասացինք, համատեղելի չէ Մաքսվելի հավասարումներին։ Բերված օրինակը խոսում է էլեկտրադինամիկայում բացարձակ սև էկրանի իրականացնելու անհնարինության մասին։ Գործնականում կարելի է օգտվել ածխով պատած էկրաններից. սրանք բավական լավ են վերարտադրում բացարձակ սև մարմնի հատկությունները։

Այսպիսով, բացարձակ սև էկրանի անհնարինությունը Կիրխհոֆի եզրային պայմանների ֆիզիկական ոչ կոռեկտության պատճառն է։

Հարցի մաթեմատիկական կողմը այն է, որ Կիրխհոֆի եզրային պայմանները մաթեմատիկորեն հակասական են։ Իրոք, Կիրխհոֆն ապացուցել է միայն /տես Կիրխհոֆի ինտեգրալ թեորեմը. ենթաբաժին երկրորդ/, որ երբ $U(P)$ -ն ալիքային հավասարման լուծումն է, ապա U և $\frac{\partial U}{\partial n}$ արժեքների միջև տեղի ունի /2.6/ առնչությունը /կամ /3.1/ առնչությունը երկչափ դեպքի համար/։ Սակայն նա չէր ապացուցել / և չէր էլ կարող այդ անել /, որ ցանկացած U և $\frac{\partial U}{\partial n}$ ֆունկցիաների համար /2.6/ -ի / կամ 3.1 -ի / ձախ մասում գրված արտահայտությունը ալիքային հավասարման այնպիսի լուծում է, որի եզրային արժեքները փակ մակերևույթի վրա համընկնում են U ֆունկցիայի և նրա նորմալ ածանցյալի՝ $\frac{\partial U}{\partial n}$ -ի արժեքներին /հակադարձ պնդում, որը կբերեր անհրաժեշտ և բավարար պայմանների կատարմանը քննարկվող թեորեմում/։ Ընդհանրապես ասած, այս բանը տեղի չունի։ $\Delta U + k^2 U = 0$ հավասարման լուծումը փնտրելիս չի կարելի կամայական ձևով տալ փակ մակերևույթի վրա և՛ U, և՛ $\frac{\partial U}{\partial n}$ արժեքները, քանի որ տված հավասարման լուծումը միարժեքորեն որոշվում է, երբ փակ մակերևույթի վրա հայտնի են կամ $\mathcal{U}$ -ն /Դիրիխլեի խնդիր/, կամ $\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial n}$ -ը /Նեյմանի խնդիր/. այս պայմաններից միայն մեկին և ճառագայթման պայմանին բավարարելու դեպքում հավասարումը կունենա միարժեք լուծում:

Կիրխհոֆի տեսությունը կարելի է ազատել այս թերությունից, եթե ֆունկցիայի փոխարեն մտցնենք Գրինի համապատասխան ֆունկցիաները՝

$$G_{\mp} = \frac{e^{ikr_1}}{r_1} \mp \frac{e^{ikr_2}}{r_2}, \qquad /4.1/$$

կամ

$$Z_{\mp} = Z_0^{(1)}(kr_1) \mp Z_0^{(1)}(kr_2), \qquad /4.2/$$

համապատասխան եռաչափ և երկչափ դեպքերին: Իրոք, ըստ /3.7/ բանաձևի

$$\mathcal{U}(P) = \frac{1}{4\pi} \int_A \mathcal{U} \frac{\partial G_-}{\partial n} \, dS \qquad /4.3/$$

և

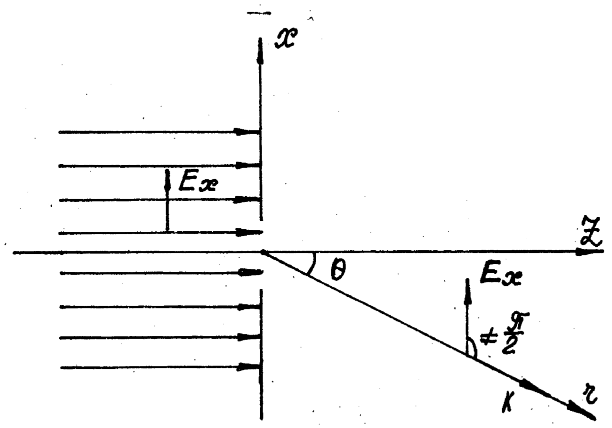
$$\mathcal{U}(P) = \frac{1}{2\pi} \int_{A'} \mathcal{U} \frac{\partial Z_-}{\partial n} \, dS \qquad /4.4/$$

Ըստ /4.3/ և /4.4/ բանաձևերի, միայն $\mathcal{U}$ -ի արժեքը բավարար է դիֆրակցիոն դաշտը որոշելու համար:/4.1/-ը և /4.2/-ը պարունակում են Գրինի երկու տիպի ֆունկցիաներ:Երկրորդ դեպքի ֆունկցիաներով դաշտն արտահայտելիս ինտեգրալի տակ կմնան միայն $\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial n}$ արժեքները:Այսպիսով, Գրինի ֆունկցիայի կիրառումը ազատում է Կիրխհոֆի տեսությունը որոշակի մաթեմատիկական հակասականությունից:Սակայն մնում է շատ ավելի կարևոր հարց՝ ինչպես տալ $\mathcal{U}$ -ի /կամ էլ $\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial n}$ -ի/ արժեքները բացվածքում և էկրանի վրա:Երրորդ ենթաբաժնում, Գրինի ֆունկցիան կառուցելիս, մենք օգտվեցինք Կիրխհոֆի պատկերացումներից, որոնք ճիշտ են միայն մոտավոր ձևով:Մեծ բացվածքների համար, երբ $ka \gg 1$, Կիրխհոֆի դատողությունները ավելի ու ավելի հիմնավոր են դառնում:

Վերադառնանք էներգիայի հաշվեկշռի և նրանից բխող Պոյնտինգի թեորեմի կոպիտ խախտման հարցին:Այս խախտումն ունի երկու, թվում է միմյանց հետ առնչություն չունեցող պատճառներ:Առաջինն այն է, որ փոքր չափերի բացվածքների համար Կիրխհոֆի ենթադրությունները խիստ հակասական են, մինչդեռ մեծ չափերի բացվածքների դեպքում կատարվող մոտավորությունը բավական լավ է, և Պոյնտինգի թեորեմը մնում է ուժի մեջ: Երկրորդ պատճառը, որը փաստորեն այս նույն ֆիզիկական պատճառի մեկ այլ դրսևորման արդյունք է, հետևյալն է: Պոյնտինգի վեկտորի հոսքի հասկացությունը /հենց այս մեծությունն է մտնում Պոյնտինգի թեորեմի մեջ/ իմաստ ունի միայն փակ մակերևույթների համար: Կիրառենք այն մի փակ մակերևույթի նկատմամբ, որն էկրան է, բացվածք էկրանի վրա և անվերջ շառավղով կիսագունդ:Ենթադրենք՝ միջավայրը իրական ֆիզիկական միջավայր է և, հետևաբար, ունի փոքր, բայց վերջավոր կլանում:Այդ դեպքում ինտեգրալը, ըստ կիսագնդի հավասար է զրոյի և մնում է միայն ինտեգրալը ըստ բացվածքի և էկրանի: Քանի որ մեծ չափի բացվածքների համար Կիրխհոֆի ենթադրությունները բավարար մոտավորությամբ ճիշտ են, հոսքը ըստ բացվածքի հավասար է այդ նույն բացվածքի չափի մակերեսի միջով անցնող հոսքին էկրանի բացակայության դեպքում: Այսպիսով, կարելի է հաշվել էներգիայի հոսքը ոչ փակ մակերևույթի միջով, եթե մակերեսը, որով անցնում է հոսքը, մեծ է ալիքի երկարությունից /$ka \gg 1$/:Ասել է, թե ալիքի երկարությունից մեծ չափեր ունեցող բացվածքով էկրանի օգնությամբ կարելի է ,,կտրել,, և չափել այն էներգիան, որն անցնում է բացվածքին համապատասխան մակերեսով և պնդել, որ այդ էկրանի բացակայության դեպքում էլ, նշված մակերեսով կհոսի ընկնող ալիքի էներգիայի նույն քանակությունը:Որքանով այս դատողությունը ճիշտ է, այնքանով էլ Կիրխհոֆի մոտավորությունն առավել հիմնավորված է:

Այժմ մեկ այլ հարց, որը նույնպես պարզաբանում է Կիրխհոֆի տեսության կիրառման սահմանափակությունը: Կիրխհոֆի վերը քննարկված լուծումները վերաբերում են սկալյար ալիքին, մինչդեռ երբ հարցը օրինակ, լույսի ալիքի մասին է մենք գործ ունենք դաշտի $\vec{E}$ և $\vec{H}$ վեկտորների հետ: Դիտարկենք, օրինակ, հարթ ալիքի դիֆրակցիան ճեղքի վրա /Նկ.8/:

Նկ.8-ից երևում է, որ θ անկյան տակ դիֆրակցված ալիքը, եթե այն որոշված է Կիրխհոֆի սկալյար տեսության մոտավորությամբ , այլևս լայնական չէ և, հետևապես, չի բավարարում Մաքսվելի հավասարումներին: Այնուամենայնիվ, մեծ բացվածքների դեպքում, երբ դիֆրակցված ալիքի



Նկ.8

էներգիայի հոսքը հիմնականում ուղղված է փոքր անկյուններով / $\theta \sim 0$/, կարելի է բավարարվել Կիրխհոֆի սկալյար տեսության մոտավորությամբ: Մեկ այլ դեպքում, երբ դիֆրակցիան տեղի է ունենում երկչափ ճեղքի վրա, և երբ ընկնող ալիքի $\vec{E}$ վեկտորը բևեռացված է ճեղքին զուգահեռ, դիֆրակցված ալիքը գլանային է և միշտ կունենա ընկնող ալիքի բևեռացումը. Նշված դժվարությունն այս դեպքի համար վերանում է: Ավելին, դիֆրակցիայի նման խնդիր կարելի է լուծել ամենայն խստությամբ: Համապատասխան մաթեմատիկական խնդիրը կձևակերպվի հետևյալ կերպ.

Պահանջվում է գտնել

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + k^2 E_y = 0$$

ալիքային հավասարման լուծումը, երբ հարթ ալիքը ընկնում է $z=0$ հարթության մեջ տեղադրված իդեալական հաղորդիչ էկրանի բացվածքին ուղղահայաց: Այդ լուծումը պետք է բավարարի հետևյալ պայմաններին՝

$$z \to +\infty, \qquad E_y = f(\theta)\frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}}$$

այսինքն՝ դիֆրակցված ալիքը պետք է ներկայացնի ճեղքից տարամիտող գլանային ալիք.

$$z \to -\infty, \qquad E_y = e^{ikz} - e^{-ikz}$$

այսինքն՝ ճեղքից մեծ հեռավորությունների վրա դաշտը պետք է ներկայացնել որպես ընկնող և անդրադարձված ալիքների գումար:

Էկրանի մակերևույթին $E_y = 0$:

Էկրանից դուրս և բացվածքում E_y-ը և նրա ածանցյալները պետք է լինեն անընդհատ:

Նման դրվածքով խնդիրն անալիտիկ լուծում ունի միայն որոշակի մասնավոր դեպքերում:

Եզրափակենք՝

Կիրխհոֆի մոտավոր սկալյար տեսությունն հավաստի է ալիքի երկարության նկատմամբ մեծ բացվածքների դեպքում,

այն առավել ճիշտ է դիֆրակցիայի փոքր անկյունների դեպքում,

օպտիկական սարքերում, երբ ալիքի երկարությունը շատ փոքր է սարքերը բնորոշող մեծություններից, Կիրխհոֆի սկալյար տեսությունը գտնում է բավարար և արդյունավետ կիրառություն,

Կիրխհոֆի մոտավոր սկալյար տեսությունը ռադիոալիքների տիրույթում ունի կիրառելիության սահմանափակ տիրույթ և, հետևաբար, անհրաժեշտ է այն ճշտել:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

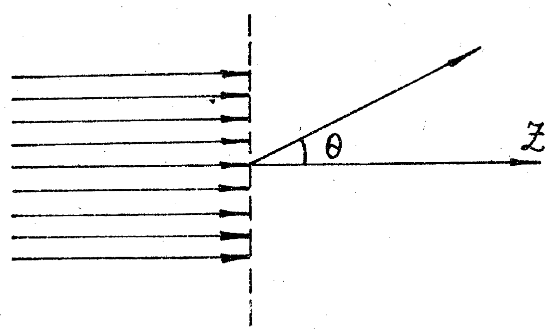
I. Л.И.Мандельштам. Лекции по оптике и др. М.,Наука,1972.
2. М.Борн, Э.Вольф. Основы оптики. М.,Наука,1970.

y

ՌԵԼԵՅԻ ՄԵԹՈԴԸ։ՇԱՏ ՆԵՂ ՃԵՂՔԻ ՎՐԱ ԴԻՖՐԱԿՑԻԱՅԻ ԽՆԴՐԻ ԽԻՍՏ ԼՈՒԾՈՒՄԸ

Դիտարկենք հարթ ալիքի դիֆրակցիայի խնդիրը շատ նեղ անվերջ ճեղքի վրա և նրա լուծումը Ռելեյի մեթոդով։Ընդ որում լինելով մոտավոր, այսինքն՝ ճշգրիտ միայն նեղ ճեղքի համար, այն ունի ֆիզիկական և մաթեմատիկական խիստ հիմնավորում։Ստացվող խիստ լուծումը, մյուս կողմից,հնարավորություն է ընձեռում, համադրելով նրա արդյունքները վերջավոր ճեղքի վրա Կիրխհոֆի մոտավորությամբ ստացված լուծումներին՝ քննարկել այդ մոտավորության մի շարք հարցեր։ Ֆիզիկական բովանդակությամբ Ռելեյի մեթոդը համարժեք է Գրինի ֆունկցիայի մեթոդին. այն կիրառելիս մենք սահմանափակվում ենք միայն էկրանի վրա տրված դաշտի արժեքներով /առանց նորմալ ածանցյալների / և արդյունքները համընկնում են Գրինի ֆունկցիայի մեթոդով ստացվածներին։ Այսպիսով, հենց սկզբից պարզ է, որ բոլոր այն դժվարությունները,որոնք հատուկ էին Գրինի ֆունկցիայի մեթոդին, առկա են Ռելեյի մեթոդում։

Դիտարկենք հարթ ալիքի դիֆրակցիան $z=0$ հարթության մեջ տեղադրված էկրանի ճեղքերի վրա /նկ. 9 /



նկ.9

Ճեղքերի ծնիչները զուգահեռ են $\vec{y}$ առանցքին, E հարթ ալիքը բևեռացված է y հարթության մեջ՝ $\vec{E}=E_y$,դաշտը ընկնում է էկրանին ուղղահայաց՝ z առանցքին զուգահեռ;

Փնտրենք E դաշտը որպես

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}+k^2 E=0 \qquad /5.1/$$

հավասարման լուծում։Այդպիսի մի մասնավոր լուծում կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$e^{i(ux+z\sqrt{k^2-u^2})}, \qquad /5.2/$$

որտեղ u -ն կամայական մեծություն է։ Երբ $|u|<k$, /5.2/-ը ներկայացնում է հաստատուն ամպլիտուդով հարթ ալիք, որը տարածվում է z առանցքի նկատմամբ θ անկյան տակ, ըստ որում՝

$$tg\,\theta=\frac{u}{\sqrt{k^2-u^2}} \qquad /5.3/$$

Երբ $|u|>k$, /5.2/ լուծումը աստիճանացույցով նվազող ալիք է z -ի ուղղությամբ, և վազող ալիք՝ x -ի ուղղությամբ, կախված x -ից սինուսոիդալ օրենքով՝

$$e^{i\,ux-z\sqrt{u^2-k^2}} \qquad /5.4/$$

/5.1/ գծային հավասարման լուծումները կարելի է ներկայացնել որպես /5.2/ ալիքների վերադրում՝

$$E=\sum_m c_m e^{i(u_m x+z\sqrt{k^2-u_m^2})} \qquad /5.5/$$

Ենթադրենք էկրանը պարբերական կառուցվածք է /դիֆրակցիոն ցանց է/։Ընտրենք c_m-ը և u_m -ը այնպես, որ հնարավոր լինի բավարարել եզրային պայմաններին,ասել է՝ դաշտի բաշխվածությանը էկրանի վրա։ Այդ դեպքում շնորհիվ միարժեքության թեորեմի, /5.1/ հավասարման լուծումները պետք է համընկնեն Գրինի ֆունկցիայի օգնությամբ ստացվող լուծումներին։

Դիցուք՝ $z=0$ /էկրանի վրա/ տրված է դաշտի բաշխվածությունը որպես x -ից կախված պարբերական ֆունկցիա՝

$$E(x,0) = f(x),$$

/5.6/

այսինքն՝

$$\sum_m c_m e^{iu_m x} = f(x), \qquad z = 0.$$

/5.7/

/5.7/-ը հնարավոր պայման է։ $f(x)$-ը՝ լինելով պարբերական ֆունկցիա, կարող է ներկայացվել նման Ֆուրյեի շարքի ձևով։Իրոք, բավական է ենթադրել՝

$$u_m = \frac{2\pi}{d} m = \mu m, \qquad \mu = \frac{2\pi}{d},$$

/5.8/

որտեղ՝ $m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$, d-ն ցանցի պարբերությունն է, այսինքն՝ $f(x)$ ֆունկցիայի պարբերությունը, որպեսզի /5.8/ Ֆուրյե շարքի գործակիցները որոշվեն.

$$c_m = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} f(x) e^{-im\mu x} dx$$

/5.9/

Այսպիսով, նշված դիֆրակցիոն խնդրի լուծման բաղադրատոմսը պարզ է։Պետք է որոշել c_m գործակիցները Ֆուրյեի /5.9/ ինտեգրալի ձևով և գրել խնդրի լուծումը հետևյալ տեսքով՝

$$E = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m e^{i(m\mu x + z\sqrt{k^2 - m^2\mu^2})}$$

/5.10/.

Այս շարքի անդամները մեծ m-երի համար / $m > k/\mu$. /աստիճանացույցի օրենքով նվազում են։(Ավելի խիստ՝ ելնելով շարքերի մասին Աբելի թեորեմից, կարելի է ցույց տալ, որ /5.10/-ում անվերջ նվազում է այսպիսի անդամների անվերջ գումարը)։Մեծ հեռավորությունների վրա /5.10/-ում մնում են միայն այնպիսի անդամներ, որոնց համար $m < k/\mu$։ Սրանք համասեռ հարթ ալիքներ են, որոնց համար տեղի ունի հետևյալ պայմանը՝

$$m\mu = k \sin\theta_m, \qquad \sin\theta_m = m\frac{\lambda}{d}$$

/5.11/

Մինչ այժմ դիտարկվում էր անվերջ դիֆրակցիոն ցանց /$f(x)$-ը պարբերական ֆունկցիա էր/։Դիֆրակցիոն խնդրի տեսակետից առավել հետաքրքիր է վերջավոր ցանցի և, վերջապես, մեկ ճեղքի դիտարկումը։Կիրառելով Ռելեյի դատողություններն այս դեպքում գրենք /5.10/-ը Ֆուրյեի ինտեգրալի ձևով /և ոչ թե շարքի/.

$$E(x,z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(u) e^{i(ux \pm z\sqrt{k^2 - u^2})} du$$

/5.11/

/5.11/-ում $g(u)$ ֆունկցիան պետք է որոշել /5.6/ տիպի եզրային պայմանից։ Քանի որ՝

$$E(x,0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(u) e^{iux} du = f(x)$$

/5.6,ա/

ապա՝

$$g(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-iux} dx$$

/5.12/

Հայտնի $g(u)$-ի դեպքում /5.11/-ից, մեծ z-երի համար կարելի է հեշտությամբ հաշվել դիֆրակցիոն դաշտը /մոտավոր հաշվել /5.11/ ինտեգրալը մեծ z-երի համար/։ Մենք կգնանք Կիրխհոֆի ճանապարհով։ Ենթադրենք՝ ճեղքի լայնությունը հավասար է $2a$-ի։Այս դեպքում ըստ Կիրխհոֆի եզրային պայմանների՝

$$f(x) = 1, \qquad |x| \le a;$$

$$f(x) = 0, \qquad |x| > a,$$

/5.13/

Որտեղից՝

$$g(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-a}^{a} e^{-iux} dx = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \; \frac{\sin ua}{u}$$

/5.14/

Այժմ տեղադրենք /5.14/-ը /5.11/-ի մեջ և հաշվենք ինտեգրալը մոտավոր ձևով գերարագ վայրընթացի եղանակով: Շատ մեծ x -երի և z -երի համար /5.11/ ինտեգրալում ներդրում տալիս են u -ի այն արժեքները, որոնք համապատասխանում են ,,թամբային,, կետին այն է՝

$$\frac{\partial}{\partial u}\left(ux + z\sqrt{k^2 - u^2}\right) = 0$$

/5.15,ա/

պայմանին:

Մտցնենք գլանային կոորդինատային համակարգ՝

$$x = \rho \sin\theta$$

$$z = \rho \cos\theta$$

/5.15,բ/

/5.15/-ից կստանանք՝

$$x - \frac{uz}{\sqrt{k^2 - u^2}} = 0 \qquad \text{և} \qquad u = k\sin\theta$$

Այսպիսով՝

$$E(\rho, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cos\theta \; \frac{\sin(ka\sin\theta)}{k\sin\theta} \cdot \frac{e^{i(k\rho - \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{\rho}}$$

/5.16/

Ստացանք դիֆրակցիոն երկչափ խնդրի համար երրորդ ենթաբաժնում Գրինի ֆունկցիայի մեթոդով ստացված արտահայտությունը: Արված մոտավոր հաշվարկը ենթադրում էր, որ $\cos\theta \sim 1$, այսինքն՝ $z\cos\theta >> 1$: Այլ խոսքով՝ /5.16/-ը ճիշտ է դիֆրակցիայի փոքր անկյունների դեպքում:

Այսպիսով, Ռելեյի մեթոդը նույնպես հնարավորություն է տալիս որոշել ճեղքի դիֆրակցիոն դաշտը և քավականաչափ կարճ ալիքների /կամ մեծ բացվածքների/ դեպքում բերում է հավաստի արդյունքների: Փոքր չափսի բացվածքների դեպքում, ինչպես արդեն նշել ենք, Կիրխհոֆի եզրային պայմանները կոռեկտ չեն և բերում են սխալ արդյունքների: Այս առումով դիտարկենք շատ նեղ ճեղքի սահմանային դեպքը և, ելնելով Ռելեյի

պատկերացումներից, տանք խնդրի խիստ լուծումը այս մասնավոր դեպքի համար:

Խնդրին համապատասխանում է նկ.9-ում պատկերված դեպքը: Ալիքը բևեռացված է $y = 0$ հարթության մեջ / $E = E_y$ /: Մենք փնտրում ենք երկչափ, $2a$ լայնության, անվերջ ճեղքի դիֆրակցիոն դաշտը:

Ճշգրիտ տեսության նպատակն է որոշել $E(x,z)$ դիֆրակցիոն դաշտը, որը

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + k^2 E = 0$$

հավասարման լուծումն է և բավարարում է հետևյալ պայմաններին՝

E-ն և $\frac{\partial E}{\partial z} = ikH$ -ն անընդհատ են էկրանից դուրս և ճեղքի վրա,

$z = 0$, $|x| > a$, $E_y = 0$ եզրային պայմանը իդեալական հաղորդիչի վրա,

$z = -\infty$ -ում /ընկնող ալիքի կողմից/ դաշտը գրվում է հետևյալ ձևով՝

$$E = e^{ikz} - e^{-ikz} + \varphi(x, z)$$

E -ի համար գրված պայմաններից հետևում է, որ $z = 0$ հարթությունից դուրս φ -ն և $\frac{\partial \varphi}{\partial z}$ -ն անընդհատ են, սակայն, երբ $z = 0$, $|x| \leq a$ /ճեղքի վրա/, φ -ն անընդհատ է, մինչդեռ $\frac{\partial \varphi}{\partial z}$ -ը ունի թռիչք՝ $\left.\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right|_{z=-0}^{z=+0} = 2ik$:Իրոք՝

$E(x,0) = \varphi(x,0)$ անընդհատ է:

$$\frac{\partial E}{\partial z} = 2ik + \left.\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right|_{z=-0}, \qquad z \leq 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial z} = \left.\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right|_{z=+0}, \qquad z \geq 0$$

/Ա/

Ամենուր էկրանի վրա / $z = 0$, $|x| > a$ / $\varphi = 0$: Իրոք՝

$$E(x,0)\Big|_{|x|>a} = 0, \qquad \varphi(x,0)\Big|_{|x|>a} = 0$$

Այսպիսով, եթե գրենք՝

$$\varphi(x, 0) = f(x),$$

ապա՝

$$f(x) = 0 \quad , \text{ երբ } \quad |x| > a \quad /Բ/$$

φ -ն ձգտում է զրոյի, երբ $z \to \pm\infty$ և նկարագրում է էկրանից երկու կողմ տարածվող ալիքներ: /Գ/

Խնդրի լուծումը փնտրենք /5.11/-ի նմանությամբ՝

$$\varphi(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} g(u) \exp\left[i\left(ux \pm z\sqrt{k^2 - u^2}\right)\right] du \qquad /5.17/$$

Վերցնելով /5.11/-ում +, երբ $z > 0$ կամ −, երբ $z < 0$, ինտեգրալի նշանի տակ կբավարարենք վերջին՝ /Գ/ պայմանին:
Երբ $z = 0$,

$$\varphi(x, 0) = f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} g(u)\, e^{iux}\, du$$

և

$$g(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, e^{-iux}\, dx$$

Օգտվելով /Բ/ պայմանից՝

$$g(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-a}^{a} f(x)\, e^{-iux}\, dx \qquad /5.18/$$

Մնում է բավարարել /Ա/ պայմանին: Այդ նպատակով պետք է ընտրել համապատասխան $f(x)$ ֆունկցիա $|x| \le a$ տիրույթում: Սա է դիտարկվող խնդրի լուծման էությունը:

/5.17/-ով արտահայտված $\varphi(x, z)$ ֆունկցիան անընդհատ է ցանկացած $g(u)$ -ի համար $z = 0$ -ում: Անհրաժեշտ է բավարարել $\frac{\partial \varphi}{\partial z}$ -ի թռիչքի պայմանին: Ածանցենք /5.17/ -ը ըստ z -ի և գրենք՝

$$\left.\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right|_{z=-0}^{z=+0} = i\int_{-\infty}^{\infty} g(u)\sqrt{k^2 - u^2}\, e^{iux}\, du - i\int_{-\infty}^{\infty} g(u)\left(-\sqrt{k^2 - u^2}\right) e^{iux}\, du =$$

$$= 2i \int_{-\infty}^{\infty} g(u)\sqrt{k^2 - u^2}\, e^{iux}\, du$$

/Ա/ պայմանը $\frac{\partial \varphi}{\partial z}$ -ի թռիչքի համար $z = 0$-ում կլինի՝

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(u)\sqrt{k^2 - u^2}\, e^{iux}\, du = k, \quad |x| < a \qquad /5.19/$$

և $g(u)$ -ն արտահայտվում է $f(x)$ -ով՝ ըստ /5.18/-ի:

Մինչև հիմա դատողությունները ընդհանուր էին: Այժմ անցնենք մեզ հետաքրքրող նեղ ճեղքի դեպքին, երբ $ka \ll 1$: Կարելի է ցույց տալ, որ այս դեպքում հնարավոր է գտնել $f(x)$ ֆունկցիայի տեսքը: Դեռ Ռելեյը ժամանակին ցույց էր տվել, որ դաշտի բաշխվածությունը շատ նեղ ճեղքի վրա ենթարկվում է հետևյալ օրինաչափությանը՝

$$f(x) = \frac{k}{i}\sqrt{a^2 - x^2} \qquad /5.20/$$

Ցույց տանք, որ /5.20/-ը $a \ll \lambda$ և $ka \ll 1$ պայմանների դեպքում որոշակի ճշտությամբ կբերի /5.19/ պայմանի կատարմանը:

/5.20/-ի դեպքում /5.18/-ը կգրվի՝

$$g(u) = \frac{k}{2\pi i}\int_{-a}^{a} \sqrt{a^2 - x^2}\, e^{-iux}\, dx =$$

$$= \frac{ka^2}{2\pi i}\int_{-1}^{1} \sqrt{1 - \mu^2}\, e^{-iu\mu a}\, d\mu = \frac{ka^2}{2i}\,\frac{J_1(ua)}{ua}, \qquad /5.21/$$

եթե օգտվենք

$$\int_{0}^{1} \sqrt{1 - \mu^2}\, \cos\alpha\mu\, d\mu = \frac{\pi}{2}\,\frac{J_1(\alpha)}{\alpha}$$

բանաձևից:

Մնում է ցույց տալ, որ $g(u)$ -ի համար ստացված /5.21/ արտահայտությունը թույլ է տալիս մոտավոր ձևով ապահովել /5.19/ պայմանի կատարումը:

$$\frac{1}{k}\int_{-\infty}^{\infty} g(u)\sqrt{k^2-u^2}\,e^{iux}\,du = \frac{a}{i}\int_{0}^{\infty}\frac{J_1(au)}{u}\sqrt{k^2-u^2}\cos ux\,du =$$

$$= I_1 + I_2 + I_3 = 1$$

որտեղ՝

$$I_1 = a\int_0^{\infty} J_1(au)\cos ux\,du,$$

$$I_2 = a\int_0^{k} J_1(au)\cos ux\left[\frac{\sqrt{k^2-u^2}}{iu} - 1\right]du$$

$$I_3 = a\int_k^{\infty} J_1(au)\cos ux\left[\frac{\sqrt{k^2-u^2}}{iu} - 1\right]du$$

Առաջին ինտեգրալը վերցվում է առանց մոտավորության.

$$\int_0^{\infty} J_1(\xi)\cos\left[\xi\left(\frac{x}{a}\right)\right]d\xi = \begin{cases} 1, & \left|\frac{x}{a}\right| \le 1 \\ 1 - \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1}}, & \left|\frac{x}{a}\right| > 1, \end{cases}$$

որտեղ $\xi = au$ ։Այսպիսով, $I_1 = 1$։

Երկրորդ և երրորդ ինտեգրալները կգնահատենք մոտավորապես։
Նախ՝ $|u| < k$.

$$\left|\frac{\sqrt{k^2-u^2}}{iu} - 1\right| = \left|\frac{\sqrt{k^2-u^2} - iu}{iu}\right| = \frac{\sqrt{k^2-u^2+u^2}}{u} = \frac{k}{u}, \quad J_1(au) < const\cdot ua,$$

$$I_2 < a\int_0^{k} |J_1(au)||\cos ux|\cdot\frac{k}{u}\,du < ka^2 const\int_0^{k} du = const\cdot k^2a^2$$

Ապա՝ $|u| > k$.

$$\left|\frac{\sqrt{u^2-k^2}}{u} - 1\right| = \left|\frac{\sqrt{u^2-k^2} - u}{u}\right| = \left|\frac{u^2-k^2-u^2}{u(\sqrt{u^2-k^2}+u)}\right| \le \frac{k^2}{u^2}, \quad J_1(au) < 1$$

և

$$I_3 < ak^2\int_k^{\infty}\frac{du}{u^2} = ak$$

Այսպիսով՝

$$I_1 + I_2 + I_3 = 1 + O(ka)$$

և /5.19/ թռիչքի պայմանը կատարվում է (ka) -ի ճշտությամբ /հիշենք, որ $ka \ll 1$ /։

Այսպիսով՝

$$g(u) = \frac{ka}{2i}\,\frac{J_1(au)}{u}$$

Դիֆրակցիոն դաշտը կարելի է հաշվել դարձյալ գերարագ մայրընթացի եղանակով, /5.17/ ինտեգրալից՝

$$E(\rho,\theta) = \varphi(\rho,\theta)_{z>0} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\cdot\frac{ka}{2i}\,\frac{e^{i(k\rho-\frac{\pi}{4})}}{\sqrt{\rho}}\cos\theta\cdot\frac{J_1(ka\sin\theta)}{k\sin\theta}$$

/5.22/

/5.22/-ը ka -ի ճշտությամբ $/ka \ll 1/$ նեղ ճեղքի վրա երկչափ դիֆրակցիոն խնդրի խիստ լուծումն է և տարբերվում է մեծ ճեղքի համար Կիրխհոֆի մոտավորությամբ Գրինի ֆունկցիայի մեթոդով ստացված բանաձևից՝ /5.16/-ից։

Երկու դեպքում էլ ճեղքից տարածվում են գլանային ալիքներ։/5.16/ և /5.22/ լուծումներն ունեն նաև ուրիշ որակական ընդհանուր գծեր, սակայն քանակական տարբերությունն ակնհայտ է։

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Л.И.Мандельштам. Лекции по оптике и др. М.,Наука,1972.

ԳՐԻՆԻ ԲԱՆԱՁԵՎԻ ՎԵԿՏՈՐԱԿԱՆ ՀԱՄԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆԸ: ԿԻՐԽՀՈՖԻ ԻՆՏԵԳՐԱԼ ԲԱՆԱՁԵՎԵՐԻ ԱՐՏԱԾՈՒՄԸ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

Էլեկտրամագնիսական ալիքների դեպքում Կիրխհոֆի սկալյար տեսությունը կարելի է կիրառել միայն որոշակի վերապահումներով: Իմաստ ունի, հետևաբար, հետազոտել այն հարցը, թե ինչպես կարելի է համարժեք տեսություն ստեղծել, ելնելով Մաքսվելի հավասարումներից: Նման ընդհանրացում էլեկտրամագնիսական ալիքների համար արել է Կոտլերը, և ստեղծված տեսությունը երբեմն անվանում են Կիրխհոֆ-Կոտլերի տեսություն:

Ելակետը հանդիսանում է Գրինի բանաձևի վեկտորական համաբանությունը /անալոգ/: Անցնենք այս բանաձևի արտածմանը:

Դիցուք՝ $\vec{P}$ և $\vec{Q}$ վեկտորական ֆունկցիաներն անընդհատ են և ունեն առնվազն մինչև երկրորդ կարգի անընդհատ ածանցյալներ v տիրույթում, ընդհուպ մինչև այդ տիրույթը սահմանափակող S մակերևույթը: Գրենք այս ֆունկցիաների համար Գաուս-Օստրոգրադսկու բանաձևը.

$$\int_v \operatorname{div}[\vec{P}\operatorname{rot}\vec{Q}]\,dv = \oint_S [\vec{P}\operatorname{rot}\vec{Q}]_n\,dS \qquad /6.1/$$

Քանի որ՝

$$\operatorname{div}[\vec{P}\operatorname{rot}\vec{Q}] = \operatorname{rot}\vec{P}\operatorname{rot}\vec{Q} - \vec{P}\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{Q}$$

ապա՝

$$\int_v (\operatorname{rot}\vec{P}\operatorname{rot}\vec{Q} - \vec{P}\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{Q})\,dv = \oint_S [\vec{P}\operatorname{rot}\vec{Q}]_n\,dS \qquad /6.1,ա/$$

Գրված արտահայտությունները սիմետրիկ են $\vec{P}$ և $\vec{Q}$ վեկտորների նկատմամբ, կարելի է գրել նաև՝

$$\int_v (\operatorname{rot}\vec{Q}\operatorname{rot}\vec{P} - \vec{Q}\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{P})\,dv = \oint_S [\vec{Q}\operatorname{rot}\vec{P}]_n\,dS \qquad /6.1,բ/$$

Հանելով, համապատասխանորեն, միմյանցից /6.1,ա/ և /6.1,բ/ հավասարումների աջ և ձախ մասերը, կստանանք՝

$$\int_v (\vec{Q}\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{P} - \vec{P}\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{Q})\,dv = \oint_S \{[\vec{P}\operatorname{rot}\vec{Q}] - [\vec{Q}\operatorname{rot}\vec{P}]\}_n\,dS \qquad /6.2/$$

/6.2/-ը Գրինի բանաձևի վեկտորական համաբանությունը, ընկած է Կիրխհոֆի էլեկտրամագնիսական տեսության հիմքում: Ընդունենք, որ /6.2/-ում $\vec{P} \equiv \vec{E}$, $\vec{Q} = \vec{a}\,\frac{e^{ikr}}{r} = \vec{a}\,\varphi$, ընդ որում՝ r-ը որոշված է ճիշտ այնպես, ինչպես սկալյար դեպքում, իսկ $\vec{a}$-ն կամայական հաստատուն վեկտոր է; $\vec{E}$-ն էլեկտրամագնիսական դաշտի էլեկտրական վեկտորն է և $\vec{H}$ վեկտորի հետ բավարարում է վակուումում Մաքսվելի հավասարումներին՝

$$\operatorname{rot}\vec{H} = -i\frac{\omega}{c}\vec{E} + \frac{4\pi}{c}\vec{j} \qquad /6.3,ա/$$

$$\operatorname{rot}\vec{E} = i\frac{\omega}{c}\vec{H} \qquad /6.3,բ/$$

$$\operatorname{div}\vec{H} = 0 \qquad /6.3,գ/$$

$$\operatorname{div}\vec{E} = 4\pi\rho \qquad /6.3,դ/$$

Կատարենք ձևափոխություններ /6.2/-ում գրված արտահայտությունների հետ:

Նախ՝

$$\operatorname{rot}\vec{Q} = \operatorname{rot}(\vec{a}\varphi) = \varphi\operatorname{rot}\vec{a} + [\operatorname{grad}\varphi\cdot\vec{a}] = [\operatorname{grad}\varphi\cdot\vec{a}],$$

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{Q} = \operatorname{rot}[\operatorname{grad}\varphi\cdot\vec{a}] = \operatorname{grad}\varphi\operatorname{div}\vec{a} - \vec{a}\operatorname{div}\operatorname{grad}\varphi +$$

$$+(\vec{a}\operatorname{grad})\operatorname{grad}\varphi - (\operatorname{grad}\varphi\cdot\operatorname{grad})\vec{a} = -\vec{a}\operatorname{div}\operatorname{grad}\varphi + (\vec{a}\operatorname{grad})\operatorname{grad}\varphi$$

Քանի որ $\varphi = \frac{e^{ikr}}{r}$ ֆունկցիան բավարարում է $\Delta\varphi + k^2\varphi = 0$ հավասարմանը, ապա՝

$$\operatorname{div}\operatorname{grad}\varphi = \Delta\varphi = -k^2\varphi$$

Դիտենք հետևյալ նույնությունը՝

$$grad(\vec{a}\,grad\varphi) = (\vec{a}\,grad)\,grad\varphi + (grad\varphi\,grad)\vec{a} +$$
$$[\vec{a}\,rot\,grad\varphi] + [grad\varphi\,rot\,\vec{a}] = (\vec{a}\,grad)\,grad\varphi$$

Այսպիսով՝

$$rot\,rot\,\vec{Q} = \kappa^2\varphi\vec{a} + grad(\vec{a}\,grad\varphi)$$

Այնուհետև, օգտվելով /6.3,ա/ և /6.3,բ/ -ից, կստանանք՝

$$rot\,rot\,\vec{P} = rot\,rot\,\vec{E} = i\frac{\omega}{c}\,rot\,\vec{H} = \frac{\omega^2}{c^2}\vec{E} + \frac{4\pi i\omega}{c^2}\vec{j} =$$
$$= \kappa^2\vec{E} + \frac{4\pi i\omega}{c^2}\vec{j}$$

Արված ձևափոխությունները թույլ են տալիս /6.2/-ը գրել հետևյալ տեսքով՝

$$\int_v \left[\vec{a}\varphi\left(\kappa^2\vec{E} + \frac{4\pi i\omega}{c^2}\vec{j}\right) - \vec{E}\left(\kappa^2\varphi\vec{a} + grad(\vec{a}\,grad\varphi)\right)\right] dv =$$
$$= \oint_S \left\{[\vec{E}[grad\varphi\cdot\vec{a}]] - \varphi[\vec{a}\,rot\,\vec{E}]\right\}_n dS,$$

այսինքն՝

$$\vec{a}\,\frac{4\pi i\omega}{c^2}\int_v \vec{j}\varphi\,dv - \int_v \vec{E}\,grad(\vec{a}\,grad\varphi)\,dv =$$
$$= \oint_S \left\{\vec{n}[\vec{E}[grad\varphi\cdot\vec{a}]] - \varphi\vec{n}[\vec{a}\,rot\,\vec{E}]\right\} dS$$

Շարունակենք պարզեցումները. դիտարկենք հետևյալ նույնությունը՝

$$div\{(\vec{a}\,grad\varphi)\vec{E}\} = \vec{E}\,grad(\vec{a}\,grad\varphi) + (\vec{a}\,grad\varphi)\,div\,\vec{E}$$

որի օգնությամբ՝

$$\int_v \vec{E}\,grad(\vec{a}\,grad\varphi)\,dv = \int_v div\{(\vec{a}\,grad\varphi)\vec{E}\}\,dv - \int_v (\vec{a}\,grad\varphi)\,div\,\vec{E}\,dv$$

Գաուս -Օստրոգրադսկու բանաձևի համաձայն՝

$$\int_v div\{(\vec{a}\,grad\varphi)\vec{E}\}\,dv = \oint_S (\vec{a}\,grad\varphi)(\vec{n}\vec{E})\,dS = \vec{a}\oint_S grad\varphi(\vec{n}\vec{E})\,dS$$

Հետո՝

$$\vec{n}[\vec{E}[grad\varphi\cdot\vec{a}]] = [[\vec{n}\vec{E}]grad\varphi]\,\vec{a}, \qquad \vec{n}[\vec{a}\,rot\,\vec{E}] = -\vec{a}\,i\kappa[\vec{n}\vec{H}]$$

/6.3/ -ից ունենք՝

$$div\,\vec{E} = 4\pi\rho$$

Ի վերջո, /6.2/-ը կգրվի հետևյալ կերպ՝

$$\vec{a}\,\frac{4\pi i\omega}{c^2}\int_v \vec{j}\varphi\,dv - \vec{a}\oint_S grad\varphi(\vec{n}\vec{E})\,dS + 4\pi\vec{a}\int_v \rho\,grad\varphi\,dv =$$
$$= \vec{a}\oint_S [[\vec{n}\vec{E}]grad\varphi]\,dS - \vec{a}\,i\kappa\oint_S \varphi[\vec{H}\vec{n}]\,dS$$

Կրճատենք հավասարման երկու կողմերի նույն հաստատուն $\vec{a}$ վեկտորը և հավաքենք ինտեգրալները ըստ փակ մակերևույթի հավասարման աջ մասում.

$$\frac{4\pi i\omega}{c^2}\int_v \vec{j}\varphi\,dv + 4\pi\int_v \rho\,grad\varphi\,dv =$$
$$= \oint_S \left\{grad\varphi(\vec{n}\vec{E}) + [[\vec{n}\vec{E}]grad\varphi] + i\kappa[\vec{n}\vec{H}]\varphi\right\} dS \qquad /6.4/$$

Ստացված /6.4/ հավասարման մեջ, նրա աջ մասում, ինտեգրալի նշանի տակ մտնում են $(\vec{n}\vec{E})$, $[\vec{n}\vec{E}]$ և $[\vec{n}\vec{H}]$ մեծությունները: Նման արտահայտություններով որոշվում էին, համապատասխանաբար, էլեկտրական դաշտի նորմալ ու տանգենցիալ և մագնիսական դաշտի տանգենցիալ բաղադրիչների թռիչքները՝ սահմանային պայմաններին բավարարելիս: Ըստ որում՝ $(\vec{n}\vec{E})$ արտահայտությունը համապատասխանում էին մակերևույթի վրա մակածվող լիցքերը, $[\vec{n}\vec{H}]$ -ին՝ էլեկտրական հոսանքները: Տեխնիկայում երբեմն էլ ընդունված է $[\vec n \vec E]$ մեծությունը համաբանորեն անվանել ,,մագնիսական հոսանք,, , իսկ հանդիպող $(\vec n \vec H)$-ը՝ „մագնիսական լիցք,, :Իհարկե, ոչ մի իրական մագնիսական լիցքերի և մագնիսական հոսանքների մասին խոսք լինել չի կարող:Սակայն մտցնելով նման մտացածին մեծություններ, հնարավոր է ալիքները տարաբաժանել ըստ նրանց բևեռացումների / E և H /:Ավելորդ է ասել, որ ցանկացած խնդիր սկզբունքորեն կարելի է լուծել մինչև վերջ՝ առանց այս գործողությունը կատարելու:

Վերադառնանք /6.4/ հավասարմանը:Այնտեղ $\varphi = \frac{e^{ikr}}{r}$ ֆունկցիան $r = 0$ / P / կետում ունի հատուկ կետ:Նույն ձևով, ինչպես անում էինք Կիրխհոֆի սկալյար տեսությունը քննարկելիս, շրջափակենք այդ կետը ε շառավղով S' գնդային մակերևույթով և ենթադրենք , որ S և S' մակերևույթներով սահմանափակված տիրույթում լիցքեր և հոսանքներ չկան, այսինքն՝ այնտեղ $\vec j = 0$ և $\rho = 0$: /6.4/ հավասարման ձախ մասը այդ դեպքում հավասար է զրոյի, իսկ աջ մասում ինտեգրումը կգնա $S+S'$ մակերևույթներով:Ձգտեցնենք S' գնդային մակերևույթի ε շառավիղը զրոյի և հաշվենք S' մակերևույթով տարվող ինտեգրման արդյունքն այս դեպքում՝

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{S'}\left\{\vec r_0\frac{e^{ik\varepsilon}}{\varepsilon}\left(ik-\frac{1}{\varepsilon}\right)(\vec n\vec E)+[[\vec n\vec E]\vec r_0]\frac{e^{ik\varepsilon}}{\varepsilon}\left(ik-\frac{1}{\varepsilon}\right)+ik[\vec n\vec H]\frac{e^{ik\varepsilon}}{\varepsilon}\right\}\varepsilon^2\,d\Omega =$$

$$= -\int_{S'}\left\{\vec r_0(\vec n\vec E)+[[\vec n\vec E]\vec r_0]\right\}d\Omega = 4\pi\vec E(P).$$

Հետևաբար՝

$$\vec E(P)=\frac{1}{4\pi}\int_{S}\left\{ik\varphi[\vec n\vec H]+[[\vec n\vec E]\,\mathrm{grad}\,\varphi]+\mathrm{grad}\,\varphi\,(\vec n\vec E)\right\}dS \qquad /6.5/$$

/6.5/-ը /2.6/ բանաձևի էլեկտրամագնիսական համաբանությունն է:Այն ասում է, որ կամայական կետում դաշտի մեծությունը որոշվում է միարժեքորեն, եթե այդ կետը շրջափակող S փակ մակերևույթի վրա տրված են էլեկտրական և մագնիսական դաշտերի արժեքները:

Ակնհայտ է, որ մագնիսական դաշտի մեծությունը՝ $\vec H(P)$-ն, կարելի է հաշվել նույն ձևով:Ավելի հեշտ է, սակայն, այն ստանալ /6.5/-ից կատարելով էլեկտրամագնիսական ալիքների սիմետրիայի հատկություններից բխող

$$\vec E \to \vec H \qquad \text{և} \qquad \vec H \to -\vec E$$

փոխանակումները՝

$$\vec H(P)=\frac{1}{4\pi}\int_{S}\left\{ik\varphi[\vec n\vec E]-[[\vec n\vec H]\,\mathrm{grad}\,\varphi]-\mathrm{grad}\,\varphi\,(\vec n\vec H)\right\}dS \qquad /6.6/$$

Ստացված /6.5/ և /6.6/ արտահայտությունները Կիրխհոֆի ինտեգրալ բանաձևերն են՝ գրված էլեկտրամագնիսական ալիքների համար:Դրանք դեռևս ոչ մի մոտավորություն չեն պարունակում և,ինչպես սկալյար տեսությունում, կարող են հիմք հանդիսանալ համապատասխան մոտավոր դիֆրակցիոն բանաձևերի ստացման համար:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

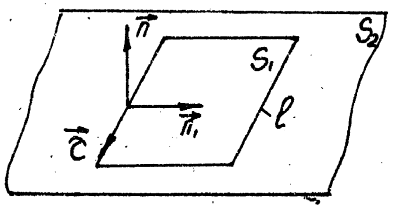
I. Дж.Стреттон. Теория электромагнетизма.М.,ГИТТЛ,1948.

VII

ՁԵՎԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ԿԻՐԽՀՈՖԻ ԻՆՏԵԳՐԱԼՆԵՐԻ ՀԵՏ ԷԿՐԱՆԻ ՎՐԱ ԱՌԱՋԱՑՎԱԾ ԲԱՑՎԱԾՔԻ ԴԵՊՔՈՒՄ: ԿԻՐԽՀՈՖԻ ԴԻՖՐԱԿՑԻՈՆ ԻՆՏԵԳՐԱԼԸ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ: ՈՒՂՂՈՐԴՎԱԾՈՒԹՅԱՆ ԴԻԱԳՐԱՄԻ ՀԱՍԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆԸ

Այժմ անցնենք դիֆրակցիայի Կիրխհոֆի տեսությանն էլեկտրամագնիսական ալիքների համար, որը երբեմն էլ անվանում են Կիրխհոֆ-Կոտլերի մեթոդ: Ելնենք նախորդ ենթաբաժիններում ստացված /6.5/և/6.6/ ինտեգրալ բանաձևերից: Այդ բանաձևերի ֆիզիկական բովանդակությունը կարելի է ներկայացնել հետևյալ ձևով. կամայական P կետում ստեղծված դաշտի արժեքը պայմանավորված է այդ կետը պարփակող մակերևույթի վրա տրված $[\vec{n}\vec{H}]$ էլեկտրական, $[\vec{n}\vec{E}]$ „մագնիսական հոսանքներով“ և $(\vec{n}\vec{E})$ էլեկտրական, $(\vec{n}\vec{H})$ „մագնիսական լիցքերով“:

Դիտարկենք այն դեպքը, երբ S-ը փակ մակերևույթ չէ, և նրա վրա արված է բացվածք /նկ.10/.



Նկ.10

Նկ.10-ում $\vec{n}$-ը S_2 մակերևույթի նորմալն է, $\vec{n}_1$-ը՝ տված կետում մակերևույթը սահմանափակող ℓ կոնտուրի նորմալը և $[\vec{n}_1\vec{n}]=\vec{\tau}$ ℓ կոնտուրին տանգենցիալ միավոր վեկտորը:

Մենք դիտարկում ենք էլեկտրամագնիսական ալիքի դիֆրակցիան S_1 բացվածքի վրա: Կիրխհոֆի եզրային պայմանները մենք կգրենք հետևյալ ձևով՝

$$\begin{aligned}&\vec{E}_2=\vec{H}_2=0 &&\frac{\partial\vec{H}_2}{\partial\vec{n}}=\frac{\partial\vec{E}_2}{\partial\vec{n}}=0 && S_2\text{-ի վրա}\\ &\vec{E}=\vec{E}_{\text{ընկնող}}, && \vec{H}_1=\vec{H}_{\text{ընկնող}} && S_1\text{-ի վրա}\end{aligned}\qquad /7.1/$$

/7.1/ եզրային պայմաններից հետևում է, որ ℓ կոնտուրի վրա $\vec{E}$ և $\vec{H}$ ֆունկցիաները, ինչպես նաև նրանց նորմալ ածանցյալներն ունեն թռիչք: Այսպիսով, /6.5/ և /6.6/ բանաձևերը ուղղակիորեն կիրառել կնշանակի խախտել խնդրի կոռեկտությունը, քանի որ սրանք արտածելիս մենք ենթադրել էինք, որ $\vec{E}$ և $\vec{H}$ ֆունկցիաներն անընդհատ են, և ունեն առնվազն մինչև երկրորդ կարգի անընդհատ ածանցյալներ: Այս հանգամանքը, իրոք, բերում է հակասության. ըստ Կիրխհոֆի եզրային պայմանների, դաշտի արժեքը P կետում կլինի՝

$$\vec{E}(P)=-\frac{1}{4\pi}\int_{S_1}\left\{ik[\vec{n}\vec{H}]\varphi+[[\vec{n}\vec{E}]\operatorname{grad}\varphi]+\operatorname{grad}\varphi(\vec{n}\vec{E})\right\}dS \qquad /7.2,ա/$$

$$\vec{H}(P)=\frac{1}{4\pi}\int_{S_1}\left\{ik[\vec{n}\vec{E}]\varphi-[[\vec{n}\vec{H}]\operatorname{grad}\varphi]-\operatorname{grad}\varphi(\vec{n}\vec{H})\right\}dS \qquad /7.2,բ/$$

Այս ձևով գրված դաշտերը չեն բավարարում $div\,\vec{E}(P)=0$ և $div\,\vec{H}(P)=0$ հավասարումներին, այսինքն՝ P կետում էլեկտրամագնիսական դաշտը լայնական չէ: Այս հանգամանքը նշվել էր չորրորդ ենթաբաժնում, Կիրխհոֆի տեսության քննադատությանը նվիրված հարցերը քննարկելիս:

Անենք հետևյալ դատողությունները: Հայտնի է, որ իդեալական հաղորդիչ մակերևույթի վրա մագնիսական դաշտի տանգենցիալ բաղադրիչների եզրային պայմանը հետևյալն է՝

$$\frac{c}{4\pi}[\vec{n},(\vec{H}_2-\vec{H}_1)]=\hat{\vec{j}}, \qquad /7.3/$$

որտեղ $\hat{\vec{j}}$-ն էլեկտրական հոսանքի մակերևութային խտությունն է: Ուսումնասիրենք $\hat{\vec{j}}$-ի վարքը՝ ℓ կոնտուրին անվերջ մոտենալիս: H_2-ը ընկնող դաշտի, իսկ $\vec{H}_1$-ը անդրադարձվող դաշտի մագնիսական բաղադրիչների արժեքներն են S_2 մակերևույթի մոտ: Եթե S_2-ի վրա $\vec{H}_2=0$, ապա՝

$$\hat{\vec{j}}=-\frac{c}{4\pi}[\vec{n}\vec{H}_1] \qquad /7.4/$$

Օգտվենք անընդհատության հավասարումից՝

$$div\,\vec{j} - i\omega\rho = 0$$

/7.5/

և

$$\int_v div\,\vec{j}\,dv = i\omega\int_v \rho\,dv\,.$$

/7.5,բ/

Անցնենք /7.5,բ/-ում հոսանքի խտությունից նրա մակերևութային խտությանը և արտագրենք /7.5,բ/-ն մի ձևով, որտեղ div օպերատորն ունի երկչափ իմաստ՝

$$\int_S div\,\hat{\vec{j}}\,ds = i\omega\int_l \sigma\,dl\,,$$

/7.6/

որտեղ σ-ն լիցքերի գծային խտությունն է l կոնտուրի վրա։

Գրենք Գաուս-Օստրոգրադսկու բանաձևը այս երկչափ դեպքի համար՝

$$\int_{S_1} div\,\hat{\vec{j}}\,ds = \oint_l \hat{\vec{j}}_{n_1}\,dl = i\omega\oint_l \sigma\,dl$$

/7.7/

և

$$\sigma = \frac{1}{i\omega}(\vec{n}_1\hat{\vec{j}})$$

/7.8/

/7.8/ և /7.4/ բանաձևերի համադրումից վերջնականապես կունենանք՝

$$\sigma = \frac{-c}{4\pi i\omega}\vec{n}_1[\vec{n}\vec{H}_1] = \frac{-c}{4\pi i\omega}[\vec{n}_1\vec{n}]\vec{H}_1 = \frac{-1}{4\pi i k}(\vec{\tau}\vec{H}_1)$$

/7.9/.

/7.9/-ով որոշվում է այն լիցքերի գծային խտությունը, որոնք առաջանում են l կոնտուրին մոտենալիս $\hat{j}_{n_1}$ մակերևութային հոսանքների ընդհատումից/շնորհիվ այն բանի, որ S_2 մակերևույթի վրա կա բացվածք/։ Հասկանալի է, որ այս լիցքերը կառաջացնեն լրացուցիչ դաշտեր, որոնք հաշվի չեն առնվել /7.2/ ինտեգրալ բանաձևերն արտածելիս։

Վերադառնանք /6.4/ հավասարմանը, որն ստացվել էր Գրինի վեկտորական բանաձևերից /ենթաբաժին վեցերորդ/ ։Քանի որ այնտեղ S

մակերևույթը փակ էր,և նրանով սահմանափակված ծավալում լիցքեր չկային, այդ հավասարման ձախ մասը, որը չէր պարունակում հոսանքներ և լիցքեր, ենթադրվել էր հավասար զրոյի։ Այժմ ելնելով /7.9/ և /6.4/ բանաձևերից, վերականգնենք այն դաշտը, որ ստեղծում են l կոնտուրի վրա կուտակված լիցքերը՝

$$+4\pi\int_v \rho\,grad\varphi\,dv \to -4\pi\cdot\frac{c}{4\pi i\omega}\int(\vec{\tau}\vec{H})grad\varphi\,dl = -\frac{1}{ik}\int grad\varphi(\vec{H}\,d\vec{l})$$

/7.10/

/7.10/ ինտեգրալը պետք է հաշվի առնել /6.4/ հավասարումից /7.2/ բանաձևերն ստանալիս։ Այսպիսով, եթե հաշվի առնենք, որ P կետում ստեղծված $\vec{E}(P)$ դաշտը,ի թիվս այլոց, պայմանավորված է նաև l կոնտուրի վրա կուտակված էլեկտրական լիցքերով, հավասարի է /7.2/ բանաձևերը ներկայացնել հետևյալ կերպ՝

$$E(P) = -\frac{1}{4\pi i k}\oint_C grad\varphi(\vec{H}d\vec{l}) - \frac{1}{4\pi}\int_{S_1}\{ik\varphi[\vec{n}\vec{H}] + [[\vec{n}\vec{E}]grad\varphi] + (\vec{n}\vec{E})grad\varphi\}dS$$

/7.11,ա/

և, համապատասխանաբար՝

$$H(P) = \frac{1}{4\pi i k}\oint_l grad\varphi(\vec{E}d\vec{l}) + \frac{1}{4\pi}\int_{S_1}\{ik\varphi[\vec{n}\vec{E}] - [[\vec{n}\vec{H}]grad\varphi] - (\vec{n}\vec{H})grad\varphi\}dS$$

/7.11,բ/

Ապացուցենք, որ /7.11,ա/-ով որոշված $E(P)$ դաշտը բավարարում է $div_p\vec{E}(P) = 0$ հավասարմանը։Դիֆերենցումը ինտեգրալի նշանի տակ կատարվում է ըստ P կետի կոորդինատների, ընդ որում՝ $grad_p\varphi = -grad\varphi$.

$$4\pi\,div_p\vec{E}(P) = \frac{1}{ik}\oint_l \Delta\varphi(\vec{H}d\vec{l}) - \int_{S_1}\{ik[\vec{n}\vec{H}]\vec{\nabla}\varphi + \vec{\nabla}[[\vec{n}\vec{E}]grad\varphi] - \Delta\varphi(\vec{n}\vec{E})\}dS$$

Բայց՝

$$\Delta\varphi = -k^2\varphi$$

և

$$[\vec{n}\vec{H}]\vec{\nabla}\varphi = -\vec{n}[\vec{\nabla}\varphi\vec{H}] = -\vec{n}\,rot(\varphi\vec{H}) + \vec{n}\varphi\,rot\,\vec{H}$$

Հետևաբար՝

$$\int_{S_1} ik[\vec{n}\vec{H}]\vec{\nabla}\psi\, dS = -ik\int_{S_1} rot(\psi\vec{H})(\vec{n}dS) + ik\int_{S_1}\psi\, rot\vec{H}(\vec{n}dS) =$$

$$= -ik\oint_{l}\psi(\vec{H}d\vec{l}) - (ik)^2\int_{S_1}\psi(\vec{n}\vec{E})dS$$

Բացի այդ՝

$$\vec{\nabla}\,[[\vec{n}\vec{E}]\vec{\nabla}\psi] = 0$$

Եվ, ի վերջո՝

$$4\pi\, div\,\vec{E}(P) = \frac{k^2}{ik}\oint_{l}\psi(\vec{H}d\vec{l}) + ik\oint_{l}\psi(\vec{H}d\vec{l}) + k^2\int_{S_1}\psi(\vec{n}\vec{E})dS - k^2\int_{S_1}\psi(\vec{n}\vec{E})dS = 0$$

Այսպիսով, կոնտուրի վրա կուտակված գծային լիցքերի խտությունը ապահովում է այնպիսի լրացուցիչ դաշտի ստեղծում՝

$$-\frac{1}{4\pi ik}\oint\vec{\nabla}\psi(\vec{H}d\vec{l}),$$

որի շնորհիվ $\vec{E}(P)$ դաշտը P կետում լինում է լայնական և բավարարում է Մաքսվելի $div\,\vec{E} = 0$ հավասարմանը: Համանմանորեն կարելի է ցույց տալ, որ $\vec{H}(P)$ դաշտը՝ գրված /7.11,բ/ տեսքով, բավարարում է $div\,\vec{H}(P) = 0$ հավասարմանը: Այսպիսով, $\vec{E}(P)$ և $\vec{H}(P)$ դաշտերն իրոք լայնական են: Կարելի է ցույց տալ նաև, որ հիշյալ դաշտերը բավարարում են Մաքսվելի մյուս հավասարումներին ևս՝

$$rot\,\vec{H}(P) = -ik\vec{E}(P)$$

$$rot\,E(P) = ik\vec{H}(P). \qquad k = \frac{\omega}{c}$$

Փորձենք օգտագործելով արդեն ստացածը, սահմանել անտենաների ճառագայթման դաշտը բնորոշող մեկ հիմնական պարամետր:

Ընդունենք, որ $\psi = \frac{e^{ikr}}{r}$ / $r = 0$-ն P կետն է/: Բացվածքից մեծ հեռավորությունների վրա ունենք՝

$$grad\,\psi = \vec{\nabla}\frac{e^{ikr}}{r} = \left(ik - \frac{1}{r}\right)\frac{e^{ikr}}{r}\vec{r}_0 \simeq ik\vec{r}_0\frac{e^{ikr}}{r}$$

/7.11/ բանաձևերը կարտագրվեն հետևյալ տեսքով՝

$$E(P) = -\frac{1}{4\pi}\oint_{l}\frac{e^{ikr}}{r}\vec{r}_0(\vec{H}d\vec{l}) - \frac{1}{4\pi}\int_{S_1} ik\left\{[\vec{n}\vec{H}] + [[\vec{n}\vec{E}]\vec{r}_0] + \vec{r}_0(\vec{n}\vec{E})\right\}\frac{e^{ikr}}{r}dS$$

/7.12/

Ենթադրենք S էկրանը իրենից ներկայացնում է հարթություն և համընկնում է $z = 0$ հարթությանը: S_1-ը իրենից ներկայացնում է այդ հարթության մեջ որևէ վերջավոր չափերի բացվածք: Դիտման P կետը, որի կոորդինատներն են x ; y , z, ընտրենք բացվածքից՝ նրա չափերի նկատմամբ շատ ավելի մեծ հեռավորության վրա՝

$$R = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} \gg \alpha,$$

որտեղ α-ն բացվածքը բնորոշող չափն է: Նշանակենք նշված բացվածքի կետերի կոորդինատները՝ x_s , y_s , $z_s = 0$: Այդ դեպքում՝

$$r = \left[(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2 + z^2\right]^{1/2} = R\left[1 - \frac{2(xx_s + yy_s)}{R^2} + \frac{x_s^2 + y_s^2}{R^2}\right]^{1/2}$$

Անցնենք բևեռային կոորդինատների P կետի համար՝

$$x = R\sin\theta\cos\varphi$$

$$y = R\sin\theta\sin\varphi$$

$$z = R\cos\theta$$

Քանի որ $R \gg x_s$, y_s , վերլուծենք r-ի արտահայտությունը Թեյլորի շարքի՝ սահմանափակվելով քառակուսի անդամներով՝

$$r \simeq R - x_s\sin\theta\cos\varphi - y_s\sin\theta\sin\varphi - \frac{x_s^2}{2R}(1 - \sin^2\theta\cos^2\varphi) -$$

$$- \frac{y_s^2}{2R}(1 - \sin^2\theta\sin^2\varphi) + \frac{x_s y_s}{R}\sin^2\theta\sin\varphi\cos\varphi \equiv R + \tilde{r}\left(\frac{x_s}{R}, \frac{y_s}{R}, \theta, \varphi\right)$$

/7.13/

Կարելի է ցույց տալ, որ դիֆրակցիայի փոքր անկյունների և դիտման կետի՝ բացվածքից ունեցած բավականին մեծ հեռավորությունների դեպքում /7.12/-ում կարելի է անտեսել առաջին և վերջին ինտեգրալների ներդրումները: Այս մոտավորությամբ $\vec{E}(P)$ դաշտի E_θ և E_φ

Բաղադրիչները կգրվեն հետևյալ տեսքով՝

$$E_\theta = \frac{ik}{4\pi}\cdot\frac{e^{ikR}}{R}\iint_{S_1}\left\{[\vec H\vec n]_\theta + [\vec n\vec E]_\varphi\right\}e^{ik\tilde{\tau}}\,dS \qquad /7.14,ա/$$

$$E_\varphi = \frac{ik}{4\pi}\cdot\frac{e^{ikR}}{R}\iint_{S_1}\left\{[\vec H\vec n]_\varphi - [\vec n\vec E]_\theta\right\}e^{ik\tilde{\tau}}\,dS \qquad /7.14,բ/$$

Նույն ձևով՝ $\vec H(P)$ դաշտի H_θ, H_φ բաղադրիչների համար կըստանանք՝

$$H_\theta = \frac{ik}{4\pi}\cdot\frac{e^{ikR}}{R}\iint_{S_1}\left\{-[\vec E\vec n]_\theta + [\vec n\vec H]_\varphi\right\}e^{ik\tilde{\tau}}\,dS, \qquad /7.15,ա/$$

$$H_\varphi = \frac{ik}{4\pi}\cdot\frac{e^{ikR}}{R}\iint_{S_1}\left\{[\vec n\vec E]_\varphi + [\vec n\vec H]_\theta\right\}e^{ik\tilde{\tau}}\,dS \qquad /7.15,բ/$$

/7.14/ և /7.15/ արտահայտությունները կարելի է ներկայացնել հետևյալ ընդհանրացված տեսքով՝

$$E_\theta = \frac{ik}{4\pi}\cdot\frac{e^{ikR}}{R}F_1(\theta,\varphi,\tilde{\tau})$$

$$E_\varphi = \frac{ik}{4\pi}\cdot\frac{e^{ikR}}{R}F_2(\theta,\varphi,\tilde{\tau})$$

$$H_\theta = -E_\varphi \qquad /7.16/$$

$$H_\varphi = E_\theta$$

Եթե /7.16/ -ում $R\to\infty$, ապա F_1 և F_2 ֆունկցիաները այլևս R -ից կախում չունեն, այլ կախված են միայն θ և φ անկյուններից: Երրորդ ենթաբաժնում ստացվել էր նման մի արտահայտություն. անվերջ երկչափ ճեղքի դիֆրակցիոն դաշտի արտահայտության մեջ մտել էր

$$\frac{\sin(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta}$$

անկյունային ֆունկցիան: Այն անվանել էինք ուղղորդվածության դիագրամ: $F_1(\theta,\varphi)$ և $F_2(\theta,\varphi)$ ֆունկցիաները ցանկացած վերջավոր բացվածքի /անտենայի/ ճառագայթման դաշտի անկյունային բաշխվածության բնութագրերն են և անվանվում են ուղղորդվածության դիագրամներ: Ընդհանուր դեպքում սրանք կոմպլեքս ֆունկցիաներ են:

Հաշվենք /7.16/ դաշտերի Պոյնտինգի վեկտորի հոսքը կիսաանվերջ գնդային մակերևույթի միջով՝

$$\frac{dS}{d\Omega} = R^2\frac{c}{8\pi}\,Re\,[\vec E\vec H^*]_R = \frac{c}{32\pi\lambda^2}\left(|F_1|^2+|F_2|^2\right) = P(\theta,\varphi)$$

$P(\theta,\varphi)$-ն նույնպես ունի ուղղորդվածության դիագրամի իմաստ, միայն թե այն նկարագրում է ճառագայթման ինտենսիվության բաշխվածությունն ըստ անկյունների և իրական մեծություն է:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

I. Дж.Стреттон. Теория электромагнетизма. М.,ГИТТЛ,1948.

VIII

ՓՈԽԱԴԱՐՁՈՒԹՅԱՆ ՍԿԶԲՈՒՆՔԸ /ԼՈՐԵՆՑԻ ԼԵՄ/։ԱՆՏԵՆԱՅԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԴԱՇՏԻ ՆԵՐԿԱՅԱՑՈՒՄԸ ԼՈՐԵՆՑԻ ԼԵՄԻ ԵՎ ԳՐԻՆԻ ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ՄԻՋՈՑՈՎ

Նախորդ ենթաբաժնում / ենթաբաժին յոթերորդ/ ստացվեցին անտենայի ճառագայթման դաշտի արտահայտությունները և մտցվեց ուղղորդվածության դիագրամի հասկացությունը /տես 7.16 բանաձևերը/։ Սա անտենայի դաշտը բնորոշող, թերևս ամենահիմնական պարամետրն է, որի օգնությամբ կարելի է դատել անտենայի հատկությունների մասին։ Դժվար չէ տեսնել, որ /7.16/ բանաձևերում մտնում են ինչպես էլեկտրական, այնպես էլ մագնիսական դաշտերի տանգենցիալ բաղադրիչները /էլեկտրական հոսանք՝ $\sim [\vec{n}\vec{H}]$ և«մագնիսական հոսանք» $\sim [\vec{n}\vec{E}]$ /։Խստորեն ասած՝ տվյալ դեպքում գոյություն ունի ավելորդ ինֆորմացիա. իրոք, խնդրի միարժեք լուծման համար բավարար կլիներ ունենալ միայն էլեկտրական, կամ էլ միայն մագնիսական դաշտի տանգենցիալ բաղադրիչների արժեքները անտենայի մակերևույթին /բացվածքում/։Այս բանը կարելի է ցուցադրել փոխադարձության սկզբունքի /Լորենցի լեմ/ օգնությամբ, որը տվյալ դեպքում կատարում է Գրինի վեկտորական թեորեմի դեր ։ Անցնենք այս սկզբունքի քննարկմանը և ապացույցին։

Գրենք Մաքսվելի հավասարումները մոնոքրոմատիկ ալիքի համար՝

$$\operatorname{rot} \vec{E} = i\kappa \vec{B}$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = -i\kappa \vec{\mathcal{D}} + \frac{4\pi}{c}\vec{j}, \qquad \kappa = \frac{\omega}{c} \qquad /8.1/$$

Դիտարկենք ցանկացած տիպի գծային միջավայր։Ընդհանուր դեպքում այն կարող է լինել անհամասեռ և ոչ իզոտրոպ, իսկ այդպիսի միջավայրը նկարագրվի թենզորական դիէլեկտրական և մագնիսական թափանցելիությունների՝ ε_{ik} և μ_{ik} թենզորներով՝ .

$$\mathcal{D}_i = \varepsilon_{ik} E_k , \qquad B_i = \mu_{ik} H_k \qquad /8.2/$$

Դիցուք, այդպիսի միջավայրում գործում են երկու աղբյուրներ՝ $\vec{j}_1$ -ը և $\vec{j}_2$ -ը։Ստեղծենք կապ այս երկու աղբյուրների առաջացրած դաշտերի միջև։

$$\operatorname{rot} \vec{E}_1 = i\kappa \vec{B}_1 \qquad \operatorname{rot} \vec{E}_2 = i\kappa \vec{B}_2$$

$$\operatorname{rot} \vec{H}_1 = -i\kappa \vec{\mathcal{D}}_1 + \frac{4\pi}{c}\vec{j}_1 \qquad \operatorname{rot} \vec{H}_2 = -i\kappa \vec{\mathcal{D}}_2 + \frac{4\pi}{c}\vec{j}_2 \qquad /8.3,ա\ և\ բ/$$

Բազմապատկենք /8.3,ա/-ն համապատասխանորեն $\vec{H}_2$ -ով և $\vec{E}_2$ -ով, իսկ /8.3,բ/ -ն՝ $-\vec{H}_1$ -ով և $-\vec{E}_1$ -ով, այնուհետև ստացված արտադրյալներն անդամ առ անդամ գումարենք։Կստանանք՝

$$\vec{H}_2 \operatorname{rot} \vec{E}_1 - \vec{H}_1 \operatorname{rot} \vec{E}_2 + \vec{E}_2 \operatorname{rot} \vec{H}_1 - \vec{E}_1 \operatorname{rot} \vec{H}_2 =$$

$$= i\kappa(\vec{B}_1\vec{H}_2 - \vec{B}_2\vec{H}_1 - \vec{\mathcal{D}}_1\vec{E}_2 + \vec{\mathcal{D}}_2\vec{E}_1) + \frac{4\pi}{c}(\vec{j}_1\vec{E}_2 - \vec{j}_2\vec{E}_1) \qquad /8.4/$$

Ընտրված միջավայրերում՝

$$\vec{H}_2\vec{B}_1 = H_{2i}B_{1i} = H_{2i}\mu_{ik}H_{1k} = B_{2k}H_{1k} = \vec{B}_2\vec{H}_1$$

$$\vec{E}_1\vec{\mathcal{D}}_2 = E_{1i}\mathcal{D}_{2i} = E_{1i}\varepsilon_{ik}E_{2k} = \mathcal{D}_{1k}E_{2k} = \vec{\mathcal{D}}_1\vec{E}_2$$

Եվ, քանի որ՝

$$\vec{H}\operatorname{rot}\vec{E} - \vec{E}\operatorname{rot}\vec{H} = \operatorname{div}[\vec{E}\vec{H}],$$

/8.4/-ը բերվում է հետևյալ տեսքի՝

$$\operatorname{div}\left\{[\vec{E}_1\vec{H}_2] - [\vec{E}_2\vec{H}_1]\right\} = \frac{4\pi}{c}(\vec{j}_1\vec{E}_2 - \vec{j}_2\vec{E}_1) \qquad /8.5/$$

Ինտեգրենք /8.5/ հավասարման երկու մասերն ըստ v ծավալի, որն ընդգրկում է $\vec{j}_1$ և $\vec{j}_2$ աղբյուրները։Եթե օգտվենք նաև Գաուս-Օստրոգրադսկու թեորեմից, ապա /8.5/-ից կարելի է ստանալ՝

$$\int_v \operatorname{div}\left\{[\vec{E}_1\vec{H}_2] - [\vec{E}_2\vec{H}_1]\right\} dv = \oint_S \left([\vec{E}_1\vec{H}_2] - [\vec{E}_2\vec{H}_1]\right) d\vec{S} = \frac{4\pi}{c}\int_v (\vec{j}_1\vec{E}_2 - \vec{j}_2\vec{E}_1)\, dv$$

Կարելի է v ծավալն անվերջ մեծացնել: Այդ դեպքում մակերևութային ինտեգրալը կձգտի զրոյի և, վերջնականապես, կունենանք՝

$$\int\limits_{v_1} \vec{j}_1 \vec{E}_2 \, dv = \int\limits_{v_2} \vec{j}_2 \vec{E}_1 \, dv \,, \qquad /8.6/$$

որտեղ v_1 -ը և v_2 -ը այն ծավալներն են, որտեղ համապատասխանորեն $\vec{j}_1 \neq 0$ և $\vec{j}_2 \neq 0$: Ստացված /8.6/ բանաձևը Լորենցի փոխադարձության սկզբունքի բովանդակությունն է: Այն Հյույգենսի փոխադարձության սկզբունքի ընդհանրացումն է էլեկտրամագնիսական դաշտերի համար և ասում է՝ եթե $\vec{j}_1$ աղբյուրը 2 կետում ստեղծում է $\vec{E}_1$ դաշտը, ապա 2 կետում տեղադրված $\vec{j}_2$ աղբյուրը 1-ում կստեղծի այնպիսի $\vec{E}_2$ դաշտ, որ բավարարվի /8.6/ հավասարությունն այլ աղբյուրների բացակայության դեպքում: Մասնավորապես, եթե 2 կետում տեղադրվի $\vec{j}_1$ աղբյուր, ապա այն 1 կետում կստեղծի $\vec{E}_2 = \vec{E}_1$ դաշտը:

Փորձենք օգտագործել այս սկզբունքը անտենայի ճառագայթման դաշտը նկարագրելու համար: Ենթադրենք v_1 ծավալում տեղադրված է անվերջ փոքր չափերի Հյույգենսի աղբյուր: Հասկանալի է, որ $\vec{E}_2$ դաշտը փոքր ծավալում կարելի է համարել հաստատուն և դուրս բերել ինտեգրման նշանի տակից՝

$$\vec{E}_2 \int\limits_{v_1} \vec{j}_1 \, dv = \int\limits_{v_2} \vec{j}_2 \vec{E}_1 \, dv \qquad /8.7/$$

Բայց՝

$$\int\limits_{v_1} \vec{j}_1 \, dv = \frac{d}{dt} \int\limits_{v_1} \vec{P} \, dv = \frac{d\vec{P}}{dt} = -ik\vec{P} \,, \quad k = \frac{\omega}{c}$$

Այսպիսով,

$$-ik \vec{P} \vec{E}_2 = \int\limits_{v_2} \vec{j}_2 \vec{E}_1 \, dv$$

Ակնհայտ է, որ 2 կետում $\vec{j}_1$ կետային աղբյուրը կստեղծի $\vec{E}_1 = \vec{P}_0 \frac{e^{ikr}}{r}$ դաշտը: Հետևաբար՝

$$-ik \vec{P} \vec{E}_2 = \vec{P}_0 \int\limits_{v} \vec{j}_2 \frac{e^{ikr}}{r} \, dv \qquad /8.8/$$

Եթե ընտրենք $\vec{P} \parallel \vec{P}_0$, ապա /8.8/-ից կարող ենք գրել՝

$$\vec{E}(2) \simeq \int \vec{j} \, \frac{e^{ikr}}{r} \, dv \qquad /8.9/$$

Արդեն ակնհայտ դարձավ Գրինի ֆունկցիայի /տվյալ դեպքում՝ եռաչափի/ ֆիզիկական բովանդակությունը. այն ոչ այլ ինչ է, եթե ոչ կետային լիցքի դաշտ՝ $\frac{e^{ikr}}{r}$ ։Իսկ որ $\frac{e^{ikr}}{r}$ -ը Գրինի ֆունկցիան է, հետևում է հենց թեկուզ նրանից, որ՝

$$\Delta \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

հավասարման լուծումը՝

$$\vec{A} = \int \vec{j} \, G \, dv, \qquad /8.10/$$

որտեղ

$$G = \frac{e^{ikr}}{r} \,,$$

իրոք, համընկնում է /8.9/ -ի հետ, եթե հաշվի առնենք, որ՝

$$\vec{E} = +ik\vec{A}$$

Այսպիսով, Լորենցի լեմը տվյալ դեպքում կատարում է Գրինի վեկտորական թեորեմի դերը: Ընդ որում, ինչպես հետևում է /8.9/-ից, դաշտի արժեքը 2 կետում որոշելու համար բավական է իմանալ $\vec{j}_2$ էլեկտրական հոսանքը: Եթե խոսքը հոսանքների մակերևութային $\vec{\hat{j}}$ խտության մասին է, ապա /8.9/ և /8.10/ արտահայտությունները կգրվեն երկչափ ձևով՝

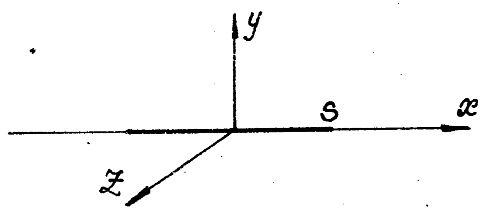
$$\vec{E} \sim \int\limits_S \vec{\hat{j}} \, \frac{e^{ikr}}{r} \, dS \,,$$

$$\vec{A} \sim \int\limits_S \vec{\hat{j}} \, \frac{e^{ikr}}{r} \, dS \,, \qquad /8.11/$$

որտեղ $\vec{\hat{j}}$ մակերևութային հոսանքները զրոյից տարբեր են միայն S մակերևույթի վրա: /8.11/ տիպի բանաձևերը շատ ավելի մեծ գործնական նշանակություն ունեն քան /7.16/-ը, հատկապես հայելային անտենաներում: Բանն այն է, որ ըստ /8.11/-ի, անտենայի ճառագայթման դաշտի որոշումը բերվում է մակերևույթի վրա մակածված $\vec{\hat{j}}$ մակերևութային հոսանքների որոշմանը, իսկ պարզագույն դեպքերում դա անելը համեմատաբար հեշտ է, գոնե որոշակի մոտավորությամբ: Այսպես, ենթադրենք մենք փնտրում ենք կորության բավական մեծ շառավիղ ունեցող հայելային անտենայի ճառագայթման դաշտը, որի ճառագայթիչը նրա մակերևույթի վրա մակածել է $\vec{j}$ մակերևութային խտության հոսանք: Այն հանգամանքը, որ հիշյալ մակերևույթի կորության շառավիղը շատ մեծ է, թելադրում է, որ նրա յուրաքանչյուր տիրույթ /բավականին մեծ՝ ալիքի երկարության համեմատությամբ/ կարելի է դիտել որպես լոկալ հարթ մակերևույթ: Մակերևութային հոսանքների խտությունը հաղորդիչի վրա եզրային պայմաններից ելնելով գրվում է հետևյալ կերպ՝

$$\hat{\vec{j}} = \frac{c}{4\pi}\left[\vec{n}, \vec{H}_2 - \vec{H}_1\right], \qquad /8.12/$$

որտեղ $\vec{n}$ -ը հայելու մակերևույթի տվյալ կետում կանգնեցրած ներքին նորմալն է, $\vec{H}_2$ -ը՝ ընկնող դաշտը և $\vec{H}_1$ -ը՝ անդրադարձվածը: Քանի որ ցանկացած կետի շրջակայքում հայելին կարելի է դիտել որպես S հարթություն, խնդիրը քննարկենք դեկարտյան կոորդինատային համակարգում / տես նկ.11 /՝



Նկ.11

Եթե S -ը իդեալական հաղորդիչ է, ապա ընկնող և անդրադարձված դաշտերն ըստ մոդուլի հավասար են և սիմետրիայի օրինաչափություններից ելնելով կարելի է գրել՝

$$\begin{aligned} H_x &= H_{x2}(x, y, z) = -H_{x1}(x, -y, z), \\ H_y &= H_{y2}(x, y, z) = H_{y1}(x, -y, z), \\ H_z &= H_{z2}(x, y, z) = -H_{z1}(x, -y, z) \end{aligned} \qquad /8.13/$$

Օգտվելով /8.13/-ից և նկ.11-ից հաշվենք /8.12/-ի արժեքը՝

$$\begin{aligned} \hat{j}_x &= \frac{c}{4\pi}\left[\vec{n}, \vec{H}_2 - \vec{H}_1\right]_x = \frac{c}{2\pi} H_z \\ \hat{j}_y &= 0 \\ \hat{j}_z &= \frac{c}{4\pi}\left[\vec{n}, \vec{H}_2 - \vec{H}_1\right]_z = -\frac{c}{2\pi} H_x \end{aligned} \qquad /8.14,ա/$$

կամ էլ՝

$$\hat{\vec{j}} = \frac{c}{2\pi}\left[\vec{n}\vec{H}\right] \qquad /8.14/$$

/8.14,ա/-ից և /8.14/-ից հետևում է, որ հոսանքի $\hat{\vec{j}}$ մակերևութային խտությունը որոշվում է այդ հարթության մեջ $\vec{H}$ վեկտորի տանգենցիալ բաղադրիչի միջոցով: Հետևաբար՝

$$\vec{E} \sim \int_S \left[\vec{n}\vec{H}\right] \frac{e^{ikz}}{z}\, dS \qquad /8.15/$$

Ոչ էական հաստատունի ճշտությամբ /8.15/-ը նկարագրում է անտենայի ճառագայթման դաշտը, եթե հայտնի է $\vec{H}$ վեկտորի / և միայն / տանգենցիալ բաղադրիչը հայելու մակերևույթի վրա:

Նկարագրված մեթոդը կոչվում է ,,հոսանքային մեթոդ,, , ի տարբերություն նախորդ ենթաբաժնում դիտարկվածի, որն ավելի հավասար էր անվանել ,,ապերտուրային մեթոդ,,: Մի դեպքում տրվում էին հոսանքները հայելու մակերևույթի վրա, մյուս դեպքում՝ դաշտի տանգենցիալ բաղադրիչները նրա բացվածքում: Այս երկու մեթոդների միջև կարելի է գտնել համապատասխանություն՝ ելնելով Բաբինեի սկզբունքից և դաշտի արժեքներից S մակերևույթի վրա:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. М., ГИТТЛ,1957.
2. М.Борн, Э.Вольф. Основы оптики. М.,Наука,1970

IX

ԱՆՏԵՆԱՅԻ ԴԱՇՏԸ ԲՆՈՒԹԱԳՐՈՂ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ՊԱՐԱՄԵՏՐԵՐԸ. ՈՒՂՂՈՐԴՎԱԾՈՒԹՅԱՆ ԴԻԱԳՐԱՄ ԵՎ ԲԵՎԵՌԱՑՈՒՄ, ՈՒՂՂՈՐԴՎԱԾ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅԱՆ ԳՈՐԾԱԿԻՑ /ՈՒԳԳ/, ՈՒԺԵՂԱՑՄԱՆ ԳՈՐԾԱԿԻՑ/ՈՒԳ /, ԳՈՐԾՈՂ ՄԱԿԵՐԵՍ, ՓՈՒԼԱՅԻՆ ԿԵՆՏՐՈՆ

Ուղղորդվածության դիագրամ և բևեռացում: Անտենայի ճառագայթման դաշտի ուղղորդվածության դիագրամը /ուդ/ այդ դաշտը բնութագրող կարևորագույն պարամետրն է:Էլեկտրամագնիսական ալիքների համար այն ներկայացվում է երկու կոմպլեքս ֆունկցիաների ձևով, օրինակ, $\vec{F}(\theta,\varphi)$ վեկտորական ֆունկցիայի F_θ և F_φ բաղադրիչներով՝

$$\vec{F}(\theta,\varphi) = \vec{\varphi}_0 F_\varphi(\theta,\varphi) + \vec{\theta}_0 F_\theta(\theta,\varphi), \qquad /9.1/$$

որտեղ $\vec{\varphi}_0$ -ն և $\vec{\theta}_0$ -ն դիտման ուղղության միավոր վեկտորներն են:

Ընդհանրապես ասած, ուդ-ը բնութագրում է ճառագայթված գնդային ալիքի անկյունային կախվածությունը:Եթե F_φ և F_θ ֆունկցիաների փուլերը φ -ի և θ -ի նույն արժեքների համար տարբեր են, ապա տվյալ ուղղությամբ անտենայի դաշտի բևեռացումը էլիպսային է:Եթե փուլերը հավասար են՝ այն գծային է, ըստ որում, դաշտի բևեռացման անկյունը որոշվում է $|F_\varphi|$ և $|F_\theta|$ մեծություններով:Եվ, վերջապես, երբ $|F_\varphi|=|F_\theta|$, իսկ նրանց միջև փուլերի տարբերությունը հավասար է $\frac{\pi}{2}$ -ի, մենք գործ ունենք տվյալ ուղղությամբ դաշտի շրջանային բևեռացման հետ:Հարկ է նշել, որ դաշտի բևեռացման ֆիզիկական հասկացությունը ամենայն խստությամբ տրվում է հարթ ալիքի համար:Անտենայից մեծ հեռավորությունների վրա ստեղծված գնդային ալիքային ճակատի ոչ մեծ հատվածը կարելի է նույնացնել նրան շոշափող հարթության հետ և, հետևաբար, այդ հարթության մեջ որոշել Ստոքսի բոլոր պարամետրերը, ասել է՝ տվյալ ուղղությամբ դաշտի բևեռացման էլիպսը, նրա դիրքը և այլն:Ասվածից հետևում է, որ կախված θ և φ անկյուններից, դաշտի բևեռացումը կարող է լինել ամենատարբեր՝ էլիպսային, շրջանային և գծային:Օրինակ, $\varphi=0$ և $\theta=0$ ուղղությամբ գծային բևեռացված ալիքը $\varphi\neq0$ և $\theta\neq0$ ուղղություններով կարող է դառնալ շրջանային, էլիպսային, ըստ որում՝ փոփոխվում է նաև էլիպսի դիրքը:Հայելային ան-

տենաների դեպքում այս հանգամանքը բացատրվում է նրա վրա մակածված հոսանքների մեծությունից և կոր մակերևույթի վրա նրանց տեղաբաշխումից:

Ուդ-ն բնորոշում է անտենայի աշխատանքը երկու տարբեր ռեժիմներում՝ հաղորդման և ընդունման:Սա հետևում է փոխադարձության սկզբունքից: Սակայն այս նույն ֆունկցիան տարբեր ռեժիմներում ունի տարբեր ֆիզիկական բովանդակություն. հաղորդման դեպքում այն նկարագրում է գնդային ալիքի անկյունային կախվածությունը, ընդունման դեպքում՝ ընդունման տրակտում ամպլիտուդային կախվածությունը՝ անտենայի վրա ընկնող հարթ ալիքի անկման անկյունից: Այս հանգամանքը կարևոր է, քանի որ ուդ-ի չափման մեթոդը կախված է այն բանից, թե ինչ ֆիզիկական իմաստ է վերագրվում նրան:Ուդ-ն սովորաբար նորմավորում են, այսինքն՝ նրա մաքսիմալ արժեքին վերագրում են որոշակի հաստատուն, սովորաբար՝ մեկ: Սակայն, հատկապես սուր անկյան տակ ճառագայթող անտենաները /մեծ անտենաները /, գլխավորից տարբեր ուղղություններով ճառագայթում են խիստ փոքր, իսկ մինիմումներում այդ ճառագայթման ինտենսիվությունը կարող է լինել միլիոնավոր և տասնյակ միլիոնավոր անգամ փոքր :Նպատակահարմար է նման ճառագայթման բաշխվածության համար ընտրել համապատասխան մասշտաբ:Սովորաբար ընտրում են տասնորդական լոգարիթմական մասշտաբը:Այս դեպքում մաքսիմում ճառագայթմանը կհամապատասխանի զրո, մնացած արժեքները, նայած այն բանին, չափվում է դաշտի լարվածությունը, թե ինտենսիվությունը, բազմապատկվում են 20-ով կամ 10-ով: Ստացված մեծություններն անվանում են դեցիբելներ (դԲ): Օրինակ, 60 դԲ նշանակում է 10^6 անգամ ըստ ինտենսիվության և 10^3 անգամ ըստ լարվածության ավելի թույլ, քան գլխավոր ուղղությամբ, որին համապատասխանում է զրո դԲ :Դեցիբելների ընտրությունը հարմար է նաև այն առումով, որ միշտ ստացվում է նույն արժեքը, անկախ այն բանից՝ կատարվում է լարվածության, թե ինտենսիվության չափում:Այսպիսով, գոյություն ունեն ուդ-ի երկու հասկացություններ, որոնց մասին ասվել էր նախորդ ենթաբաժնում /տես, ենթաբաժին յոթերորդ/, այն է՝ ուդ՝ ըստ լարվածության և ուդ՝ ըստ ինտենսիվության:Դեցիբելային միավորներում սրանք համընկնում են:Եթե մեզ հետաքրքրում է միայն ամպլիտուդային բաշխվածությունը, կարելի է սահմանափակվել միայն ինտենսիվության չափումներով:Այս դեպքում կորչում է ինֆորմացիան փուլային բաշխվածության վերաբերյալ:Որոշ դեպքերում անհրաժեշտ է լինում չափել F կոմպլեքս ֆունկցիան լրիվ, այսինքն և ամպլիտուդը, և փուլը ընդային ճակատի յուրաքանչյուր կետում:

Նույնիսկ միայն ամպլիտուդների չափումը ալիքի ընդային ճակատի բոլոր կետերում խիստ աշխատատար է և միշտ չէ, որ պետք է այն անել: Սովորաբար բավարարվում են $\vec{F}$ ֆունկցիայի երկու փոխուղղահայաց հատույթների չափումով. եթե գծային բևեռացված ճառագայթման ուղղությունը համապատասխանում է ուղ-ի մաքսիմումին, ապա չափումը կատարում են $\varphi = 0$ /կամ $\varphi = \pi$ / և $\varphi = \pi/2$ /կամ $\varphi = 3/2\,\pi$ / հարթությունների մեջ: Եթե որպես $\varphi = 0$ հարթություն ընտրվում է այն հարթությունը, որը պարունակում է $\vec{E}$ վեկտորը, ապա այն անվանվում է E հարթություն: Այդ դեպքում $\varphi = \pi/2$ հարթությունը H հարթությունն է: Ստացված գծային գրաֆիկները անվանում են ուղ E հարթության և ուղ H հարթության մեջ. սրանք նկարագրում են դաշտի կախումը θ անկյունից այդ հարթություններում: Եթե ապրիորի հայտնի է, որ անտենայի ճառագայթումն ունի քվազիառանցքային սիմետրիկ բնույթ, նման չափումները գործնականորեն միանգամայն բավարար են:

Ուղղորդված գործողության գործակից և գործող մակերես /ուգգ և $S_{գ}$ /. մակերեսի օգտագործման գործակից/մօգ/:

Ըստ երևույթին, եթե անտենան աշխատեր միայնակ, ապա ուղ-ն կլիներ նրա հիմնական բնութագրող հատկանիշը: Բայց ամբողջ հարցն էլ այն է, որ երբ մի անտենա ճառագայթում է, անհրաժեշտ է նաև մեկ այլ անտենա, որն ընդունի այդ ճառագայթումը: Այդպիսի ընդունիչ անտենայի առկայությունը անհրաժեշտաբար բերում է մի շարք կարևոր պարամետրերի ձևակերպման:

Դիցուք՝ A անտենան ճառագայթում է: B անտենան, որը գտնվում է A-ից բավական մեծ r հեռավորության վրա և ունի երկրաչափական մոտավորապես նույն չափերը /ալիքային կամ Ֆրաունհոֆերի տիրույթ/ այնպես, որ նրա տարածքում A-ի դաշտը կարելի է համարել քվազիհարթ, ընդունում է այդ ճառագայթումը: B անտենան բնորոշվում է S_B ընդունող մակերեսով: Հայտնի է /տե՛ս ենթաբաժին չորրորդ/, եթե S_B մակերեսի գծային չափերը շատ մեծ են ալիքի երկարությունից / $S_B \gg \lambda^2$ /, ապա կարելի է հաշվել Պոյնտինգի վեկտորի հոսքը այդ մակերևույթի միջով, իսկ ընդունված հզորությունը կլինի՝

$$P_{ընդ} = \frac{c}{4\pi} E^2 S_B \qquad /9.2/$$

/9.2/-ում E-ն այն լարվածությունն է, որն ստեղծել է A անտենան շատ մեծ r հեռավորության վրա: Մյուս կողմից /տե՛ս ենթաբաժիններ երրորդ, չորրորդ, յոթերորդ/ A անտենայի ճառագայթած էներգիայի հոսքը r շառավղով ընդային մակերևույթի միջով կլինի՝

$$P_{ճառ} = \frac{c}{4\pi} E^2 \iint |F(\theta,\varphi)|^2 r^2\, d\Omega \qquad /9.3/$$

Հետևաբար՝

$$E^2 = \frac{4\pi}{c} \cdot \frac{P_{ճառ}}{r^2 \iint |F(\theta,\varphi)|^2\, d\Omega}$$

և

$$P_{ընդ} = \frac{1}{4\pi r^2} \cdot \frac{S_B}{\frac{1}{4\pi}\iint |F(\theta,\varphi)|^2\, d\Omega} \cdot P_{ճառ} \qquad /9.4/$$

/9.4/-ում S_B-ն ինչ-որ գործող մակերես է, որի հետ արդյունավետ փոխազդում է ճառագայթման դաշտը, հենց այդպես էլ անվանվում է B ընդունող անտենայի գործող մակերես: Ամենևին էլ պարտադիր չէ, որ այն հավասար լինի անտենայի բացվածքի երկրաչափական մասին: Ավելին, այն կարող է կազմել նրա, լավագույն դեպքում, նշանակալից մասը: Այդ մասը բնորոշող η_0 գործակիցը անվանում են մակերեսի օգտագործման գործակից /մօգ/ և $S_{գ} = \eta_0 S_{երկր}$:

Մյուս մեծությունը, որը մտնում է /9.4/ հավասարման մեջ, ի դեպ, հավաստի է անվանել ռադիոհաղորդման հավասարում.

$$\frac{4\pi}{\iint |F(\theta,\varphi)|^2\, d\Omega} = G_0 \qquad /9.5/$$

Այսպիսով, ռադիոհաղորդման /9.4/ հավասարման մեջ, բացի անտենաների միջև r հեռավորությունից, մտնում են երկու մեծություններ՝ $S_{գ}$, որը բնորոշում է միայն ընդունող B անտենան և G_0, որը բնորոշում է միայն հաղորդիչ անտենան: Եթե արտագրենք /9.4/-ը հետևյալ տեսքով՝

$$\frac{P_{ընդ}}{P_{ճառ}} = \frac{1}{4\pi r^2} G_0 S_{գ} \qquad /9.6/$$

ապա՝

$$G_0 = \frac{4\pi r^2}{S_{\text{գ}}} \cdot \frac{P_{\text{ընդ}}}{P_{\text{ճառ}}}$$

/9.7/

G_0 մեծությունը կոչվում է ուղղորդված գործողության գործակից՝ ուգգ ։ Եթե $G_0 = 1$, $P_{\text{ընդ}}/P_{\text{ճառ}} = S_{\text{գ}}/4\pi r^2$,այսինքն՝ անտենայի ընդունած հզորությունը հավասար է ընդունիչ անտենայի գործող մակերեսին և միավոր մակերեսով ճառագայթված հզորության /ինտենսիվության/՝ $P_{\text{ճառ}}/4\pi r^2$ -ի արտադրյալին։Նման հաղորդիչ անտենան կկոչվի Բացարձակ չուղղորդված կամ իզոտրոպ անտենա, որը 4π մարմնային անկյան մեջ Բոլոր ուղղություններով ճառագայթում է համահավասար ։Այսպիսով, G_0 մեծությունն արտահայտում է տվյալ անտենայի ուղղորդվածության աստիճանը իզոտրոպ անտենայի նկատմամԲ։

/9.2/ -/9.7/ հավասարումները գրված են այն դեպքի համար,երԲ $E = E_{max}$,այսինքն՝ երԲ $S_{\text{գ}}$ մակերեսը ,,լուսավորվում է,, ճառագայթող անտենայի մաքսիմումով։Ընդհանուր դեպքում, պետք է տեղադրել $E(\theta,\varphi) = E_{max}|F(\theta,\varphi)|$ և գրել /9.5/ -ը հետևյալ տեսքով՝

$$\frac{4\pi|F(\theta,\varphi)|^2}{\iint|F(\theta,\varphi)|^2 d\Omega} = G(\theta,\varphi)$$

/9.8/

Ավելի ճիշտ կլիներ $G(\theta,\varphi)$ մեծությունն անվանել ուգգ θ,φ ուղղությամԲ, իսկ /9.5/-ը՝ Բացարձակ ուգգ, կամ ուգգ՝ գլխավոր ուղղությամԲ / $|F(0,0)| = 1$ /։ Ասվածից հետևում է, որ ընդունիչ անտենան ավելի նպատակահարմար է Բնորոշել գործող մակերեսով, իսկ հաղորդիչ անտենան՝ ուգգ-ով։ Հասկանալի է, սակայն , որ ընդունող անտենան նույնպես ունի իր ուգգ -ն,և անհրաժեշտ է միաժամանակ կապ ստեղծել այս երկու մեծությունների՝ գործող մակերեսի և ուգգ-ի միջև։

Ըստ Լորենցի լեմի /փոխադարձության սկզԲունք/, եթե հաղորդիչ անտենան դարձնենք ընդունող և հակառակը, /9.4/ ռադիոհաղորդման հավասարումը չի փոխվի, եթե նրա աջ մասի հայտարարում գրվի $\iint|F_1(\theta,\varphi)|^2 d\Omega$, որտեղ F_1 -ը ընդունիչ անտենայի ուգգ-ն է, իսկ համարիչում՝ S_A , որն այժմ արդեն ճառագայթող անտենայի գործող մակերեսն է, ապա

$$P_{\text{ընդ}} = \frac{1}{4\pi r^2} \cdot \frac{4\pi S_A}{\iint|F(\theta,\varphi)|^2 d\Omega} \cdot P_{\text{ճառ}}$$

/9.4,ա/

Այսպիսով,/9.4/ և /9.4,ա/ հավասարումները կարելի է ներկայացնել հետևյալ համակարգի ձևով՝

$$P_{\text{ընդ}} = \frac{1}{4\pi r^2} G_A S_B P_{\text{ճառ}},$$

$$P_{\text{ընդ}} = \frac{1}{4\pi r^2} G_B S_A P_{\text{ճառ}}$$

/9.9/

/9.9/-ից հետևում է՝

$$\frac{G_A}{G_B} = \frac{S_A}{S_B}$$

Այսպիսով, անտենայի ուգգ- ի և գործող մակերեսի մեծությունների միջև կա միարժեք կապ՝

$$G = \alpha S_{\text{գ}},$$

/9.10/

և մեկը մյուսով արտահայտելու համար անհրաժեշտ է միայն իմանալ α համեմատականության գործակցի մեծությունը։

Որոշենք այս համեմատականության գործակիցը, դիտարկելով էլեկտրական դիպոլը որպես փորձանմուշ անտենա,որի $S_{\text{գ}}$ -ն հնարավոր է հաշվարկել տեսականորեն.այն հավասար է $\frac{3}{8\pi}\lambda^2$ ։Մյուս կողմից՝ հայտնի է նաև նրա ուղ-ն է $\sin\theta$ ։Ըստ /9.8/-ի՝

$$G_0\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{4\pi}{2\pi\int_0^{\pi}\sin^3\theta\, d\theta} = \frac{3}{2}$$

/9.10/ հավասարումից հիմա կարելի է գրել՝

$$\alpha = \frac{4\pi}{\lambda^2},$$

այսինքն՝

$$G = \frac{4\pi S_{\text{գ}}}{\lambda^2}$$

/9.11/

Ուժեղացման գործակից, օգտակար գործողության գործակից: Ուգգ հասկացության հետ սերտորեն կապված է անտենայի դաշտը բնորոշող մեկ այլ պարամետր՝ ուժեղացման գործակիցը: Բանը այն է, որ ցանկացած անտենա ունի կորուստներ և տրակտից նրա ելքին հաղորդված էներգիան ամբողջովին չի վերածվում ճառագայթման: Խոսքը օհմական կորուստների մասին է՝ պայմանավորված այն հանգամանքով, որ անտենան իդեալական հաղորդիչ չէ և ունի վերջավոր հաղորդականություն: Հասկանալի է, որ տրակտի և անտենայի վատ համաձայնեցվածությունը կբերի այսպիսի կորուստների մեծացման և ճառագայթվող /ընդունող/ հզորության նվազեցման: Եթե մտցնենք η օգտակար գործողության գործակցի /օգգ / հասկացությունը, ապա ուգ- ի և ուգգ -ի միջև կառաջանա հետևյալ պարզ կապը՝

$$\tilde{G} = \eta G = \eta \cdot \frac{4\pi S_{\text{ա}}}{\lambda^2} \qquad /9.12/$$

Հասկանալի է, որ իրական չափումներում /9.3/ -/9.6/ ռադիոհավասարումներում G -ի փոխարեն հավաստի է օգտվել $\tilde{G}$ մեծությունից:

Փուլային կենտրոն: Գոյություն ունի անտենան և նրա դաշտը բնորոշող նաև մեկ այլ կարևոր պարամետր: Երբ երկու անտենաներ գտնվում են միմյանցից շատ մեծ հեռավորության վրա, ապա այն հանգամանքը, թե r -ը նրանց որ կետերի միջև եղած հեռավորությունն է համապատասխանում կարևոր չէ, քանի որ այս դեպքում անտենան կարելի է դիտել որպես կետային մարմին: Պարզ է, սակայն, որ ցանկացած իրական չափում իրացվում է անտենաների միմյանցից վերջավոր հեռավորության վրա: Եթե այս հեռավորությունը բավականաչափ մեծ է, օրինակ, եթե $r \gg 2D^2/\lambda$ /տես [illegible] յոթերորդում անցումը Ֆրաունհոֆերյան տիրույթին/, ապա նման վերջավոր հեռավորությունը նկատելի սխալների չի բերի, բայց համենայն դեպս պետք է գնահատել հնարավոր սխալանքը: Կարելի է ցույց տալ, որ հիշյալ կետերի որոշակի ընտրության դեպքում $P_{\text{ընդ}}/P_{\text{ճառ}}$ հարաբերությունը կընդունի մաքսիմալ արժեք: Եթե այդպիսի որոշակի կետեր ընտրված են, ապա հեռավորությունը այս կետերի միջև ընդունվում է որպես երկու անտենաների միջև եղած r հեռավորություն, իսկ այս կետերը կոչվում են տվյալ անտենաների փուլային կենտրոններ:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Г.Марков, Д.Сазонов. Антенны. М., Энергия, 1975.
2. Дж.Слетер, Передача ультрокоротких радиоволн.М.,Гостехиздат,

X

ԱՆՏԵՆԱՅԻ ԴԱՇՏԸ ԲՆՈՐՈՇՈՂ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ՊԱՐԱՄԵՏՐԵՐԸ /ՇԱՐՈՒՆԱԿՈՒԹՅՈՒՆ/. ՀԱՄԱՐԺԵՔ ,,ԱՂՄԿԱՅԻՆ,, ՋԵՐՄԱՍՏԻՃԱՆ, ,,ՍԵՎ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄ,, , ԱՂԲՅՈՒՐԻ ՊԱՅԾԱՌՈՒԹՅԱՆ ՋԵՐՄԱՍՏԻՃԱՆ, ԱՆՏԵՆԱՅԻՆ ՋԵՐՄԱՍՏԻՃԱՆ, ԳՈՐԾՈՂ ՃԱՌԱԳԱՅԹ ԵՎ ՑՐՄԱՆ ԳՈՐԾԱԿԻՑ

Անտենային ջերմաստիճան: Եվ, այնուամենայնիվ, կան իրավիճակներ, երբ անտենան, որպես չափող գործիք, աշխատում է միայնակ, առանց կողմնակի անտենայի առկայության: Այդ դեպքում ճառագայթման աղբյուրի դեր կատարում են ռադիոճառագայթման կողմնակի աղբյուրները: Որպես ամենատարածված և կարևոր նշանակություն ունեցող օրինակ կարելի է բերել ռադիոհեռուստաչափական անտենաները, որոնք կոչված են ընդունելու տիեզերքի խորքերից եկող ռադիոալիքները: Նման ալիքներ ճառագայթում են նաև արևը, լուսինը /ջերմային ճառագայթում/, համարյա բոլոր մոլորակները /առավել կամ պակաս չափով՝ կախված ճառագայթման հաճախային տիրույթից/: Այս բոլոր ճառագայթումներն ունեն ,,աղմկային,, բնույթ, այսինքն՝ ոչ մոնոքրոմատիկ են և ունեն ճառագայթման հաճախության անընդհատ սպեկտր, ինչպես նաև մեծամասամբ պաբևեռացված են: Ռադիոտեխնիկայում և ռադիոֆիզիկայում լայնորեն ընդունված է աղմկային ճառագայթման ինտենսիվությունը /անկախ այն բանից ճառագայթման բնույթը ջերմային է, ինչպես, օրինակ, լուսնի և մոլորակների ճառագայթումը, թե պայմանավորված է այլևայլ մեխանիզմներով, սինքրոտրոնային, միջուկային և այլն /արտահայտել, այսպես կոչված, համարժեք ,,աղմկային,, ջերմաստիճանով: Դիցուք՝ մի որևէ աղբյուր նրա հետ համաձայնեցված բեռնվածությանը հաճախությունների $\Delta\omega$ շերտում հաղորդում է

$$P = \int_{\omega}^{\omega+\Delta\omega} P(\omega)\,d\omega = \overline{P(\omega)}\,\Delta\omega \qquad /10.1/$$

հզորություն: $\overline{P(\omega)}$ -ն հզորության միջին /սպեկտրալ/ խտությունն է հաճախությունների $\Delta\omega$ տիրույթում: Ըստ վերը ասվածի, պետք է ստեղծել կապ $\overline{P(\omega)}$ մեծության և մի որևէ մարմնի ջերմային ճառագայթման ինտենսիվության միջև: Ըստ որում, այդ մարմինը տաքացված է մինչև մի այնպիսի ջերմաստիճան, երբ նրա ջերմային ճառագայթման ինտենսիվությունը հավասար է $\overline{P(\omega)}\,\Delta\omega$ -ի: Եթե որպես այդպիսի փորձանմուշ ընտրենք բացարձակ սև մարմինը, ապա կարող ենք օգտվել ,,սև ճառագայթման,, օրենքներից: Ինչպես հայտնի է, այս ճառագայթումն էլեկտրամագնիսական է և ունի հավասարակշռված բնույթ: Այդ հավասարակշռվածությունը պայմանավորված է ֆոտոնների ճառագայթմամբ և կլանումով, ըստ որում՝ սրանց թիվը փոփոխական է և որոշվում է ջերմային հավասարակշռվածու- թյան պայմանից: Տվյալ քվանտային վիճակում այդ թիվը որոշվում է Պլան- կի բանաձևով՝

$$\bar{n} = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{\kappa T}} - 1}$$

/10.2/

Դիտարկենք a, b, c կողերով ուղղանիստ պրիզմայով սահմանա- փակված տիրույթին համապատասխանող փուլային ծավալ՝ $abc\,d^3\kappa = V d^3\kappa$:

Տվյալ փուլային ծավալում ֆոտոնների թիվը կարող ենք որոշել հետևյալ պարզ դատողություններից:

$$d\kappa_x = \frac{2\pi}{a}\,dn_x\,, \qquad d\kappa_y = \frac{2\pi}{b}\,dn_y\,, \qquad d\kappa_z = \frac{2\pi}{c}\,dn_z$$

և

$$d^3\kappa = \frac{(2\pi)^3}{abc}\,dn_x\,dn_y\,dn_z = \frac{(2\pi)^3}{V}\,dn$$

մյուս կողմից՝

$$d^3\kappa = \frac{4\pi\omega^2}{c^3}\,d\omega = \frac{(2\pi)^3}{V}\,dn$$

և, եթե հաշվի առնենք երկու հնարավոր բևեռացումները, ապա

$$dn_\omega = \frac{V\omega^2}{\pi^2 c^3}\,d\omega$$

/10,3/

Բազմապատկելով /10.3/-ը /10.2/-ով տվյալ փուլային ծավալում ֆոտոն- ների թվի համար կստանանք՝

$$dN_\omega = \frac{V\omega^2}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{d\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{\kappa T}} - 1}$$

/10.4/

Բազմապատկենք /10.4/-ը ֆոտոնի էներգիայով՝ $\hbar\omega$ -ով: Կստանանք՝

$$dE_\omega = \frac{V\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{d\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{\kappa T}} - 1}$$

/10.5/

Դիտարկենք գործնականում /ռադիոճառագայթման/ շատ ավելի կարևոր դեպքը, երբ $\hbar\omega \ll \kappa T$: Այս դեպքում՝

$$dE_\omega = \frac{V\omega^2}{\pi^2 c^3}\,\kappa T\,d\omega$$

/10.6/

Մտցնենք սև ճառագայթման սպեկտրալ խտության հասկացությունը՝ $e_0(\omega)$ -ն, բերված ճառագայթող մարմնի միավոր ծավալի: Սև ճառագայ- թումն ունի իզոտրոպ բնույթ, հետևապես՝

$$e_0(\omega) = \frac{dE_\omega}{4\pi V d\omega} = \frac{\omega^2\kappa T}{4\pi^3 c^3}$$

/10.7/

Այս դեպքում ճառագայթման հզորությունը հաճախությունների $\Delta\omega$ և մարմնային անկյան do միջակայքում կլինի՝

$$c\,e_0(\omega)\,do\cdot\Delta\omega = \frac{\omega^2\kappa T}{4\pi^3 c^2}\,do\cdot\Delta\omega$$

/10.8/

Կլանող մարմնի վրա θ անկման անկյան դեպքում /10.8/-ից կըս- տանանք՝

$$c\,e_0(\omega)\cos\theta\,do\cdot\Delta\omega$$

/10.9/

Հզորությունը, որը կընդունվի S_q/r^2 անկյունային չափսեր ունե- ցող անտենայի կողմից, եթե հաշվի առնենք, որ սև ճառագայթումը լրիվ ապաբևեռացված է և միջինացնենք ըստ երկու բևեռացումների, այն է՝ բազմապատկենք $1/2$ -ով, հավասար կլինի՝

$$\overline{P(\omega)} = \frac{\kappa\omega^2}{8\pi^3 c^2}\int\limits_{S_{աղբ}} T\cos\theta\cdot\frac{S_q}{r^2}\,dS_{աղբ}$$

Բայց $\cos\theta\cdot dS_{աղբ}/r^2 = d\Omega$ -ն ճառագայթող մարմնի՝ անտենայից երևացող մարմնային անկյան տարրն է: Մյուս կողմից՝

$$S_q = \frac{\lambda^2 G(\theta,\varphi)}{4\pi} = \lambda^2\cdot\frac{|F(\theta,\varphi)|^2}{\iint\limits_{4\pi}|F(\theta,\varphi)|^2 d\Omega}$$

Հետևաբար՝

$$\overline{P(\omega)} = \frac{\kappa\,\omega^2\lambda^2}{8\pi^3 c^2}\cdot\frac{\iint\limits_{\Omega_{\text{աղբ}}} T|F(\theta,\varphi)|^2\,d\Omega}{\iint\limits_{4\pi} |F(\theta,\varphi)|^2\,d\Omega}$$

/10.10/

կամ՝

$$\overline{P(\omega)} = \frac{\kappa}{2\pi}\cdot\frac{\iint\limits_{\Omega_{\text{աղբ}}} T|F(\theta,\varphi)|^2\,d\Omega}{\iint\limits_{4\pi} |F(\theta,\varphi)|^2\,d\Omega}$$

/10.10,ա/

/10.10/-ում գրված T ջերմաստիճանը կանվանենք աղբյուրի պայծառության ջերմաստիճան և նշանակենք $T_{\text{պ}}$ -ով:

/10.10/-ից՝

$$T_{\text{ա}} = \frac{2\pi\,\overline{P(\omega)}}{\kappa} = \frac{\iint\limits_{\Omega_{\text{աղբ}}} T_{\text{պ}}|F(\theta,\varphi)|^2\,d\Omega}{\iint\limits_{4\pi} |F(\theta,\varphi)|^2\,d\Omega}$$

/10.11/

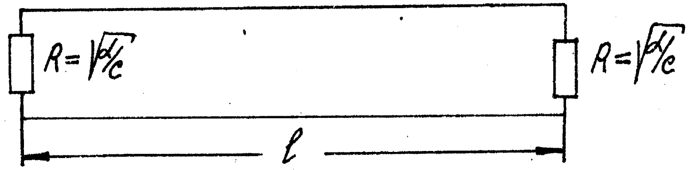
որտեղ՝ $T_{\text{ա}}$ -ն ռադիոճառագայթման աղբյուրի անտենային ջերմաստիճանն է տրված անտենայի համար /որի ուղ-ն է $F(\theta,\varphi)$ -ն / :Իրոք՝ կարելի է ցույց տալ, որ հզորության սպեկտրալ խտությունը, որն անջատվում է անտենային համաձայնեցված և մինչև $T_{\text{ա}}$ ջերմաստիճանը տաքացված բեռնվածության վրա, հավասար է՝

$$\overline{P(\omega)} = \frac{\kappa\,T_{\text{ա}}}{2\pi}$$

/10.12/

/10.12/ Բանաձևը ամենայն խստությամբ դուրս է բերվում ջերմային էլեկտրամագնիսական դաշտերի տեսությունում և, մասնավորապես, հետևում է Նայկվիստի բանաձևից:

Դիտարկենք երկհաղորդալար գիծ, որն ունի $\sqrt{L/C}$ ալիքային դիմադրություն և որի ծայրերին միացած են ω հաճախության վրա համաձայնեցված $R=\sqrt{L/C}$ դիմադրություններ /տես, նկ. 12-ը/:Այս դիմադրություններն ունեն նույն $T_{\text{ա}}$ ջերմաստիճանը /հավասարակշռված վիճակ/:



նկ.12

Էներգիայի փոխանակությունը R դիմադրությունների միջև կկատարվի այդ դիմադրություններում գրգռված ալիքների միջոցով, որոնք, շնորհիվ գծի հետ ունեցած համաձայնեցվածության, չեն կրի անդրադարձումներ հաճախությունների քննարկվող ω, $\omega+\Delta\omega$ տիրույթում:Ժամանակի մի որևէ պահի կարճենք այս գծի ծայրերը իդեալական հաղորդիչներով, որպեսզի ,,բռնենք,, տարբեր ω հաճախություններով հանդիպակաց վազող ալիքները:Կանգուն ալիքների այս համակարգը կարելի է դիտել որպես սեփական այնպիսի տատանումների վերադրում գծի տվյալ ℓ հատվածի համար, որոնց հաճախություններն ընկած են ω , $\omega+d\omega$ միջակայքում:Այս հաճախությունները էքվիդիստանտ են և արտահայտվում են $\omega_m=\pi m v/\ell$ բանաձևով, որտեղ $m=0, \pm 1, \pm 2\ldots$ և v-ն ալիքի փուլային արագությունն է:Հարևան սեփական հաճախությունների միջև եղած միջակայքը $\Delta\omega_m=\pi v/\ell$:Այսպիսով, ω , $\omega+d\omega$ տիրույթում սեփական տատանումների թիվը կլինի՝

$$dN = \frac{d\omega}{\Delta\omega_m} = \frac{\ell\,d\omega}{\pi v}$$

/10.13/

Եթե օգտվենք Բոլցմանի հավասարաբաշխվածության թեորեմից, ըստ որի ազատության յուրաքանչյուր աստիճանին ընկնում է $\kappa T_{\text{ա}}$ ջերմային էներգիա, կստանանք՝

$$dE_\omega = \kappa T_{\text{ա}}\cdot\frac{\ell}{\pi v}\,d\omega$$

/10.14/

Երբ միացած են $R=\sqrt{L/C}$ դիմադրությունները, անդրադարձումներ չկան և, հետևաբար, ստացված /10.14/ արժեքը հավասար է այն էներգիային, որն ուղարկվում է երկհաղորդալար գծին երկու դիմադրությունների կողմից $\tau=\ell/v$ ժամանակահատվածում:Այստեղից հետևում է, որ յուրաքանչյուր $R=\sqrt{L/C}$ դիմադրություն, որն ունի $T_{\text{ա}}$ ջերմաստիճան, ժամանակի միավորի ընթացքում առաքում է էներգիայի մի քանակություն, որը հավասար է /10.14/-ի արժեքի կեսին, այն է՝

$$\frac{dE_\omega}{2\tau} = \frac{\kappa T_{\text{ա}}}{2\pi}\, d\omega$$

Ստացված արտահայտությունը համընկնում է /10.12/ բանաձևի հետ: Այսպիսով, մինչև $T_{\text{ա}}$ ջերմաստիճան տաքացված մարմինը նրան համաձայնեցված որևէ մի գործիքի /այդ թվում անտենային/ հաղորդում է /10.12/ բանաձևով որոշվող հզորություն:

Բոլցմանի հավասարաբաշխվածության օրենքը ճիշտ է միայն մոտավորապես երկար ալիքների տիրույթում և համապատասխանում է Ռելեյ-Ջինսի բանաձևից ստացված /տե՛ս /10.6/-ը / արտահայտությանը:Ավելի ճիշտ արտահայտություն ստանալու համար պետք է κT-ն փոխարինել

$$\kappa\theta = \hbar\omega\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{\kappa T}} - 1}\right) \qquad /10.15/$$

արտահայտությամբ, որը ոչ այլ ինչ է, եթե ոչ քվանտային օսցիլյատորի

$$E = \hbar\omega\left(\frac{1}{2} + \bar{n}\right)$$

էներգիան: /10.15/-ը $\hbar\omega \ll \kappa T$ պայմանի դեպքում հավասար է κT -ի:

<u>Գործող ճառագայթ և ցրման գործակից.</u> Ռադիոաստղագիտական չափումներում շատ կարևոր է, որ անտենան ունենա նեղ /սուր/ ճառագայթ, այլապես այն կընդունի ոչ միայն շատ փոքր անկյունային չափեր ունեցող օբյեկտի, այլև այն շրջապատող տիրույթից եկող ճառագայթումը: Անտենայի այս հատկությունը բնորոշվում է գործող ճառագայթի հասկացությամբ, որը սահմանվում է հետևյալ դատողությունների օգնությամբ: Ներկայացնենք /9.5/ -ը հետևյալ տեսքով՝

$$G = \frac{4\pi}{\iint\limits_{\Omega_{\text{գլխ}}} |F(\theta,\varphi)|^2 d\Omega + \iint\limits_{4\pi-\Omega_{\text{գլխ}}} |F(\theta,\varphi)|^2 d\Omega} \qquad /10.16/$$

Երբ

$$\iint\limits_{\Omega_{\text{գլխ}}} |F(\theta,\varphi)|^2 d\Omega \gg \iint\limits_{4\pi-\Omega_{\text{գլխ}}} |F(\theta,\varphi)|^2 d\Omega$$

ապա՝

$$G \simeq \frac{4\pi}{\iint\limits_{\Omega_{\text{գլխ}}} |F(\theta,\varphi)|^2 d\Omega}(1-\beta) \qquad /10.17/$$

/10.17/-ում $\Omega_{\text{գլխ}}$ գլխավոր ճառագայթն ընդգրկող մարմնային անկյունն է:Այս բանաձևում $4\pi/\iint_{\Omega_{\text{գլխ}}} |F(\theta,\varphi)|^2 d\Omega$ մեծությունն անվանում են գործող ճառագայթ / beam efficiency /, իսկ

$$\beta = \frac{\iint\limits_{4\pi-\Omega_{\text{գլխ}}} |F(\theta,\varphi)|^2 d\Omega}{\iint\limits_{\Omega_{\text{գլխ}}} |F(\theta,\varphi)|^2 d\Omega} \text{ -ն՝}$$

ցրման գործակից:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Статистическая физика.М.,Наука,1976.
2. Н.Цейтлин. Антенная техника и радиоастрономия. М., Советское радио, 1976.
3. С.М.Рытов. Введение в статистическую радиофизику. Часть I. М., Наука, 1978.

XI

ԱՆՏԵՆԱՆԵՐԻ ՊԱՐԱՄԵՏՐԵՐԻ ՉԱՓՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՀԱՐՑԵՐ։ԱՆՏԵՆԱՅԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԴԱՇՏԻ ՄՈՏԱՐԿԱՅԻՆ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆԸ ԵՎ ՓՈՒԼԱՅԻՆ ԿԵՆՏՐՈՆԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ

Օգտվելով /9.6/ բանաձևից, անտենայի ճառագայթման դաշտը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\vec{E}(r,\theta,\varphi) = E_0\sqrt{G_0}\,\frac{e^{ikr}}{kr}\,\vec{F}(\theta,\varphi,r) \qquad /11.1/$$

/11.1/ -ում $\vec{F}$ ֆունկցիան գրված է վերջավոր r հեռավորության համար։Այս դեպքում /11.1/-ը համընկնում է /7.14/ արտահայտության հետ։ Այն կարելի է ներկայացնել հետևյալ մոտարկային վերլուծության ձևով /տես, գրականություն 1 /.

$$\vec{E}(r,\theta,\varphi) = E_0\,\frac{e^{ikr}}{r}\sqrt{G_0}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(ikr)^n}\,\hat{P}_n\,\vec{F}(\theta,\varphi) \qquad /11.2/$$

/11.2/-ում $\hat{P}_n$ դիֆերենցիալ օպերատորը հետևյալն է.

$$\hat{P}_n = \frac{1}{2^n n!}\left[n(n-1)+\Delta\right]\cdots\left[2\cdot 1+\Delta\right]\Delta\,, \qquad \hat{P}_0 = 1$$

և

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} + ctg\,\theta\,\frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{1}{\sin^2\theta}\,\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}$$

/11.2/-ից հետևում է, որ վերլուծության գլխավոր անդամը կլինի՝

$$\vec{E}(\theta,\varphi) = E_0\sqrt{G_0}\,\frac{e^{ikr}}{r}\,\vec{F}(\theta,\varphi) \qquad /11.3/$$

/11.3/-ում $\vec{F}(\theta,\varphi)$ -ն արդեն համընկնում է ուղղորդվածության դիագրամին անտենայից շատ հեռու տիրույթում։

Անդրադառնանք /9.6/ հավասարմանը։Նշանակենք $P_{ընդ}/P_{ճառ}$ հարաբերությունը $|\mu|^2$ -ով և անվանենք μ -ն հաղորդման գործակից։Օգտվելով նաև /9.11/-ից ներկայացնենք /9.6/-ը հետևյալ տեսքով՝

$$|\mu|^2 = \left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2 G_1 G_2 \qquad /11.4/$$

Քանի որ $G_1 = G_{10}\,|F_1(\theta,\varphi)|$ և $G_2 = G_{20}\,|F_2(\theta,\varphi)|$,ապա՝

$$|\mu|^2 = \left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2 G_{10}\,G_{20}\,|F_1(\theta,\varphi)|^2\,|F_2(\theta,\varphi)|^2$$

և վերջապես՝

$$\mu = \frac{e^{ikr}}{2kr}\sqrt{G_{10}G_{20}}\,F_1(\theta,\varphi)\,F_2(\theta,\varphi), \qquad /11.5/$$

եթե /11.5/-ում $F(\theta,\varphi)$ -ում վերականգնենք կախումը r հեռավորությունից ըստ /7.14/-ի։Հաղորդման μ գործակիցը կարելի է ներկայացնել /11.2/-ի տիպի մոտարկային վերլուծության ձևով՝

$$\mu = \frac{\sqrt{G_{10}G_{20}}}{2kr}\,e^{ikr}\sum\frac{1}{(ikr)^n}\,\hat{P}_n\,(F_1F_2) \qquad /11.6/$$

որի գլխավոր անդամը համընկնում է /11.5/-ի հետ։

Եթե /11.6/-ում $F_2 = 1$, այսինքն՝ ընդունող անտենան բացարձակ իզոտրոպ է, ապա գալիս ենք /11.2/ վերլուծությանը դաշտի լոկալ արժէ համար տված կետում։ Այլ խոսքով, եթե որպես ընդունող անտենա վերցվի օրինակ, էլեկտրական դիպոլը , ապա /11.6/-ի փոխարեն կարելի է օգտվել /11.2/ բանաձևից։Հարկ է նշել, որ բոլորովին էլ պարտադիր չէ, որ ընդունող անտենայի չափսերը փոքր լինեն. Բավական է, որ այն լինի չուղղորդված՝ $|F_2|\sim 1$. Նշենք նաև ,որ /11.6/-ում,ի տարբերություն /11.2/-ի , $\hat{P}_n$ դիֆերենցման օպերատորն ազդում է և՛ F_1 -ի, և՛ F_2 -ի փոփոխականների վրա հավասարազոր։

Ներկայացրած /11.2/ և /11.6/ մոտարկային վերլուծությունները հնարավորություն են ընձեռում հետազոտել անտենային չափումների մի շատ կարևոր խնդիր. այն է՝ հեռավորության վերջավորության ազդեցությունն անտենայի չափվող մեծությունների վրա։/11.6/-ից որոշենք μ

մեծության ռադիալ և անկյունային կախվածության տարբերությունը μ_0 -ից, երբ դաշտերն ունեն $\frac{e^{ikr}}{r}\sqrt{G}\,F(\theta,\varphi)$ տեսքը: Այս տարբերությունը կորուշի չափման այն սխալանքը, որը պայմանավորված է անտենաների միջև եղած վերջավոր հեռավորությամբ:

/11.6/-ից հետևում է, որ ամենամեծ ուղղումները հեռավոր տիրույթի նկատմամբ r^{-1} և r^{-2} կարգի մեծություններ են: Քանի որ μ -ն կոմպլեքս մեծություն է, իսկ էքսպերիմենտում, ընդհանրապես ասած, չափվում է և ամպլիտուդը, և փուլը, բերենք մոտարկային արտահայտություններ այս երկուսի համար էլ: Այն է՝

$$|\mu_0| = \frac{\sqrt{G_{10}G_{20}}}{2kr}\,|F_1F_2|\left\{1 + \frac{1}{kr}\,Im\,\frac{\hat{P}_1(F_1F_2)}{(F_1F_2)} + \frac{1}{(kr)^2}\,Re\,\frac{\hat{P}_2(F_1F_2)}{(F_1F_2)} + \dots\right\}$$

/11.7/

և

$$\arg\mu_0 = kr + \arg F_1 + \arg F_2 + \frac{1}{kr}\,Re\,\frac{\hat{P}_1(F_1F_2)}{(F_1F_2)}$$

/11.8/

/11.7/ և /11.8/-ից հետևում է, որ և մոդուլի, և փուլի համար μ -ն μ_0 -ով փոխարինելու սխալանքը r^{-1} կարգի է: Կարելի է, սակայն, այդ սխալանքի մեծությունը ավելի փոքրացնել, այսինքն՝ դարձնել r^{-2}. Բավական է, որպեսզի ապահովվի հետևյալ պայմանների կատարումը՝

$$Re\,\frac{\hat{P}_1(F_1F_2)}{F_1F_2} = 0$$

/11.9/

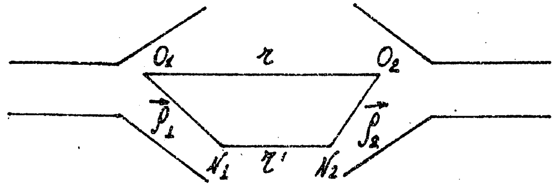
և

$$Im\,\frac{\hat{P}_1(F_1F_2)}{F_1F_2} = 0$$

/11.10/

Մինչև այժմ դեռ ոչինչ որոշակի չի ասվել r հեռավորության վերաբերյալ՝ թե անտենայի որ կետերի միջև եղած հեռավորությանն է այն համապատասխանում: Դիտարկենք հետևյալ նկարը /տես, Նկ.13-ը /: Միանգամայն պարզ է, որ անկախ O_1 և O_2 կետերի ընտրությունից r -ի մեծացմանը զուգընթաց ուղղումը կձգտի զրոյի: Սակայն, ինչպես

ասվել էր վերը, ցանկացած իրական ֆիզիկական էքսպերիմենտում, այսինքն՝ վերջավոր r -ի դեպքում, O_1 և O_2 կետերի ընտրությունը դառնում է էական:



Նկ.13

Իրոք, փոխարինենք O_1 և O_2 կետերը N_1 -ով և N_2 -ով: Այս դեպքում վերը բերված բանաձևերում պետք է փոխարինվեն՝ $F_1 \to F_1 e^{ik\rho_1}$ և $F_2 \to F_2 e^{ik\rho_2}$,իսկ $r = O_1O_2$ հեռավորությունը՝ $r' = N_1N_2$ հեռավորությամբ: Նման փոխարինումները բերում են և r հեռավորության, և $\hat{P}_1(F_1F_2)$, $\hat{P}_2(F_1F_2)$ ֆունկցիաների փոփոխության: N_1 և N_2 կետերի հարմար ընտրությամբ կարելի է բավարարել /11.9/ և /11.10/ պայմաններին: Դիտարկենք /11.10/ պայմանը. սա առավել մեծ գործնական նշանակություն ունի, քանի որ շատ ավելի հաճախ սահմանափակվում են մոդուլի /ամպլիտուդի/ չափմամբ: Այս պայմանը բավարարվում է ինքնըստինքյան, եթե F_1 և F_2 դիագրամները իրական են՝

$$Im\,F_1 = Im\,F_2 = 0$$

/11.11/

/11.11/-ը նշանակում է՝

- երկու անտենաներն էլ ունեն փուլային կենտրոն,
- ուղ-ի չափման համար անտենան պտտվում է իր փուլային կենտրոնի շուրջը,
- r հեռավորությունը չափվում է որպես անտենաների փուլային կենտրոնների միջև եղած հեռավորություն:

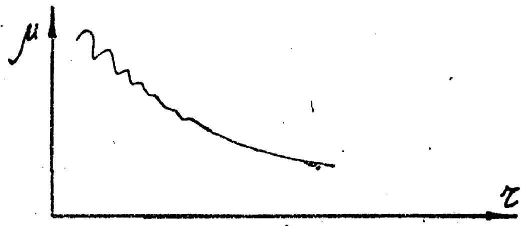
Սակայն /11.10/ պայմանին կարելի է բավարարել և կոմպլեքս դիագրամների դեպքում, այսինքն, երբ ըստ սահմանման՝ անտենան չունի փուլային կենտրոն: Այս դեպքում N_1 և N_2 կետերի դիրքը կախված է θ և φ անկյուններից և անվանվում է ակնթարթային փուլային կենտրոն:

Ցուցադրենք,թե ինչպես կարելի է, ելնելով /11.7/ և /11.10/ համասարումներից, որոշել անտենայի փուլային կենտրոնը:Մոտեցումը հարցի լուծմանը կարող է լինել տարբեր. Նկարագրենք մի մասնավոր եղանակ:

Ենթադրենք 1 և 2 անտենաները տեղադրված են նկ.14-ում տրված ձևով.

նկ.14

Առանցքային սիմետրիայի շնորհիվ N_1 և N_2 կետերը կգտնվեն նույն O_1O_2 առանցքի վրա. $r = O_1O_2$: μ -ի չափման արդյունքները, եթե աստիճանաբար մեծացնենք r հեռավորությունը, կարելի է պատկերել հետևյալ ձևով /տես, նկ.15-ը/:



նկ.15

Մոտ հեռավորությունների վրա դիտվող օսցիլյացիաները բացատրըվում են երկու անտենաների միջև եղած փոխադարձ անդրադարձումներով և մարում են հեռավորության աճմանը զուգընթաց:Հետաքրքրող $\mu(r)$ կախումը նրա վերին և ներքին պարուրիչների միջինն է:Կամայականորեն ընտրած h պարամետրի դեպքում /11.7/-ը գրվում է հետևյալ ձևով՝

$$|\mu| = \frac{a}{r+2h} + \frac{b}{(r+2h)^2} + \frac{c}{(r+2h)^3} + O(r^{-4}) \qquad /11.12/$$

որտեղ a -ն, b -ն և c -ն կախված են ուղ-ի արտադրյալների արժեքներից $\theta = 0$ և $\varphi = 0$ ուղղությամբ /տես, նկ.14-ը/: h -ի ընտրությամբ կարելի է b գործակիցը դարձնել զրո: Այդ դեպքում ուղղումը հեռավորության վերջավորության համար արդեն կլինի r^{-3} կարգի: Եթե անտենաները գտնվում են միմյանցից բավական մեծ, բայց վերջավոր հեռավորության վրա /այսպես կոչված՝ Ֆրենելյան տիրույթ/, $b = 0$ պայմանը բավարար չափով կփոքրացնի սխալանքի մեծությունը /մինչև $2 \div 3$ % / և փուլային կենտրոնը, որը կհամապատասխանի այդ սխալանքի մինիմումի դիրքին,կորոշվի h -ի ստացված մեծությամբ:

Շարադրվածը միայն հուշում է, թե ինչպես կարելի է մոտենալ խնդրի լուծմանը /տվյալ դեպքում անտենայի փուլային կենտրոնի որոշմանը/: Վերոհիշյալ դատողություններից ելնելով, ըստ երևույթին, կարելի է մշակել շարադրվածից տարբեր, զուգե և ավելի արդյունավետ եղանակներ:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. И.Е.Арсаев, Б.Е.Кинбер. О применимости и погрешностях метода фокусировки. Радиотехника и электроника, XXIУ, 3, 1979.
2. Б.Е.Кинбер, В.А.Попиченко. Определение параметров антенн по измерениям радиальной зависимости поля в зоне Френеля. Сб.тезисов УШ СДВ. Волны и дифракция. т.3. М., 1981.

ԱՆՏԵՆԱՆԵՐԻ ՊԱՐԱՄԵՏՐԵՐԻ ՉԱՓՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՀԱՐՑԵՐ/ՇԱՐՈՒՆԱԿՈՒԹՅՈՒՆ/. ՀԱՅԵԼԱՅԻՆ ԱՆՏԵՆԱՆԵՐԻ ՈՒԳԳ-Ի ՉԱՓՈՒՄԸ ՎԵՐՋԱՎՈՐ ՀԵՌԱՎՈՐՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱ՝ ԱՊԱՖՈԿՈՒՍԱՑՄԱՆ ԵՂԱՆԱԿՈՎ

/11.7/ արտահայտությունից կարելի է անցնել քննարկման համար հարմար տեսքի մեկ այլ արտահայտության, եթե հաշվի առնենք, որ ուգ-ի n -երորդ ածանցյալը համեմատական է $(kD)^n$ -ին, որտեղ D -ն անտենայի բացվածքի չափն է, իսկ հայելու ճառագայթիչը շեղված է նրա կիզակետից սրա առանցքի ուղղությամբ՝

$$|\mu| = \frac{\sqrt{G_{10}}}{2kr}\left\{1 - \left(\frac{2\pi D^2}{16\lambda r}\right)^2\left[A + \chi B + \chi^2 C\right]\right., \quad G_{20} \simeq 1$$

/12.1/

/12.1/-ում հաշվի է առնված, որ անտենաներից մեկը իզոտրոպ է: Ինքնույն երևում է, որ /12.1/-ը որոշում է $|\mu|$ -ի որոշման սխալանքի մեծությունը r^{-2} մոտավորությամբ, որպես՝

$$-\left(\frac{2\pi D^2}{16\lambda r}\right)^2\left[A + \chi B + \chi^2 C\right]$$

/12.2/

/12.2/-ից հետևում է, որ $r \to \infty$ դեպքում այդ սխալանքը կձգտի զրոյի, իսկ ցանկացած մեծ, սակայն վերջավոր r -ի համար այն ունի որոշակի վերջավոր արժեք: A , B և C գործակիցները 1 և 2 անտենաների դիագրամներով պայմանավորված դրական հաստատուն մեծություններ են: Ըստ որում, այդ դիագրամները հաշված են անտենայի բացվածքում՝

$$a(\rho) = 1 - (1-P)^2\rho^2 \quad , \quad 0 \le P \le 1$$

/12.3/

տիպի դաշտի բաշխվածության համար: Հասկանալի է, որ խոսքը $|\mu|$ մեծության գնահատման մասին է և ոչ թե նրա ճշգրիտ հաշվման, այնպես, որ /12.3/ ենթադրությունը միանգամայն թույլատրելի է, քանի որ փոփոխելով P -ն զրոյից մինչև մեկ, կարելի է դիտարկել բացվածքում դաշտի բաշխվածության հանդիպող հիմնական դեպքերը:

/12.2/-ում մտնում է χ պարամետրը՝

$$\chi = \frac{\varepsilon r}{f^2} \; ,$$

/12.4/

որտեղ f -ը հայելային անտենայի ճառագայթիչի հեռավորությունն է նրա կենտրոնից /կիզակետ/, ε -ը հայելու առանցքի ուղղությամբ կիզակետային դիրքից ճառագայթիչի շեղման մեծությունն է /ենթադրվում է, որ $\varepsilon = 0$ դեպքում ճառագայթիչի դիրքը համընկնում է անտենայի կիզակետի հետ և $\chi = 0$ /:

χ մեծությունը պայմանավորում է այն սխալանքը, որն առաջանում է ուգ-ի կամ ուգգ-ի չափման ժամանակ, երբ անտենաների միջև հեռավորությունը որոշվում է որպես նրանց փուլային կենտրոնների միջև եղած հեռավորություն:

/12.4/-ից հետևում է, որ ε -ի փոփոխմամբ կարելի է փոփոխել χ մեծությունը: /12.2/-ը χ -ից կախված է պարաբոլային օրենքով և χ -ի որոշակի արժեքների դեպքում այն ունի մինիմում: Այսպես՝ χ -ի այն արժեքը, որի դեպքում /12.2/-ը մինիմալ է, հավասար է՝

$$\chi_0 = -\frac{B}{2C}$$

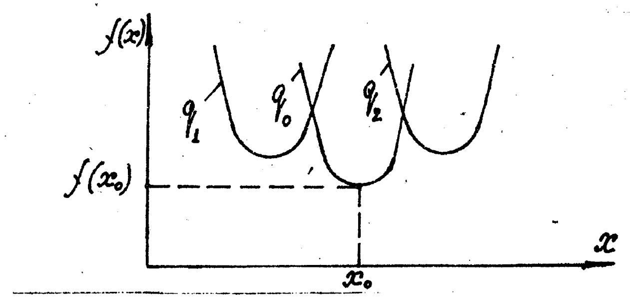
/12.5/

Այսպիսով, եթե՝

$$\frac{\varepsilon r}{f^2} = -\frac{B}{2C}$$

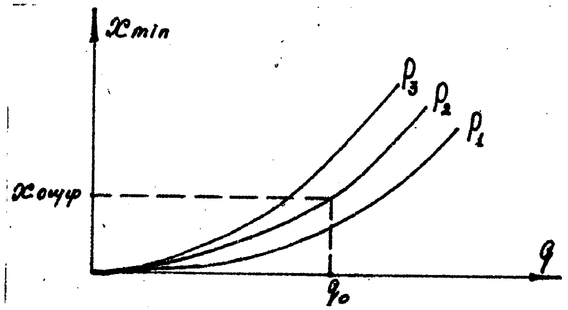
հավասարումից որոշվի ε -ը, ապա պարզ կդառնա, թե որքան պետք է շեղել ճառագայթիչը կիզակետից դեպի դուրս, որպեսզի /12.2/-ը ընդունի մինիմալ արժեք. այս գործողությունն անվանում են անտենայի ապաֆոկուսացում:

Ասվածից հետևում է, որ ուգ-ի չափման ժամանակ հեռավորության ոչ բավականաչափ մեծ լինելու հետևանքով առաջացած սխալանքը կարելի է կոմպենսացնել, եթե անտենան ապաֆոկուսացվի: Ենթադրենք՝ տեսականորեն հայտնի է /12.2/ ֆունկցիայի տեսքը՝ կախված χ պարամետրից /տես, նկ.16 -ը/, երբ երկրորդ անտենան քվազիիզոտրոպ է:
Նկ.16-ում $q = D/4f$ մեծությունը անտենան բնորոշող պարամետր է: Այս նկարից հետևում է, որ, ընդհանրապես ասած, տարբեր տիպի անտենաների համար $A + \chi B + \chi^2 C$ ֆունկցիայի կախումը χ պարա-



Նկ.16

մետրից տարբեր է՝ լինելով միշտ պարաբոլային:Մյուս կողմից՝ կարելի է տեսականորեն հաշվել χ_{min} -ի կախումը նույն պարամետրից դաշտի տարբեր /տես, 12.3/ բաշխվածությունների համար /նկ.17/:



Նկ.17

վարվենք հետևյալ կերպ: Նկ.17-ից տրված $q = q_0$ -ի և $P = P_0$-ի համար որոշենք $\chi_{\text{օպտ}}$ մեծությունը:Ունենալով նկ.16-ի գրաֆիկները տված q_0 -ի համար, $\chi_{\text{օպտ}}$ -ին համապատասխան

$$f(\chi_{\text{օպտ}}) = \left(\frac{2\pi D^2}{16\lambda r}\right)^2 [A + \chi_{\text{օպտ}} B + \chi^2_{\text{օպտ}} C]$$

արժեքից կգտնենք μ -ի չափման սխալանքի գնահատականը՝

$$\left(\frac{2\pi D^2}{16\lambda r}\right)^2 [A + \chi_{\text{օպտ}} B + \chi^2_{\text{օպտ}} C], \qquad /12.6/$$

իսկ շեղման ε մեծությունը կորոշվի /12.4/ բանաձևից՝

$$\varepsilon_0 = \frac{\chi_{\text{օպտ}} f^2}{r} \qquad /12.7/$$

Այսպիսով, եթե ճառագայթիչը շեղենք կիզակետային դիրքից ε_0 մեծությամբ, հեռավորության վերջավորության պատճառով առաջացած սխալանքը կորոշվի /12.6/-ով :Արվածը թույլ է տալիս նշված սխալանքի մեծությունը էականորեն փոքրացնել և դարձնել արհամարհելի փոքր:Հաննելով սրան $|\mu|$ մեծությունը կարելի է որոշել

$$|\mu| = \frac{\sqrt{G_{10} G_{20}}}{2kr}, \qquad G_{20} \sim 1$$

բանաձևով, վերոհիշյալ փոքր սխալանքի մոտավորությամբ:

/12.1/ բանաձևը ճիշտ է,եթե երկրորդ /օժանդակ/ անտենան իզոտրոպ էր:Երբ հարցը վերաբերում է երկու համարժեք անտենաների ուղ-ի չափմանը, կարելի է առաջարկել հետևյալ ալգորիթմը.

- որպես երկրորդ /իզոտրոպ/ անտենա օգտագործել որևէ վիբրատորային անտենա /կամ էլ ալիքատարի բացվածք/:Կատարել վերոհիշյալ գործողությունները :Որանց հետևանքով ազդանշանի արժեքը պետք է մեծանա և $\varepsilon = \varepsilon_0$ -ի դեպքում հասնի իր մաքսիմումին:
- առաջին անտենան փոխարինել բաց ալիքատարով /կամ վիբրատորով/,կրկնել նույն գործողությունը երկրորդ անտենայի հետ:
- առաջին և երկրորդ անտենաները տեղադրել իրենց դիրքերում և շարունակելով ε -ի մեծացումը սրանց համար՝ հասնել,միաժամանակ, ազդանշանի մաքսիմումի արժեքին:

Հնարավոր է վարվել և այլ կերպ:Համարելով, որ $\varepsilon = 0$ դիրքը համապատասխանում է կիզակետի տեսական հաշվարկային դիրքին, կատարել երեք չափումներ երեք տարբեր հեռավորությունների վրա:Հավասարումների համակարգից կարելի է որոշել A, B և C հաստատունները:Այս մոտեցումը գերադասելի է այն իմաստով, որ ընդհանուր դեպքում նկ.16-ի և նկ.17-ի վրա պատկերված գրաֆիկների ստացումը խիստ աշխատատար է. համեմատաբար հեշտ այս բանն արվում է, երբ անտենաներից մեկը քվազիիզոտրոպ է:

Շարադրված մեթոդն առավել հավաստի և ճշգրիտ է, եթե երկու անտենաների միջև եղած հեռավորությունը բավականաչափ մեծ է, սակայն դեռևս չի բավարարում Ֆրաունհոֆերի պայմանին:Շատ մոտ հեռավորությունների վրա /12.1/ -ը պետք է ձևափոխել, պահպանելով r^{-2}, r^{-4} և մյուս անդամները:Սակայն սա արդեն հեռանկարային չէ, և դժվար կլինի սպասել հավաստի արդյունքներ նման փորձերից:

Տես նախորդ ենթաբաժնի գրականությունը

XIII

ԱՆՏԵՆԱՆԵՐԻ ՊԱՐԱՄԵՏՐԵՐԻ ՉԱՓՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՀԱՐՑԵՐ/ՇԱՐՈՒՆԱԿՈՒԹՅՈՒՆ/. ԳԵՏՆԻՑ ԱՆԴՐԱԴԱՐՁՎԱԾ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՈՒԳ-Ի ՈՐՈՇՄԱՆ ՎՐԱ՝ ԱՆՏԵՆԱՅԻՆ ՓՈՐՁԱԴԱՇՏԵՐՈՒՄ/ՖՐԵՆԵԼՅԱՆ ՏԻՐՈՒՅԹՆԵՐԻ ՄԵԹՈԴԸ/

Քանի որ անտենայի ճառագայթման դաշտն ունի կողմնային թերթիկներով տարածական ուղ, Բացի ուղղակի ազդանշանից, որը տարածվում է երկու անտենաները միացնող գծով, ընդունիչ անտենայի վրա ընկնում է նաև կողմնային ճառագայթման՝ գետնից անդրադարձած դաշտը: Ժամանակակից անտենային տեխնիկայում այս դաշտերի գնահատումը և հաշվարկը հույժ կարևոր նշանակություն է ստանում անտենաների աշխատանքի հուսալիության և ստացվող արդյունքների ճշգրտության ներկայացվող աճող պահանջների պայմաններում:

Քննարկվող հարցը պատկանում է մաթեմատիկական Ֆիզիկայի առավել դժվարին խնդիրների շարքին: Դեռևս Զոմմերֆելդը քննարկել է հարթ մակերևույթից /գետնից/ որոշակի Բարձրության վրա տեղադրված դիպոլի դաշտը /տես, գրականություն 1/: Գտնված լուծումները գործնական սահմանափակ կիրառություն գտան. սրանք վերաբերում են խիստ մասնավոր դեպքի: Ավելի արդյունավետ եղավ երկրաչափաօպտիկական մոտեցումը: Այն հնարավորություն տվեց ստանալու, ճիշտ է՝ մոտավոր, սակայն գործնականում պիտանի լուծումներ:

Դիտարկենք հետևյալ, համեմատաբար պարզ դեպքը: Ճառագայթող անտենան գտնվում է S հարթ մակերևույթից h Բարձրության վրա: Ներկայացնենք անտենայի դաշտը /11.1/-ի տեսքով՝

$$\vec{E}_1(r,\theta,\varphi) = E_{10}\,\frac{e^{ikr}}{kr}\sqrt{G}\,\vec{F}(\theta,\varphi)$$

/13.1/

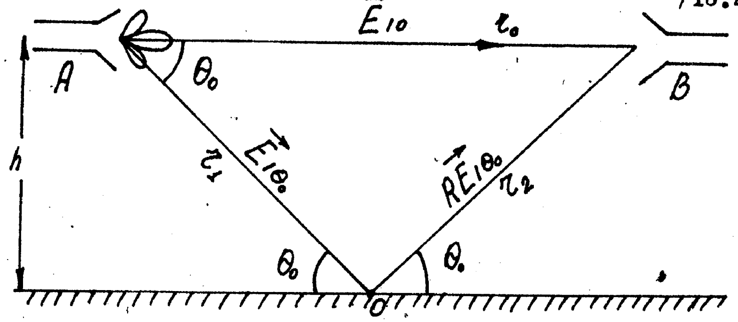
$\vec{E}_1$ դաշտը որոշակի θ_0 անկյան տակ ընկնում է գետնի վրա և անդրադառնում նրանից նույն՝ θ_0 անկյան տակ /տես, նկ.18/. $\varphi=0$ $\theta=0$ ուղղությամբ տարածվում է սկզբնական դաշտը /ուղղակի դաշտ/ և ընդունվում B անտենայի կողմից: Բացի սրանից B անտենայի վրա կընկնի նաև 0 կետից անդրադարձված $R\vec{E}_1(\theta_0,\varphi=0)$ դաշտը, որտեղ R-ը S հարթ մակերևույթի անդրադարձման գործակիցն է: Կախված այն Բանից, $\vec{E}_1$ վեկտորը Բևեռացված է անկման հարթության մեջ, թե նրան ուղղա-

հայաց, R գործակիցը ունի տարբեր արժեքներ: Նշանակենք սրանք, համապատասխանաբար, $R_{\text{ու}}$ և R_h /ուղղաձիգ և հորիզոնական/:

B անտենայի վրա ընկնում է, հետևաբար,

$$\vec{E} = \vec{E}_{10} + R\vec{E}_1(\theta_0,\varphi=0)$$

/13.2/



Նկ.18

դաշտը, որտեղ՝

$$R\vec{E}_1(\theta_0,\varphi=0) = E_0\,\frac{\sqrt{G_1}}{(r_1+r_2)k}\,e^{ik(r_1+r_2)}R_{\text{ու},h}\,\vec{F}_1(\theta_0,\varphi=0)$$

/13.3/

Եթե $r \gg h$, ապա՝

$$r_1 + r_2 = 2r = \sqrt{r_0^2 + 4h^2} \approx r_0 + \frac{2h^2}{r_0}$$

և, հետևաբար,

$$R\vec{E}_B = E_0\,\frac{\sqrt{G_1}}{kr_0}\,e^{ikr_0 + \frac{2ikh^2}{r_0}}R_{\text{ու},h}\,\vec{F}(\theta_0,\varphi=0)$$

/13.4/

/13.2/ դաշտը B կետում, այսպիսով, կլինի՝

$$\vec{E}_B = E_0\,\frac{\sqrt{G_1}}{kr_0}\,e^{ikr_0}\left\{\vec{F}_1(0,0) + R_{\text{ու},h}\,\vec{F}_1(\theta_0,\varphi=0)\,e^{i\frac{2kh^2}{r_0}}\right\}$$

/13.5/

/13.5/ արտահայտությունը կարելի է գրել սկալյար տեսքով՝ ի նկատի ունենալով $\vec{F}$-ի θ և φ Բաղադրիչները՝

$$E_{B,\theta,\varphi} = E_0\,\frac{\sqrt{G_1}}{kr_0}\,e^{ikr_0}\left\{1 + R_{\text{ու},h}\,F_{1\,\theta,\varphi}(\theta_0,\varphi=0)\,e^{i\frac{2kh^2}{r_0}}\right\}$$

/13.6/

/13.6/-ում ընդունվեց, որ $F(0,0) = 1$: Եթե $R_{ռա,h}$ անդրադարձման գործակիցները ունեն կեղծ մասեր /կա կլանում/, ապա կարելի է գրել՝
$R_{ռա,h} = |R_{ռա,h}|e^{i\beta_{ռա,h}}$ և արտագրել /13.6/-ը հետևյալ համարժեք տեսքով՝

$$E_{B,\theta,\varphi} = E_0 \frac{\sqrt{G_1}}{kr_0} e^{i(kr_0+\psi_{ռա,h})} \Big\{ 1 + |R_{ռա,h}|^2 F^2_{\theta,\varphi}(\theta_0, \varphi=0) + $$
$$+ 2|R_{ռա,h}| F_{\theta,\varphi}(\theta_0, \varphi=0) \cos\Big(\frac{2kh^2}{r_0} + \beta_{ռա,h}\Big) \Big\}^{1/2} \qquad /13.7/$$

ըստ որում՝

$$tg\,\psi_{ռա,h}\Big|_{\theta,\varphi} = \frac{|R_{ռա,h}| F_{\theta,\varphi}(\theta_0, \varphi=0) \sin\Big(\frac{2kh^2}{r_0} + \beta_{ռա,h}\Big)}{|R_{ռա,h}| F_{\theta,\varphi}(\theta_0, \varphi=0) \cos\Big(\frac{2kh^2}{r_0} + \beta_{ռա,h}\Big) + 1}$$

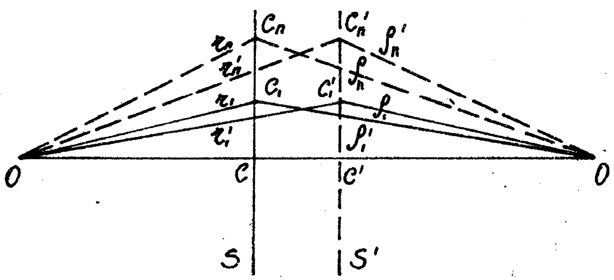
Արմատատակ արտահայտությունը կոչվում է ինտերֆերենցիոն Բազմապատկիչ: Եթե B կետը ընտրված լիներ ոչ թե ճառագայթման գլխավոր ուղղության վրա, այլ ինչ որ $\theta \neq 0$ ուղղության, ինտերֆերենցիոն Բազմապատկիչը կախված կլիներ նաև այս անկյունից. նշանակում է, եթե B կետի շրջակայքում ուղղաձիգ հարթության մեջ տեղաշարժվի որևէ ընդունիչ զոնդ, նրա ելքին կդիտվեն դաշտի որոշակի օսցիլյացիաներ, որոնց մեծությունը և պարբերությունը կորոշվի այս ինտերֆերենցիոն Բազմապատկիչից: $R_{ռա,h}$ գործակիցներն արտահայտվում են Ֆրենելի Բանաձևերով: $R_{ռա}$-ն ունի մի էական տարբերություն R_h-ից. անկման որոշակի անկյունների դեպքում այն հավասարվում է զրոյի: Այս անկյունը հայտնի է Բրյուստերի անկյուն անունով: Ուրեմն՝ կարող է պատահել, որ անդրադարձված հորիզոնական Բևեռացված ալիքն ունենա Բավականին մեծ ինտենսիվություն, մինչդեռ Բավական կլինի փոխել անտենայի Բևեռացումը, և /եթե θ_0 անկյունը հավասար լինի տվյալ միջավայրի համար Բրյուստերի անկյանը / B կետում կդիտվի միայն ուղղակի ճառագայթումը՝ առանց զետնի որևէ ազդեցության:

/13.2/-/13.7/ Բանաձևերը ենթադրում էին, որ B կետում որպես ընդունող անտենա հանդես է գալիս կետային իզոտրոպ մի զոնդ: Եթե այս զոնդը փոխարինվի որևէ ուղղորդված անտենայով և, եթե, օրինակ, $\theta = \theta_0$ ուղղությունը համապատասխանի նրա դիագրամի մինիմումին, դարձյալ կարձանագրվի անդրադարձման Բացակայություն. ընդհանրապես ասած, ուղղորդված անտենայի համար անդրադարձված ալիքի ինտենսիվությունը նվազում

է, կախված տվյալ ուղղությամբ ուղ-ի թերթիկի մակարդակից:

Հարցը համեմատաբար պարզ էր, երբ դիտարկվում էր անվերջ հարթ մակերևույթ: Իրական ֆիզիկական չափումներում հաճախ գործ են ունենում անհարթ մակերևույթներով փորձադաշտերի հետ. մասնավորապես, այդպիսիք են Բնական անտենային փորձադաշտերը: Այս դեպքում փորձադաշտի պրոֆիլը կարելի է /Բավականին երկար ալիքների համար / մոտարկել հարթություններով: Ստացված հարթ մակերեսները կունենան վերջավոր չափեր, և ծագում է հարց՝ ինչպես որոշել արդյունավետ անդրադարձնող մակերեսները: Օգտվենք առաջին ենթաբաժնում՝ մտցված Ֆրենելի գոտիների հասկացությունից:

Դիտարկենք նկ.19 -ը՝



Նկ.19

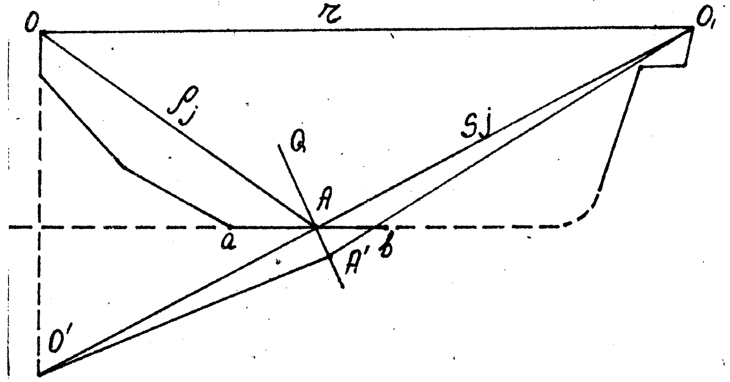
$$r_1 + \rho_1 - r_0 - \rho_0 = \frac{\lambda}{2}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$r_n + \rho_n - r_0 - \rho_0 = n\frac{\lambda}{2}$$

Եթե S հարթությունը, որի վրա C_1C հատվածը որոշում էր Ֆրենելյան առաջին, $C_{n-1}C_n$-ը՝ n-րդ գոտիների հատույթները S հարթությամբ, տեղաշարժենք դեպի ձախ՝ OO_1 ուղղությամբ, ապա ստացված

$$r_1' + \rho_1' - r_0' - \rho_0' = \frac{\lambda}{2}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$r_n' + \rho_n' - r_0' - \rho_0' = n\frac{\lambda}{2}$$

համասարումներով որոշված $C_1 C' \; .... \; C'_{n-1} C_n$ հատվածները կհամապատասխանեն Ֆրենելի գոտիների հատույթներին S' հարթությամբ: Միացնելով $C, C', C'', \cdots$ կետերը, կստանանք Ֆրենելի առաջին գոտին, որն իրենից կներկայացնի էլիպս:Պտտելով ստացված էլիպսը OO_1 առանցքի շուրջը, կստանանք առաջին գոտուն համապատասխանող Ֆրենելի ծավալը. որանում տարածվում է ալիքի էներգիայի հիմնական մասը:

Ենթադրենք՝ անտենային փործադաշտն ունի հետևյալ կտրվածքը/տես, նկ.20/՝



նկ.20

Որոշենք ab հատվածի համար առաջին Ֆրենելի գոտին :Կառուցենք O կետի հայելային անդրադարձումը ab -ի շարունակության նկատմամբ: A կետում տանենք $O'O_1$ -ին ուղղահայաց Q հարթությունը և նրա վրա որոշենք A' կետը՝այնպես, որ

$$O'A' + O_1A' - O'A - O_1A = \frac{\lambda}{2}$$

Տեղաշարժելով Q հարթությունը $O'O_1$ առանցքի ուղղությամբ, կստանանք $A', A'', \ldots$ կետերի բազմությունը ,որոնք ընկած են $\lambda/2$ կիսաառանցքով էլիպսի վրա:Պտտենք այդ էլիպսը $O'O$ առանցքի շուրջը և ստացված էլիպսոիդի հատույթը ab հարթության հետ հենց կորոշի արդյունավետ անդրադարձման գոտին փործադաշտի ab մասում:Նույնը կարելի է անել փործադաշտի մնացած մասերի հետ: Հնարավոր է,որ կառուցված հատույթը չհամընկնի ab -ի և ոչ մի մասի հետ, կամ էլ գտնվի նրանից էականորեն դուրս:Այդ դեպքում պնդում ենք, որ անդրադարձային մոտեցման դեպքում տվյալ գոտին ոչ մի դեր չի խաղում: Որոշելով արդյունավետ անդրադարձնող բոլոր գոտիները,սրանց

նկատմամբ կարելի է կիրառել /13.5/ -13.7/ տիպի բանաձևերը, գրված, իհարկե, ոչ թե երկու, այլ կամայական թվով գումարելիների համար /գումարելիների թիվը հավասար է արդյունավետ անդրադարձնող հատույթների թվին/:Վերանալով ինտերֆերենցիոն էֆեկտներից,կարելի է օգտվել հետևյալ բանաձևից՝

$$\frac{P_{\text{անդ}}}{P_{\text{ուղիղ}}} = r^2 \sum_j \frac{1}{(\rho_j + S_j)^2} F_1^2(\theta_j') F_2^2(\theta_j'') R_{j\,\text{ուղ}}$$

/13.8/

/13.8/-ում r -ը երկու անտենաների միջև եղած հեռավորությունն է, ρ_j -ն ճառագայթիչից մինչև j -րդ հատվածում Ֆրենելի առաջին գոտու կենտրոնը և S_j -ն այդ կենտրոնից մինչև ընդունող անտենան եղած հեռավորություններն են: F_1^2 -ն և F_2^2 -ն ճառագայթող և ընդունող անտենաների դիագրամներն են ըստ ինտենսիվությունների, θ_j' -ը և θ_j'' -ը՝ տիրույթի վրա ընկնող և անդրադարձված ճառագայթների՝ անտենաները միացնող գծի հետ կազմած անկյուններն են: /3.7/ և /3.8/ բանաձևերը հնարավորություն են տալիս միայն որոշակի մոտավորությամբ գնահատել անդրադարձված հզորության մակարդակը:

Այս մեծության չափումը դժվարանում է նրանով, որ այն միշտ հանդես է գալիս և արձանագրվում ուղիղ ճառագայթման հետ մեկտեղ:Այնուամենայնիվ, կարելի է առաջարկել անդրադարձման մակարդակի որոշման մի եղանակ, որը հիմնված է հետևյալ պարզ դատողությունների վրա: Երբ երկու անտենաներ գտնվում են փոխադարձաբար Ֆրաունհոֆերյան տիրույթում /շատ հեռու են միմյանցից/, ապա ճառագայթող անտենան ընդունող անտենայի բացվածքում կստեղծի քվազիհարթ ալիքային ճակատ:Գետնից եկած անդրադարձումները կբերեն այդ հարթ ճակատի աղավաղման/տես , 13.7/: Տեղաշարժելով իզոտրոպ զոնդը տարածության այս տիրույթում, նրա ելքին, իր տեղաշարժմանը զուգընթաց կարձանագրենք ամպլիտուդի օսցիլյացիաներ, որոնց մեծությունը կորոշվի /13.8/ բանաձևով, եթե նրանում $F_2^2(\theta_j'')$ -ի փոխարեն տեղադրենք զոնդի դիագրամը:Ստանալով համապատասխանություն չափվող և հաշվված մեծությունների միջև, այնուհետև /13.8/ բանաձևով, որտեղ $F_2(\theta_j)$ -ն արդեն ընդունող անտենայի ուդ-ն է, կարելի է որոշել անդրադարձման $P_{\text{անդ}}/P_{\text{ուղիղ}}$ մակարդակը ալիքի տվյալ երկարության, բևեռացման և փործադաշտի եղած վիճակի համար:

Արվածը երբեմն անվանում են անտենայի փործադաշտի վկայագրում/ատեստացիա/:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

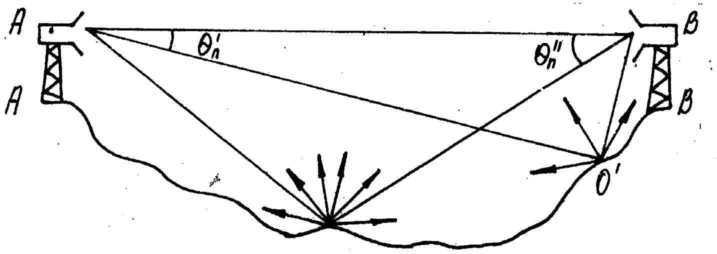
.Ф.Черный.Распространение радиоволн.М.,Советское радио,1979.

ԱՆՏԵՆԱՆԵՐԻ ՊԱՐԱՄԵՏՐԵՐԻ ՉԱՓՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՀԱՐՑԵՐ: ԳԵՏՆԻՑ ԱՆԴՐԱԴԱՐՁՎԱԾ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՈՒԴ-ի ՈՐՈՇՄԱՆ ՎՐԱ ԱՆՏԵՆԱՅԻՆ ՓՈՐՁԱԴԱՇՏԵՐՈՒՄ ԵՎ ԱՆԱՐՁԱԳԱՆՔ ԽՑԻԿՆԵՐՈՒՄ /ՇԱՐՈՒՆԱԿՈՒԹՅՈՒՆ/. ՑՐՄԱՆ ԻՆԴԻԿԱՏՐԻՍՆԵՐԻ ԵՎ ԿՈՀԵՐԵՆՏ ՖՈՒՐՅԵ-ՕՊՏԻԿԱՅԻ ՄԵԹՈԴՆԵՐԸ

ա/ Ցրման ինդիկատրիսների մեթոդը:

Անտենային փորձադաշտերում գետնի երկրորդային ճառագայթումը միշտ չէ, որ կարող է կրել անդրադարձային բնույթ: Ավելին՝ անհամասեռ և անհարթություններով բնորոշվող փորձադաշտային մակերևույթներն ունեն գերազանցորեն ցրող բնույթ: Ըստ որում, որպես կանոն, ցրումն առավել մեծ ինտենսիվությամբ տեղի ունի համապատասխան անդրադարձման ուղղությամբ, իսկ մյուս ուղղություններով նվազում է բավականաչափ դանդաղ: Ցրման ինտենսիվության կախումը անկյուններից տրվում է տված մակերևույթի համար որոշված ցրման ինդիկատրիսի միջոցով: Հասկանալի է, որ ցրման դեպքում ընդունող անտենայի վրա կընկնեն դաշտեր ամենատարբեր ուղղություններից / ի տարբերություն անդրադարձման դեպքի, երբ անդրադարձված դաշտեր անտենան ընդունում էր միայն այն դեպքում, երբ նրա դիրքը համապատասխանում էր անդրադարձման ուղղությանը/: Այսպիսով, մակերևույթի անհարթությունները բերում են ինչ-որ էֆեկտիվ ցրման փորձադաշտի որոշակի կետերում, ըստ որում՝ ընդունող անտենան կարող է ընկալել ցրումներ, ընդհանրապես ասած, փորձադաշտի բոլոր կետերից:

Անցնենք նշված էֆեկտի քանակական քննարկմանը: Դիցուք, փորձադաշտի A կետում տեղադրված է ճառագայթող անտենան, իսկ B կետում՝ ընդունիչը /նկ.21/.



նկ.21

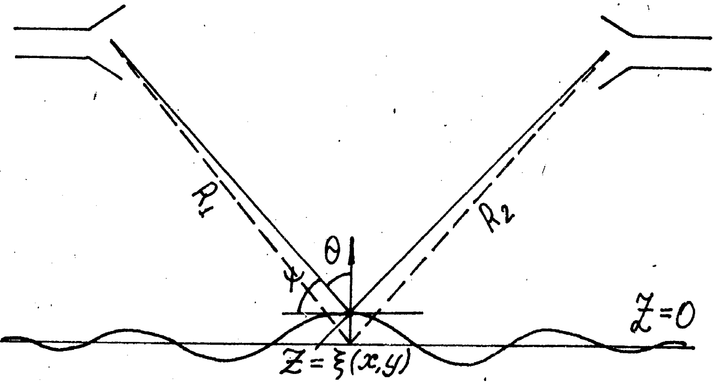
Դեպի փորձադաշտի O կետը ուղղված ճառագայթը այդ կետում ցրվում է ամենատարբեր ուղղություններով, ըստ որում՝ ցրված ճառագայթներից մեկն ընկնում է B ընդունող անտենայի վրա: Ակնհայտ է, որ OB ուղղությամբ առաքված էներգիան ավելի քիչ կլինի, քան համապատասխան անդրադարձման դեպքում /շնորհիվ ցրման/: Մյուս կողմից՝ ընդունող անտենայի վրա արդեն կընկնեն փորձադաշտի փաստորեն բոլոր տիրույթներից ցրված ալիքները:

Նախորդ ենթաբաժնում արվածի նմանությամբ մոտարկենք փորձադաշտի պրոֆիլը քվազիհարթ մակերեսներով և ստանանք սրանց համար ցրման ինդիկատրիսի արտահայտությունները:

Դիտարկենք այն սահմանային դեպքը, երբ հարթ մակերևույթի անհարթությունները իրենց չափերով զգալիորեն գերազանցում են ընկնող ալիքի երկարությանը: Եթե մտցնենք անհարթությունների բարձրությունների միջին քառակուսային մեծության՝ σ-ի հասկացությունը, այս պայմանը կարելի է ձևակերպել հետևյալ կերպ՝

$$k\sigma \sin\psi \gg 1, \qquad /14.1/$$

որտեղ ψ-ն անկման սահքի անկյունն է / տես, նկ.22 /



նկ.22

Եթե S ցրող մակերևույթն այնքան ողորկ է, որ դաշտի արժեքը նրա վրա կարելի է ներկայացնել որպես ընկնող $\vec{E}_0$ և ըստ երկրաչափական օպտիկայի օրենքների անդրադարձված դաշտերի գումար, ապա՝

$$E_i = E_i^{\circ} + T_{ij}(\vec{n})\,E_j^{\circ}$$

/14.2/

$T_{ij}(\vec{n})$ անդրադարձման թենզորը կախված է ընկնող ալիքի $\vec{K}$ ալիքային վեկտորի՝ անկման կետում մակերևույթի նորմալի հետ $(\vec{n})$ կազմած անկյունից: Ակնհայտ է, որ նման թենզոր իմաստ ունի մտցնել, եթե S մակերեսը գտնվում է ճառագայթող անտենայի ալիքային տիրույթում, այնպես, որ ցրող մակերեսի յուրաքանչյուր հատվածում ընկնող ալիքը լինի քվազիհարթ: Փոխարինելով մակերևույթի տվյալ հատվածը նրան շոշափող հարթությամբ /նկ.22/

$$ab \gg \frac{\lambda}{2\pi \sin\psi} \qquad bd \ll \frac{\lambda}{2\pi}\sin\psi$$

/14.3/

պայմանների առկայության դեպքում /որոնք հնարավորություն են տալիս արհամարհել բազմակի անդրադարձումները/ Կիրխհոֆի դիֆրակցիոն տեսության մոտավորությամբ կարելի է որոշել ընդունող անտենայի շրջակայքում $\vec{\chi}$ ուղղությամբ տարածվող դաշտը հետևյալ տեսքով /տես, ենթաբաժին 7-րդ/

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi}\int\limits_S \left\{ i\kappa[\vec{n}\vec{H}] + (\vec{n}\vec{E})\vec{\nabla} + [[\vec{n}\vec{E}]\vec{\nabla}] \right\} \frac{e^{i\kappa R_2}}{R_2}\, dS$$

/14.4/

Եթե էլեկտրամագնիսական ալիքների աղբյուրը գտնվում է ալիքային տիրույթում, /Ֆրաունհոֆերյան տիրույթ/ S մակերեսի նկատմամբ, ապա ընկնող դաշտի համար կարելի է գրել՝

$$\vec{E}_{\text{ընկ}} = \vec{E}_{\circ}\frac{e^{i\kappa R_1}}{R_1}, \qquad \vec{H}_{\text{ընկ}} = \vec{H}_{\circ}\frac{e^{i\kappa R_1}}{R_1}.$$

և այս տիրույթում դեպի B անտենան $\vec{\chi}$ ուղղությամբ տարածվող դաշտի համար կստանանք հետևյալ ինտեգրալ բանաձևը՝

$$\vec{E}(\vec{\kappa},\vec{\chi}) = \frac{i\kappa}{4\pi}\,\frac{e^{i\kappa(R_1+R_2)}}{R_1 R_2}\int\Big\{[\vec{n},\vec{H}-\vec{H}_{\circ}] - (\vec{n},\vec{E}-\vec{E}_{\circ})\vec{\beta} +$$

$$+ [\vec{\beta}[\vec{n},\vec{E}-\vec{E}_{\circ}]]\Big\} \exp\{i[(\vec{\kappa}-\vec{\chi})\vec{\tau} + (\kappa_z - \chi_z)\xi(\tau)]\}\,\frac{d\vec{\tau}}{n_z},$$

/14.5/

որտեղ՝

$$\vec{\chi} = -\kappa\vec{\nabla}R_2 = \kappa\vec{\beta}, \qquad \vec{\tau} = \{x, y\}$$

Բավական կարճ ալիքների համար, օգտվելով ստացիոնար փուլի մեթոդից՝ կարելի է գրել՝

$$\vec{n} = \vec{n}_{\circ} = \frac{\vec{q}}{q}, \quad \vec{q} = \vec{\chi} - \vec{\kappa} = 2\kappa\vec{n}_{\circ}(\vec{n}_{\circ}\vec{\beta}), \quad q_z = \chi_z - \kappa_z$$

/14.5/ արտահայտությունն այս դեպքում պարզեցվում է:
Իրոք՝

$$\vec{E}^{\text{անդր}} = \vec{E} - \vec{E}_{\circ}, \qquad \vec{H}^{\text{անդր}} = \vec{H} - \vec{H}_{\circ} = \frac{[\vec{\chi},\vec{E}-\vec{E}_{\circ}]}{\chi} = [\vec{\beta}\vec{E}^{\text{անդր}}]$$

և ընդինտեգրալ արտահայտության ոչ ստիճանացուցչային մասը բերվում է հետևյալին՝

$$[\vec{n}_{\circ},\vec{H}-\vec{H}_{\circ}] - (\vec{n}_{\circ},\vec{E}-\vec{E}_{\circ})\vec{\beta} + [\vec{\beta}[\vec{n}_{\circ},\vec{E}-\vec{E}_{\circ}]] =$$

$$= [\vec{n}_{\circ}[\vec{\beta}\vec{E}^{\text{անդր}}]] - (\vec{n}_{\circ}\vec{E}^{\text{անդր}})\vec{\beta} + [\vec{\beta}[\vec{n}_{\circ}\vec{E}^{\text{անդր}}]] =$$

$$= \cancel{\vec{\beta}(\vec{n}_{\circ}\vec{E}^{\text{անդր}})} - (\vec{n}_{\circ}\vec{\beta})\vec{E}^{\text{անդր}} - \cancel{(\vec{n}_{\circ}\vec{E}^{\text{անդր}})\vec{\beta}} +$$

$$+ \vec{n}_{\circ}(\vec{\beta}\vec{E}^{\text{անդր}}) - (\vec{n}_{\circ}\vec{\beta})\vec{E}^{\text{անդր}} = -2(\vec{n}_{\circ}\vec{\beta})\vec{E}^{\text{անդր}} =$$

$$= -\frac{q^2 \cdot n_z}{\kappa q_z}\vec{E}^{\text{անդր}}; \qquad (\vec{\beta}\vec{E}^{\text{անդր}}) = 0$$

Ի վերջո, /14.5/ արտահայտությունը գալիս է հետևյալ տեսքին

$$\vec{E}(\vec{\chi},\vec{\kappa}) \simeq \frac{1}{4\pi i}\cdot\frac{e^{i\kappa(R_1+R_2)}}{R_1 R_2}\,\frac{q^2}{q_z}\int \vec{E}^{\text{անդր}}\, e^{-i[\vec{q}\vec{\tau} + q_z\xi(\tau)]}\, d\vec{\tau}$$

/14.6/

Արտահայտելով $\vec{E}^{\text{անդր}}$ դաշտի կապը ընկնող $\vec{E}_0$ դաշտի հետ անդրադարձման $T_{ij}(\vec{n})$ թենզորի միջոցով, գրենք՝

$$E_i(\vec{x},\vec{\kappa}) \simeq \left\{\frac{1}{4\pi i}\,\frac{e^{i\kappa(R_1+R_2)}}{R_1 R_2}\,\frac{q^2}{q_z}\int e^{-i[\vec{q}\vec{z}+q_z\xi(z)]}\,d\vec{z}\right\} T_{ij}\,E_{0j}$$

/14.7/

Ենթադրենք՝ մակերևույթների անհարթությունները նկարագրվում են գաուսյան բաշխման օրենքով: Այս դեպքում /14.7/-ում գրված ինտեգրալի մոդուլի քառակուսին կարելի է գնահատել մոտարկային եղանակով և գրել ցրման բևեռացման հետևյալ մատրիցան՝

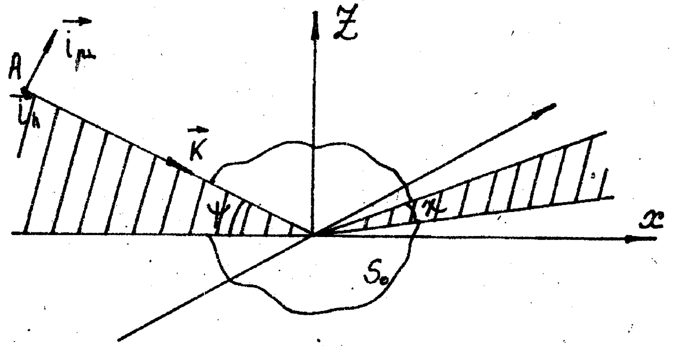
$$\mathcal{J}_{ij} = \overline{E_i E_j^*} = \frac{T_{i\ell}\,T_{j\kappa}^*\,E_{0\ell}\,E_{0\kappa}^*}{4R_1^2 R_2^2}\,\frac{q^4}{q_z^2}\,W\!\left(\vec{\gamma} = -\frac{\vec{q}_\perp}{q}\right) S_0\,,$$

/14.8/

որտեղ S_0 -ն ցրող մակերեսի մեծությունն է,

$$W(\vec{\gamma}) = -\frac{1}{2\pi\left(\overline{\gamma_x^2}\;\overline{\gamma_y^2}\right)^{1/2}}\,\exp\left[-\frac{\gamma_x^2}{2\overline{\gamma_x^2}} - \frac{\gamma_y^2}{2\overline{\gamma_y^2}}\right],$$

$\overline{\gamma_x^2} = \dfrac{\sigma^2}{\ell_x^2}$, $\overline{\gamma_y^2} = \dfrac{\sigma^2}{\ell_y^2}$ և ℓ_x-ը, ℓ_y-ը կոռելյացիայի շառավիղներն են: $\mathcal{J}_{i\kappa}$ մատրիցայի տարրերի ֆիզիկական բովանդակությունն ավելի ակնառու դարձնելու նպատակով քննարկենք հետևյալ երկրաչափական պատկերը՝



Նկ.23

A և B կետերում համապատասխանորեն մտցնենք բազիսային վեկտորներ՝ $\vec{i}_{ու}$, $\vec{i}_h$, $\vec{R}$ և $\vec{i}_\varphi$, $\vec{i}_x$, x և դիտարկենք /14.8/ մատրիցայի անկյունագծային տարրերը: $\vec{i}_\varphi$ և $\vec{i}_x$ բազիսում անկման ալիքների երկու տիպերի համար՝ հորիզոնական՝ $\vec{E}_0 \parallel \vec{i}_h$, և ուղղաձիգ $\vec{E}_0 \parallel \vec{i}_{ու}$, բևեռացված: Այս երկու անկյունագծային տարրերը ներկայացնում են ցրման ինդիկատրիսները, համապատասխանորեն ընկնող ալիքների հորիզոնական / $\mathcal{J}_{\varphi\varphi}^h$ / և ուղղաձիգ / $\mathcal{J}_{xx}^{ու}$ / բևեռացումների դեպքում, ըստ որում /14.8/-ից հետևում է, որ

$$\mathcal{J}_{\varphi\varphi}^h = \mathcal{J}_{xx}^{ու}\,, \qquad \mathcal{J}_{\varphi\varphi}^{ու} = \mathcal{J}_{xx}^h$$

/14.8/ մատրիցան և նրանից հետևող $\mathcal{J}^{h,ու}$ ինդիկատրիսները որոշվում են անտենային փորձադաշտի տվյալ կտորի համար: Ելնելով նկ.21 -ից և մոտարկելով փորձադաշտի պրոֆիլը հատվածներով, որոնց մակերևույթները բնորոշվում են վիճակագրորեն տրված անհարթություններով, յուրաքանչյուր այսպիսի հատված բնութագրենք իր ցրման ինդիկատրիսով: n հատվածից բաղկացած փորձադաշտի համար, ընդունման B կետում ցրված և ուղղակի ճառագայթների ինտենսիվությունների հարաբերությանը այժմ կտրվի հետևյալ տեսքը՝

$$\left(\frac{P_{ցրվ}(B)}{P_{ուղղ}(B)}\right)_{ու,h} = \tau^2 \sum_n \left|F_1(\theta_n')F_2(\theta_n'')\right|^2 \mathcal{J}_n^{h,ու}$$

/14.9/

Օգտվելով /14.9/ արտահայտությունից՝ հնարավոր է գնահատել փորձադաշտի անդրադարձրած ինտենսիվության մեծությունը ընդունող անտենայի շրջակայքում: Պետք է, նախորդ ենթաբաժնում նկարագրվածի նմանությամբ, ընդունող անտենան փոխարինել զոնդով և վերջինս տեղաշարժել B անտենայի բացվածքին համապատասխանող տիրույթում: Արձանագրված շեղումները հավասարաչափությունից որոշում են նշված ինտենսիվությունների մեծությունները: Փորձը պետք է կատարել ճառագայթող անտենայի երկու՝ հորիզոնական և ուղղաձիգ բևեռացումների դեպքում:

բ/ Կոհերենտ Ֆուրյե- օպտիկայի մեթոդը

Ինչպես այս, այնպես էլ նախորդ ենթաբաժնում , փորձադաշտի մակերևույթի առաջացրած անդրադարձումները գնահատվում էին, ելնելով սկզբնական ալիքի հարթ ճակատի՝ այդ անդրադարձումների հետևանքով առաջացած խոտորումներից, ըստ որում, երկու մեթոդներն էլ ենթադրում էին միայն ամպլիտուդային չափումներ: Ավելի բարդացնելով չափումները, այն է՝ կատարելով նաև փուլային բաշխվածության չափումներ, կարելի է ստանալ անդրադարձումների դաշտի առավել լրիվ պատկերը:

Դիցուք՝ դեկարտյան կոորդինատային համակարգի z առանցքը ուղղված է երկու՝ ճառագայթող և ընդունիչ անտենաները միացնող գծով: Այս դեպքում B անտենայի բացվածքում, փորձադաշտի անդրադարձումների բացակայության դեպքում կդիտվի բվազիհարթ՝

$$\vec{E} = \vec{E}_0\, e^{i(kz-\omega t)}$$

/14.10/

ալիքը, որտեղ $\vec{E}_0$-ն բվազիհաստատուն մեծություն է: Փորձադաշտի առաջացրած անդրադարձումները բերում են նրան, որ /14.10/-ի փոխարեն B անտենայի շրջակայքում առաջանում է ինչ-որ

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}(\vec{r})\, e^{-i\omega t}$$

/14.11/

դաշտ:

Դիտարկվում են միայն մոնոքրոմատիկ ալիքներ և $k^2-\omega^2/c^2=0$ դիսպերսիոն հավասարումից հետևում է, որ /14.11/ դաշտը կարելի է վերլուծել երկչափ Ֆուրյե-ինտեգրալի, օրինակ, հետևյալ տեսքով՝

$$\vec{E}(x,y,z_0) = \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}(k_x,k_y)\, exp\left[i\left(k_x x + k_y y + \sqrt{k^2-k_x^2-k_y^2}\, z_0\right)\right] dk_x\, dk_y$$

/14.12,ա/

$$\vec{E}(k_x,k_y) = \frac{1}{(2\pi)^2}\iint\limits_{-\infty}^{\infty} \vec{E}(x,y,z_0)\, exp\left[-i(k_x x + k_y y)\right] dx\, dy$$

/14.12,բ/

/14.12,բ/ բանաձևն ասում է; որ չափելով $E(x,y,z_0)$ մեծությունները, այսինքն, դաշտի ամպլիտուդային և փուլային բաշխվածությունները B անտենայի բացվածքին համապատասխանող $z_0=0$ հարթության

մեջ, կարելի է որոշել $\vec{E}(k_x,k_y)$ մեծությունները, որոնք նկարագրում են ընդունող անտենայի վրա ընկնող բոլոր հարթ ալիքների ամպլիտուդներն ու տարածման ուղղությունները: Նման չափումները կանվանենք ամպլիփուլաչափումներ, իսկ մեթոդը՝ ամպլիփուլաչափային մեթոդ:

Իհարկե, անիմաստ կլիներ միանգամից օգտվել /14.12,բ/ բանաձևից: Դրանից հետևում է, որ $\vec{E}_k$-ն որոշելու համար պետք է չափել $\vec{E}$ կոմպլեքս վեկտորական մեծությունը կոորդինատների փոփոխման անվերջ տիրույթում՝ $-\infty < \{x,y\} < \infty$, ըստ որում այդ չափումները գործնականում կկատարվեն միայն որոշակի դիսկրետ քայլով՝ $\Delta x, \Delta y$: /14.12,բ/ բանաձևը կարելի է բերել չափման համար պիտանի տեսքի, ելնելով Ֆուրյե-ձևափոխության հատկություններից և օգտվելով Կոտելնիկովի թեորեմից, ըստ որի, ցանկացած անընդհատ ֆունկցիա կարելի է ճշգրիտ վերականգնել տվյալ տիրույթում՝ նրա դիսկրետ արժեքներով:

Դիտարկենք այն դեպքը, որը համընկնում է նախորդ դասախոսություններում քննարկված՝ անտենայի ցացվածքի տիրույթում կատարվող չափումներին: Դիցուք՝ անտենայի բացվածքի հարթության մեջ $(z=z_0)$ տրված է դաշտի /որևէ մի բաղադրիչի/ ամպլիտուդային $a(x,y)$ բաշխվածությունը: Ներկայացնենք այն երկչափ Ֆուրյե-ինտեգրալի տեսքով՝

$$a(x,y) = \iint\limits_{-\infty\,-\infty}^{\infty\,\infty} A(\xi,\eta)\, exp[2\pi i(\xi x+\eta y)]\, d\xi\, d\eta$$

/14.13,ա/

$$A(\xi,\eta) = \frac{1}{(2\pi)^2}\iint\limits_{-\infty\,-\infty}^{\infty\,\infty} a(x,y)\, exp[-2\pi i(\xi x+\eta y)]\, dx\, dy$$

/14.13,բ/

Կոտելնիկովի թեորեմից հետևում է, որ

$$a(x,y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty} a\left(\frac{m}{\xi_{max}}, \frac{n}{\eta_{max}}\right) \frac{sin[\pi(\xi_{max}x-m)]}{\pi(\xi_{max}x-m)} \cdot \frac{sin[\pi(\eta_{max}y-n)]}{\pi(\eta_{max}y-n)}$$

/14.14/

և /14.13,բ/ արտահայտությունը կարելի է գրել մոտավոր ձևով

$$A(\xi,\eta) \simeq \Delta x \cdot \Delta y \sum_{m=-M}^{M} \sum_{n=-N}^{N} a(m\Delta x, n\Delta y) \exp\left[-2\pi i(m\Delta x \xi + n\Delta y \eta)\right] \qquad /14.15/$$

ընդ որում՝ Δx -ը և Δy -ը բավարարում են Կոտելնիկովի թեորեմից բխող հետևյալ պայմաններին՝

$$\Delta x \leq \frac{1}{\xi_{max}}, \qquad \Delta y \leq \frac{1}{\eta_{max}}$$

/14.15/ ձևափոխությունը անվանվում է դիսկրետ Ֆուրյե- ձևափոխություն: Այն այնքանով ավելի ճշգրիտ է, որքանով որ մեծ են M և N թվերը:

/14.15/-ում ξ և η պարամետրերն ունեն ակներև երկրաչափական և ֆիզիկական իմաստ՝

$$\xi = \frac{K_x}{2\pi} = \frac{\cos\alpha}{\lambda}, \qquad \eta = \frac{K_y}{2\pi} = \frac{\sin\alpha}{\lambda}$$

այն է՝ որոշում են $A(\xi,\eta)$ դաշտի տարածման ուղղությունը: Այսպիսով, չափելով $a(m\Delta x, n\Delta y)$ կոմպլեքս մեծությունները, կարելի է /14.15/ բանաձևից հաշվել $A\left(\xi=\frac{\cos\alpha}{\lambda}, \eta=\frac{\sin\alpha}{\lambda}\right)$ ֆունկցիան, այսինքն՝ որոշել տարբեր ուղղություններից դեպի անտենան անդրադարձված դաշտերը: Մենք կանգ չառանք այն բոլոր նրբությունների վրա, որոնք առաջանում են խնդրի ինչպես ֆիզիկական, այնպես էլ մաթեմատիկական հարցադրումներից, այլ միայն նշեցինք անտենային փորձադաշտերի անդրադարձումների որոշման սկզբունքային հնարավորությունը ամպլիտուդաչափային եղանակով: Այն շատ հեռանկարային է թվում նաև անարձագանքային խցիկներում կողմնակի անդրադարձումների պատկերը որոշելու գործում:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

I. Е.Л.Фейнберг. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. Изд-во АН СССР, М.,I96I.
2. Ф.Басс, И.Фукс. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. Мир,I970.
3. Дж.Гудмен. Введение в фурье-оптику. М., Мир,I970

ԱՆՏԵՆԱՅԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԴԱՇՏԻ ՈՒԴ-Ի ՈՐՈՇՈՒՄԸ ԱՄՊԼԻՏՈՒԴԱՉԱՓԱՅԻՆ ԵՂԱՆԱԿՈՎ. ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԴԱՇՏԻ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆԸ՝ ԸՍՏ ՍԵՓԱԿԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ԵՎ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅԱՆ ԳՈՐԾԱԿԻՑՆԵՐԻ ՉԱՓՈՒՄԸ ՄԵՐՁԱՆՏԵՆԱՅԻՆ ՊԱՐՓԱԿ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹԻ ՎՐԱ

Յոթերորդ ենթաբաժնում տրվել էր ուղղորդվածության դիագրամի հասկացությունը, որպես անտենայի ճառագայթման դաշտի /կամ ինտենսիվության/ անկյունային բաշխվածություն, նրանից բավականաչափ հեռու տիրույթում: Այնտեղ ցույց էր տրվել, որ $r \gg 2D^2/\lambda$ պայմանի դեպքում, որտեղ D -ն անտենայի բացվածքի չափն է, λ -ն ճառագայթվող /ընդունվող/ ալիքի երկարությունը, նրա ուդ-ն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\vec{E} = \frac{e^{ikr}}{r} F(\theta,\varphi)$$

այսինքն՝ ճառագայթման դաշտի կախումը հեռավորությունից տրվում է գնդային ալիքի ձևով: Երբ $D/\lambda \gg 1$ /կարճ ալիքներ կամ մեծ անտենաներ/, այն հեռավորությունը, որտեղ ձևավորվել է ուդ-ն, կարող է լինել խիստ մեծ: Այս հանգամանքը առաջացնում է տեխնիկական կարգի դժվարություններ, որոնց հետ կապված փոքրանում է նաև չափման ճշգրտությունը:

Վերջին տարիներս սկսեցին բուռն թափով զարգանալ չափման նոր մեթոդներ՝ հիմնված ռադիոհոլոգրաֆիայի, մոտ հեռավորության վրա կատարվող չափման վրա և այլն: Նման չափումը ենթադրում է չափման գործողության լրիվ կամ մասնակի ավտոմատացում, ԷՀՄ-ի հնարավորությունների լայն օգտագործում, որը բերում է չափմանը հատկացվող անհրաժեշտ ժամանակամիջոցի կրճատման, նվազեցնում աշխատատարությունը: Մյուս կողմից՝ ամպլիտուդաչափային /ռադիոհոլոգրաֆիական/ եղանակը հնարավորություն է տալիս ստանալ ուդ-ի տարածական պատկերը:

Այս ենթաբաժնում կքննարկվեն անտենայի ուդ-ի չափման ամպլիտուդային եղանակի հիմնական սկզբունքները:

Մեթոդի էությունը ճառագայթման դաշտը մերձանտենային պարփակ մակերևույթի վրա ըստ խնդրի սեփական ֆունկցիաների՝ վերլուծության մեջ է:

Դիցուք՝ տրված են Հելմհոլցի

$$\Delta \Psi_n + \kappa^2 \Psi_n = 0, \qquad \kappa = \frac{\omega}{c} \qquad /15.1/$$

Հավասարման լուծումները Ψ_n սկալյար ֆունկցիաների տեսքով:Առանց նախապես կոնկրետացնելու տարածության կոնֆիգուրացիան,կառուցենք տված Ψ_n -ով որոշվող սեփական վեկտորական ֆունկցիաները, որոնք բավարարեն Մաքսվելի հավասարումներին:Դիտարկենք հետևյալ երեք վեկտորական ֆունկցիաները՝

$$\vec{L}_n = \mathrm{grad}\, \Psi_n, \qquad \vec{M}_n = \mathrm{rot}(\vec{a}\Psi_n), \quad \vec{N}_n = \frac{1}{\kappa}\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}(\vec{a}\Psi_n) \qquad /15.2/$$

որտեղ $\vec{a}$ -ն առայժմ կամավոր հաստատուն միավոր վեկտոր է:Փնտրենք $\vec{A}$ վեկտորական պոտենցիալը հետևյալ տեսքով՝

$$\vec{A} = \frac{1}{i\kappa}\sum\left(a_n \vec{M}_n + b_n \vec{N}_n + c_n \vec{L}_n\right) \qquad /15.3/$$

Լորենցի պայմանից ունենք՝

$$\mathrm{div}\,\vec{A} - i\kappa\varphi = 0 \qquad /15.4/$$

և

$$\mathrm{div}\,\vec{A} = \frac{1}{i\kappa}\sum\left\{a_n \mathrm{div}\,\mathrm{rot}(\vec{a}\Psi_n) + \frac{b_n}{\kappa}\mathrm{div}\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}(\vec{a}\Psi_n) + c_n \mathrm{div}\,\mathrm{grad}\,\Psi_n\right\} = \frac{1}{i\kappa}\sum c_n \Delta\Psi_n = i\kappa\sum c_n\Psi_n,$$

այսինքն՝

$$\varphi = \sum c_n \Psi_n \qquad /15.5/$$

Այնուհետև՝

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi - \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\mathrm{grad}\,\varphi + i\kappa\vec{A} = -\sum c_n \mathrm{grad}\,\Psi_n +$$

$$+\sum\left(a_n\vec{M}_n + b_n\vec{N}_n + c_n\vec{L}_n\right) = \sum\left(a_n\vec{M}_n + b_n\vec{N}_n\right)$$

$$\vec{H} = \mathrm{rot}\,\vec{A} = \frac{1}{i\kappa}\sum\left(a_n \mathrm{rot}\,\vec{M}_n + b_n \mathrm{rot}\,\vec{N}_n + c_n \mathrm{rot}\,\vec{L}_n\right) =$$

$$= \frac{1}{i}\sum\left(a_n\vec{N}_n + b_n\vec{M}_n\right)$$

իրոք, եթե հաշվի առնենք /15.2/-ը՝

$$\mathrm{rot}\,\vec{M}_n = \mathrm{rot}\,\mathrm{rot}(\vec{a}\Psi_n) = \kappa\vec{N}$$

$$\mathrm{rot}(\vec{a}\Psi_n) = \Psi_n \mathrm{rot}\,\vec{a} + [\mathrm{grad}\,\Psi_n, \vec{a}] = [\mathrm{grad}\,\Psi_n, \vec{a}]$$

$$\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}(\vec{a}\Psi_n) = \mathrm{rot}[\mathrm{grad}\,\Psi_n, \vec{a}] = \mathrm{grad}\,\Psi_n\,\mathrm{div}\,\vec{a} - \vec{a}\,\mathrm{div}\,\mathrm{grad}\,\Psi_n +$$

$$+ (\vec{a}\,\mathrm{grad})\mathrm{grad}\,\Psi_n - (\mathrm{grad}\,\Psi_n\,\mathrm{grad})\vec{a} = -\vec{a}\,\mathrm{div}\,\mathrm{grad}\,\Psi_n +$$

$$+ (\vec{a}\,\mathrm{grad})\mathrm{grad}\,\Psi_n = \kappa^2\vec{a}\Psi_n + \mathrm{grad}(\vec{a}\,\mathrm{grad}\,\Psi_n)$$

քանի որ՝ $\vec{a} = \mathrm{const}$ և $\mathrm{rot}\,\mathrm{grad} = 0$,

$$\mathrm{grad}(\vec{a}\,\mathrm{grad}\,\Psi_n) = (\vec{a}\,\mathrm{grad})\mathrm{grad}\,\Psi_n + (\mathrm{grad}\,\Psi_n\,\mathrm{grad})\vec{a} +$$

$$+ [\vec{a}\,\mathrm{rot}\,\mathrm{grad}\,\Psi_n] + [\mathrm{grad}\,\Psi_n\,\mathrm{rot}\,\vec{a}] = (\vec{a}\,\mathrm{grad})\mathrm{grad}\,\Psi_n$$

ի վերջո՝

$$\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}(\vec{a}\Psi_n) = \kappa^2\,\mathrm{rot}(\vec{a}\Psi_n) = \kappa^2\vec{M}_n$$

և

$$\mathrm{rot}\,\vec{N} = \frac{1}{\kappa}\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}(\vec{a}\Psi_n) = \kappa\vec{M}_n$$

Այսպիսով,

$$\vec E = \sum (a_n \vec M_n + b_n \vec N_n)$$

$$\vec H = -i \sum (a_n \vec N_n + b_n \vec M_n)$$

/15.6/

/15.6/ արտահայտությունները բավարարում են Մաքսվելի հավասարումներին՝

$$\mathrm{rot}\,\vec E = \sum (a_n \,\mathrm{rot}\,\vec M_n + b_n \,\mathrm{rot}\,\vec N_n) = k \sum (a_n \vec N_n + b_n \vec M_n) = ik\vec H,$$

$$\mathrm{rot}\,\vec H = -i \sum (a_n \,\mathrm{rot}\,\vec N_n + b_n \,\mathrm{rot}\,\vec M_n) = -ik \sum (a_n \vec M_n + b_n \vec N_n) = -ik\vec E$$

/15.7/

$\vec M_n$-ը և $\vec N_n$-ը այն սեփական վեկտորական ֆունկցիաներն են, ըստ որոնց կարելի է վերլուծել ճառագայթման էլեկտրամագնիսական դաշտը և որոնք բավարարում են Մաքսվելի հավասարումներին: Ամենաընդհանուր դեպքում /15.7/ հավասարումներում գումարի տակ կարելի է հասկանալ ինտեգրալ, եթե համապատասխան սեփական արժեքներն ունեն փոփոխման անընդհատ բնույթ:

Ելնելով /15.6/ բանաձևերից՝ ճառագայթման $\vec E$ և $\vec H$ դաշտերի չափումը հանգում է a_n և b_n գործակիցների չափմանը, եթե հայտնի է $\vec M_n$ և $\vec N_n$ սեփական ֆունկցիաների լրիվ համարածուն: Քննարկենք այս գործակիցների որոշման երեք տարբերակներ, անտենան պարփակող երեք տարբեր մակերևույթների՝ գնդային, գլանային և հարթ մակերեվույթների վրա կատարվող չափումներից:

ա/ Գնդային հարմոնիկների մեթոդը:

Գնդային փակ մակերևույթի վրա կատարվող չափումների համար հարկ է ելնել /15.1/ հավասարման լուծումներից կոորդինատների Բևեռային համակարգում/ r, θ, φ /: Այդ լուծումներն ունեն հետևյալ տեսքը՝

$$\Psi_{nm\,{e \atop o}} = Z_n(kr)\, P_n^m(\cos\theta) {\cos m\varphi \atop \sin m\varphi},$$

/15.8/

որտեղ՝ $Z_n(kr)$ -ը Հանկելի սֆերիկ ֆունկցիաներն են կիսամբողջ ինդեքսներով,

$$Z_n(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}}\, H^{(1)}_{n+1/2}(kr)$$

/15.8,ա/

ըստ որում /15.8,ա/ -ն Հանկելի առաջին սեռի ֆունկցիան է: Նման ընտրությունը լիովին պայմանավորված է ժամանակային կախման $e^{-i\omega t}$ ընտրությունից: Իրոք՝ /15.8,ա/ ֆունկցիայի մոտարկումը մեծ արգումենտների համար / $kr \gg 1$/ ունի՝

$$\frac{e^{ikr}}{kr} \exp\left[-i(n+1)\frac{\pi}{2}\right]$$

տեսքը՝ որին համապատասխանում է ճառագայթող անտենայից տարածվող

$$\frac{e^{i(kr-\omega t)}}{kr}$$

տիպի գնդային ալիք: Եթե $e^{-i\omega t}$ ժամանակային կախման դեպքում ընտրեինք Հանկելի երկրորդ սեռի ֆունկցիա,/կամ՝ $e^{i\omega t}$ ժամանակային կախման դեպքում Հանկելի առաջին սեռի ֆունկցիա/ որի մոտարկումն է՝

$$\frac{e^{-ikr}}{kr} \exp\left[i(n+1)\frac{\pi}{2}\right],$$

ապա /15.8,ա/-ին կհամապատասխաներ դեպի ճառագայթիչը վազող

$$\frac{e^{-i(kr+\omega t)}}{kr}$$

տիպի գնդային ալիք: Այլ խոսքով՝ Հանկելի ֆունկցիայի սեռը որոշվում է ճառագայթման սկզբունքից:

Գնդային հարմոնիկների տեսքը որոշելիս ավելի հարմար է /15.2/-ում $\vec a$ հաստատուն վեկտորի փոխարեն վերցնել $\vec r_0 r$ վեկտորը/որպես սեփական սկալյար ֆունկցիա դիտարկել $r\Psi_n$ -ը/: Այս դեպքում գնդային մակերևույթի վրա $\vec M_{nm\,{e \atop o}}$ և $\vec N_{nm\,{e \atop o}}$ սեփական ֆունկցիաները ներկայացվում են տանգենցիալ և նորմալ Բաղադրիչների ձևով, ըստ որում /15.6/-ը $\vec a \to \vec r$ -ի դեպքում կարելի է ստանալ միանգամայն համաթանորեն : $\vec M_{nm\,{e \atop o}}$ և $\vec N_{nm\,{e \atop o}}$ ֆունկցիաների տեսքը հետևյալն է, եթե նրանք որոշվում են ըստ /15.2/-ի, երբ $\vec a = \vec r = \vec r_0 r$

$$\vec{M}_{n,m\,{e \atop o}} = \mp \vec{\theta}_0 A {}^{\sin m\varphi}_{\cos m\varphi} - \vec{\varphi}_0 B {}^{\cos m\varphi}_{\sin m\varphi}, \qquad (\vec{r}_0 \vec{M}) = 0$$

/15.9/

$$\vec{N}_{n,m\,{e \atop o}} = \vec{r}_0 E {}^{\cos m\varphi}_{\sin m\varphi} + \vec{\theta}_0 \mathcal{D} {}^{\cos m\varphi}_{\sin m\varphi} \mp \vec{\varphi}_0 C {}^{\sin m\varphi}_{\cos m\varphi}$$

որտեղ $\vec{r}_0$ -ն, $\vec{\theta}_0$ -ն, $\vec{\varphi}_0$ -ն միավոր վեկտորներն են, իսկ

$$A = \frac{m P_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta} Z_n(kr), \qquad C = \frac{m P_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta} \frac{1}{kr} \frac{\partial}{\partial r}\left[r Z_n(kr)\right]$$

$$B = \frac{\partial P_n^m(\cos\theta)}{\partial\theta} Z_n(kr), \qquad \mathcal{D} = \frac{\partial P_n^m(\cos\theta)}{\partial\theta} \frac{1}{kr} \frac{\partial}{\partial r}\left[r Z_n(kr)\right]$$

/15.9,ա/

$$E = \frac{n(n+1)}{kr} P_n^m(\cos\theta) Z_n(kr)$$

Օգտվելով /15.9/ ֆունկցիաների օրթոգոնալության հատկությունից և /15.6/ հավասարումներից կարելի է որոշել a_n և b_n գործակիցները: Դրանք արտահայտվում են որոշակի $r = r_0$ շառավղով գնդի վրա տրված $\vec{E}$ և $\vec{H}$ դաշտերի E_θ, E_φ և H_θ, H_φ տանգենցիալ բաղադրիչներով: r_0 -ի բավականաչափ մեծ, սակայն վերջավոր արժեքների դեպքում /սովորաբար՝ $r_0 > 10\lambda$ /, երբ կարելի է անտեսել մակածված /ինդուկցիոն/ դաշտերը՝ $E_\theta = H_\varphi$ և $E_\varphi = -H_\theta$: Հետևաբար, կարելի է սահմանափակվել միայն E_θ, E_φ կամ միայն H_θ, H_φ տանգենցիալ բաղադրիչների չափումներով: Չխորանալով մաթեմատիկական ձևափոխությունների հետ կապված մանրամասների մեջ, գրենք ստացվող արտահայտության սկզբունքային տեսքը.

$$\{a_n, b_n\} = F_n(r_0) < E_\theta, E_\varphi; M_\theta, M_\varphi; N_\theta N_\varphi > \qquad /15.10,ա/$$

որտեղ անկյունային փակագծերը նշանակում են ինտեգրում ըստ φ -ի և θ -ի r_0 շառավղով գնդի մակերևույթի վրա: Օգտվելով Լեժանդրի բազմանդամների և Հանկելի սֆերիկ ֆունկցիաների հատկություններից, կարելի է ցույց տալ, որ վերլուծության /15.10ա/ գործակիցների համար տեղի ունի էներգիայի հաշվեկշռի հետևյալ առնչությունը՝

$$\int \vec{S}\, d\vec{S} = \frac{c}{8\pi} Re \int \left[\vec{E}\vec{H}^*\right]_{\vec{r}_0} r^2 d\Omega = \sum K_{nm}\left(|a_{nm}|^2 + |b_{nm}|^2\right),$$

որտեղ K_{nm} գործակիցները պայմանավորված են Լեժանդրի բազմանդամների նորմավորվածությամբ:

Տեղադրելով /15.10 ա/-ն /15.6/-ում, $r = r_0$ մասնավոր դեպքում կարելի է վերականգնել անտենայի ճառագայթման դաշտը շատ մեծ հեռավորությունների վրա /Ֆրաունհոֆերի տիրույթ/՝ նրա ուղղորդվածության դիագրամը: Ստացված արտահայտությունները հնարավորություն են տալիս որոշել նաև անտենայի ճառագայթման մոնոքրոմատիկ դաշտի համար Ստոքսի պարամետրերը, այսինքն՝ սրա բևեռացման բնութագրերը՝

$$I = |E_\theta|^2 + |E_\varphi|^2, \qquad Q = |E_\theta|^2 - |E_\varphi|^2,$$

$$U = E_\theta E_\varphi^* + E_\theta^* E_\varphi = 2 Re(E_\theta^* E_\varphi),$$

$$V = i(E_\theta E_\varphi^* - E_\theta^* E_\varphi) = 2 Jm(E_\theta E_\varphi^*),$$

$$I^2 = Q^2 + U^2 + V^2 \qquad /15.11/$$

բ/ Գլանային հարմոնիկների մեթոդը:

Այս դեպքում չափումները կատարվում են. գլանային մակերևույթի վրա: Եթե առաջին դեպքում հարմար էր, պահելով զոնդը անշարժ, պտտել անտենան, ապա այս դեպքում բավական է պտտել անտենան միայն ըստ ազիմուտի՝ տեղաշարժելով զոնդը ուղղաձիգ հարթության մեջ/ z առանցքին զուգահեռ, ըստ առաջացող գլանի ծնիչի/: Այսպիսով, զոնդի հեռավորությունը պտտման առանցքից հավասար է այն գլանի շառավղին, որն ընդգրկում է անտենան, և որի վրա չափվում են էլեկտրամագնիսական դաշտի բաղադրիչները:

Համապատասխան $\vec{M}_n$ և $\vec{N}_n$ ֆունկցիաները որոշվում են /15.1/ և /15.2/ հավասարումներից՝ գրված գլանային կոորդինատային համակարգում, ըստ որում /15.1/ հավասարման լուծումներն ունեն

$$\psi_{nh\,{e \atop o}} = Z_n(\Lambda\rho) {}^{\cos n\varphi}_{\sin n\varphi}\, e^{ihz}$$

/15.12/

տեսքը: /15.12/-ում $Z_n(\Lambda\rho)$ -ը արդեն Հանկելի առաջին սեռի գլանային ֆունկցիան է՝ $H_n^{(1)}(\Lambda\rho)$ -ը, և սեռի ընտրությունը դարձյալ պայմանավորված է ժամանակային $e^{-i\omega t}$ կախվածությամբ, $\Lambda^2 + h^2 = k^2$, $k = \frac{\omega}{c}$: Տեղադրելով /15.12/-ը /15.2/-ում՝ ստանում ենք $\vec{M}_n$ և $\vec{N}_n$ սեփական ֆունկցիաների տեսքը գլանային ρ, φ, z կոորդինատային համակարգում /եթե $\vec{a} = \vec{z}_0$ -ն միավոր վեկտորն է/՝

$$\vec{M}_{nh\,{e \atop o}} = \mp \vec{\rho}_0 \frac{n}{\rho} Z_n(\Lambda\rho)^{\sin n\varphi}_{\cos n\varphi} - \vec{\varphi}_0 \frac{\partial}{\partial\rho}\left[Z_n(\Lambda\rho)\right]^{\cos n\varphi}_{\sin n\varphi}$$

$$\vec{N}_{nh\,{e \atop o}} = \vec{\rho}_0 \frac{ih}{k} \frac{\partial}{\partial\rho}\left[Z_n(\Lambda\rho)\right]^{\cos n\varphi}_{\sin n\varphi} \mp$$

$$\mp \vec{\varphi}_0 \frac{ihn}{k\rho} Z_n(\Lambda\rho)^{\sin n\varphi}_{\cos n\varphi} + \vec{z}_0 \frac{\Lambda^2}{k} Z_n(\Lambda\rho)^{\cos n\varphi}_{\sin n\varphi} \qquad /15.13/$$

Ինչպես ասված էր վերը, ըստ այն սեփական արժեքների, որոնք ունեն փոփոխման անընդհատ բնույթ, /15.6/-ում պետք է կատարել ինտեգրում: /15.12/ ֆունկցիան ներկայացնում է ըստ z առանցքի վազող ալիք և, հետևաբար, h ալիքային թիվը ընդունում է անընդհատ արժեքներ: Այս դեպքում /15. 6/-ը համառոտ է ներկայացնել

$$\vec{E} = \sum_n \int_{-\infty}^{\infty} \left[a_n(h)\vec{M}_n + b_n(h)\vec{N}_n\right] e^{ihz} dh$$

$$\vec{H} = -i \sum_n \int_{-\infty}^{\infty} \left[a_n(h)\vec{N}_n + b_n(h)\vec{M}_n\right] e^{ihz} dh \qquad /15.6,ա/$$

տեսքով: /15.6,ա/-ում $a_n(h)$ և $b_n(h)$ գործակիցները դարձյալ կարելի է որոշել, օգտվելով /15.12/ ֆունկցիաների օրթոգոնալության-նից:

$$\left\{a_n(h),\, b_n(h)\right\} = \langle E_\varphi, E_z;\ M_\varphi, M_z,\ N_\varphi, N_z \rangle$$

/15.10,բ/

/15.10,բ/-ն բացահայտ տեսքով մակերևութային ինտեգրալ է ըստ φ և z կոորդինատների, ρ_0 շառավղով գլանային մակերևույթի վրա:

Ինչպես ասել էինք, անտենայի ճառագայթման դաշտը հեռավոր՝ Ֆրաունհոֆերյան տիրույթում հանդիսանում է գնդային ալիք, որը հարմար է նկարագրել r, θ, φ բևեռային կոորդինատային համակարգում:

/15.6,ա/ ինտեգրալները հաշվելիս օգտվենք զերարագ վայրընթացի եղանակից: ,,Թամբային կետը,, որոշվում է $h = \cos\theta$ պայմանից: $a_n(h)$, $b_n(h)$ գործակիցները, որոնք որոշված են $r = r_0$ վերջավոր հեռավորության վրա կատարված $E_z(h)$, $E_\varphi(h)$ /կամ $H_z(h)$, $H_\varphi(h)$ /մեծությունների չափված արժեքներով, կարելի է գրել մեծ հեռավորությունների վրա, եթե նրանցում կատարվի $h \to k\cos\theta$ փոխանակումը:/15.6,ա/ արտահայտությունը զերարագ վայրընթացի եղանակով ինտեգրելիս, ի վերջո, գալիս է՝

$$\vec{E} = 2k \frac{e^{ikr}}{r} \sin\theta \sum i^n \left\{\vec{\varphi}_0\, a_n(k\cos\theta) + \vec{\theta}_0\, i\, b_n(k\cos\theta)\right\} e^{in\varphi}$$

$$\vec{H} = \frac{[\vec{r}\vec{E}]}{r} \qquad /15.14/$$

տեսքի :/15.14/-ը հեռազոտվող անտենայի ուղ-ն է:

q/ Հարթ ալիքների մեթոդը:

Դեկարտյան կոորդինատային համակարգում (x, y, z) /15.1/ հավասարման լուծումը հետևյալն է՝

$$\psi(x,y,z) = e^{i\vec{k}\vec{r}} = e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)}$$

/15.15/

Այսինքն՝ մենք և x , և y , և z առանցքներով ունենք վազող հարթ ալիքներ: Եթե հիմա /15.2/-ում ընդունենք $\vec{a}_0 = \vec{z}_0$, ապա $\vec{M}$ և $\vec{N}$ սեփական ֆունկցիաների համար կունենանք հետևյալ արտահայտությունները՝

$$\vec{M} = [\vec{k}\vec{z}_0]\, e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

$$\vec{N} = \frac{i}{k}\left[\vec{k}[\vec{k}\vec{z}_0]\right] e^{i\vec{k}\vec{r}} \qquad /15.16/$$

Ինչպես հետևում է /15.15/և /15.16/ բանաձևերից , $\vec{M}$ և $\vec{N}$ ֆունկցիաների սեփական արժեքները՝ k_x-ը , k_y-ը , k_z-ը ընդունում են անընդհատ արժեքներ: Ցանկացած $z = const$ հարթության վրա, ելնելով $k^2 - \omega^2/c^2 = 0$ դիսպերսիոն հավասարումից՝ /15.6/-ը կարելի է գրել $\vec{E}$ և $\vec{H}$ վեկտորների տանգենցիալ բաղադրիչների կրկնակի Ֆուրյե-ձևափոխության տեսքով՝

$$\vec{E}_{\tau} = \iint \vec{E}_{\tau}(\kappa_x, \kappa_y) \exp\left[i\left(\kappa_x x + \kappa_y y + \sqrt{\kappa^2 - \kappa_x^2 - \kappa_y^2}\, z_0\right)\right] d\kappa_x\, d\kappa_y$$

$$\vec{H}_{\tau} = \iint \vec{H}_{\tau}(\kappa_x, \kappa_y) \exp\left[i\left(\kappa_x x + \kappa_y y + \sqrt{\kappa^2 - \kappa_x^2 - \kappa_y^2}\, z_0\right)\right] d\kappa_x\, d\kappa_y$$

/15.17/

որտեղ՝

$$\vec{E}_{\tau} = a(\kappa_x, \kappa_y)\vec{M}_{\tau} + b(\kappa_x, \kappa_y)\vec{N}_{\tau}$$

և

$$\vec{H}_{\tau} = -i\left[a(\kappa_x, \kappa_y)\vec{N}_{\tau} + b(\kappa_x, \kappa_y)\vec{M}_{\tau}\right]$$

/15.18/

/15.17/ ինտեգրալը գլանային հարմոնիկների նմանությամբ ինտեգրվում է գերարագ վայրընթացի եղանակով, ըստ որում՝ անտենայից մեծ հեռավորությունների վրա, եթե արտահայտել x-ը և y-ը բևեռային կոորդինատներով՝ r-ով, θ-ով, φ-ով, ապա ,,թամբային,, կետերը որոշվում են հետևյալ ձևով՝

$$\kappa_x = \kappa \sin\theta \cos\varphi$$

$$\kappa_y = \kappa \sin\theta \sin\varphi$$

/15.19/

Ի վերջո, /15.17/-ը բերում է հետազոտվող անտենայի ուղ-ի համար հետևյալ արտահայտությանը՝

$$\vec{E}(r, \theta, \varphi) = i\kappa\cos\theta \frac{e^{i\kappa r}}{r} \vec{A}(\kappa\sin\theta\cos\varphi, \kappa\sin\theta\sin\varphi), \quad \vec{H} = \frac{[\vec{r}\vec{E}]}{r}$$

/15.20/

որտեղ՝

$$\vec{A} = \frac{1}{(2\pi)^2}\iint\Big\{a(\kappa\sin\theta\cos\varphi, \kappa\sin\theta\sin\varphi)[\vec{\kappa}\vec{z}_0] +$$

$$+ i b(\kappa\sin\theta\cos\varphi, \kappa\sin\theta\sin\varphi)[\vec{\kappa}[\vec{\kappa}\vec{z}_0]]_{\vec{\tau}}\Big\} \exp[-i\kappa(x\sin\theta\cos\varphi + y\sin\theta\sin\varphi)]\,dx\,dy$$

/15.14/

Մենք քննարկեցինք երեք մեթոդներ, որոնք սկզբունքորեն հնարավորություն են ստեղծում վերականգնել անտենայի ճառագայթման դաշտը մեծ հեռավորությունների վրա, ըստ անտենայի մոտակա տիրույթում կատարված դաշտի ամպլիտուդի և փուլի չափումների: Իհարկե, մենք չխորացանք այս չափումների ֆիզիկական և մաթեմատիկական շատ մանրամասների մեջ և դիտարկեցինք հարցի սկզբունքային դրվածքը:

Համենայնդեպս, հարկ է նշել հետևյալը՝

բ/ և գ/ տիպի չափումներում սկզբունքային նշանակություն է ստանում չափման տիրույթի որոշումը, մինչդեռ ա/ տիպի չափումներում այն պայմանավորված է հիմնականում սարքերի զգայնությամբ և օգտագործվող ԷՀՄ-ի հիշողության ծավալով:

բ/ և գ/ չափումներում տիրույթի չափերը կախված են չափման մակերևույթի հեռավորությունից և ալիքի երկարությունից; իսկ ա/ տիպի չափումներում այսպիսի սահմանափակումը կարող է պայմանավորված լինել միայն չափող զոնդի և փորձարկվող անտենայի որոշակի փոխադարձ դիրքով:

բ/ և գ/ տիպի չափումներում, քանի որ չափման ընթացքում փոփոխվում է չափող զոնդի և անտենայի փոխադարձ դիրքը, անհրաժեշտ է լինում հաշվի առնել չափող զոնդի ուղ-ն: ա/ տիպի չափումներում սրա անհրաժեշտությունը չկա: Բոլոր տիպի չափումներում պետք է որոշել այն անհրաժեշտ դիսկրետը, ըստ որի զոնդը չափում է փորձարկվող անտենայի ճառագայթման դաշտը:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Дж.Стреттон. Теория электромагнетизма. М., ГИТТЛ, 1947.
2. A.C.Ludwig. Near-Field - Far Field Trasformation With the Spherical Harmonics. "IEEE Trans.AP", AP-19, No.2, March 1971.
3. P.J.Wood. The Prediction of Antenna Characteristics from Spherical Near Field Measurements. Part I. Theory. "The Marconi Review", XL, No. 204, First Quarter, 1977.

ԽՆԴԻՐՆԵՐ ԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Հաշվել դիպոլային ճառագայթման դաշտի ինտենսիվությունը:

Ցուցում. Հաշվարկը կատարել վեկտորական պոտենցիալի միջոցով և հաշվի առնել, որ $\lambda \gg a$,որտեղ a -ն դիպոլի չափսն է:

2. Ապացուցել, որ v ծավալում տրված $U(x,y,z)$ և $V(x,y,z)$ ֆունկցիաների համար, որոնք անընդհատ են տվյալ տիրույթում և ունեն առնվազն մինչև երկրորդ կարգի անընդհատ ածանցյալներ ընդհուպ մինչև v ծավալը սահմանափակող S մակերևույթը,իրավասու է հետևյալ բանաձևը/Գրինի բանաձև/՝

$$\int\limits_v (U\Delta V - V\Delta U)\,dv = -\oint\limits_S \left(U\frac{\partial V}{\partial n} - V\frac{\partial U}{\partial n}\right)dS ,$$

որտեղ n -ը S մակերևույթի ներքին նորմալն է:

Ցուցում. օգտվել Գաուս-Օստրոգրադսկու թեորեմից:

3. Ստանալ Կիրխհոֆի ինտեգրալի արտահայտությունը ոչ մոնոքրոմատիկ ալիքների համար:

Ցուցում. օգտվել նախորդ խնդրում ստացված Գրինի բանաձևից և երկրորդ ենթաբաժնում շարադրված մեթոդից:

4. Ճառագայթման խնդիրների լուծումների վրա սովորաբար դրվում է /տես, ենթաբաժին 3-րդ /

$$\lim_{R\to\infty} R\left(\frac{\partial \Psi}{\partial R} - ik\Psi\right) = 0$$

պայմանը, որը հայտնի է որպես ճառագայթման պայման:

Ցույց տալ, որ այս պայմանի կատարումը նշանակում է, որ Ψ ֆունկցիան նկարագրում է աղբյուրից տարածվող ՝կազող ալիք:

Ցուցում. օգտվել Գրինի բանաձևից:

5. Ցույց տալ, որ էլեկտրամագնիսական դաշտի կոմպլեքս ներկայացման դեպքում Պոյնտինգի վեկտորը կընդունի

$$\frac{c}{8\pi} \mathrm{Re}[\vec{E}\vec{H}^*]$$

կամ մոնոքրոմատիկ դաշտերի համար

$$\frac{c}{16\pi} \left\{[\vec{E}^* \mathrm{rot}\,\vec{E}] - [\vec{E}\,\mathrm{rot}\,\vec{E}]\right\}, \qquad k = \frac{\omega}{c}$$

տեսքը:

*) Աստղանիշով խնդիրները նպատակահարմար է հանձնարարել սեմինար պարապմունքների համար:

Ցուցում. աստղանիշով տրված են կոմպլեքս համալուծ մեծությունները: Հաշվի առնել, որ դիտվում է Պոյնտինգի վեկտորի միջին արժեքն ըստ ժամանակի և օգտվել Մաքսվելի հավասարումներից, որտեղ ժամանակային կախումը տրված է $e^{-i\omega t}$ ձևով:

6. Ցույց տալ, որ /7.11/ բանաձևերում համապատասխանորեն՝

$$-\frac{1}{4\pi ik}\oint \mathrm{grad}\,\varphi\,(\vec{H}d\vec{l}), \qquad -\frac{1}{4\pi}\int \mathrm{grad}\,\varphi\,(\vec{n}\vec{E})\,dS$$

և

$$\frac{1}{4\pi ik}\oint \mathrm{grad}\,\varphi\,(\vec{E}d\vec{l}), \qquad \frac{1}{4\pi}\int \mathrm{grad}\,\varphi\,(\vec{n}\vec{H})\,dS$$

անդամները փոխադարձաբար չեզոքացնում են միմյանց բացվածքից շատ մեծ հեռավորությունների վրա և դիֆրակցիայի փոքր անկյունների դեպքում:

Ցուցում. $\varphi = \frac{e^{ikr}}{r}$, $\nabla\varphi = (ik - \frac{1}{r})\frac{e^{ikr}}{r}\vec{r}_0 \approx ik\vec{r}_0\frac{e^{ikr}}{r}$,երբ $r\to\infty$:

7. Ցույց տալ, որ /7.11/ բանաձևերով նկարագրվող դաշտերը բավարարում են Մաքսվելի

$$\mathrm{rot}\,\vec{H}(P) = -ik\vec{E}(P), \qquad \mathrm{rot}\,\vec{E}(P) = ik\vec{H}(P)$$

հավասարումներին:

Ցուցում. դիֆերենցումը կատարել ըստ P կետի կոորդինատների:

8. Ուղղանկյուն ճեղք ունեցող իդեալական հաղորդիչ անվերջ էկրանի հարթությունը համընկնում է $z = 0$ հարթության հետ: $z < 0$ տիրույթից, x -երի առանցքի նկատմամբ α անկյան տակ ընկնում է հարթ ալիք՝

$$\vec{E} = \{\sin\alpha,\ 0,\ \cos\alpha\}\exp[-ik(x\cos\alpha - z\sin\alpha)]$$

$$\vec{H} = \{0,\ 1,\ 0\}\exp[-ik(x\cos\alpha - z\sin\alpha)]$$

Ուղղանկյուն ճեղքի չափսերն են՝

$$-\frac{a}{2} \le x \le \frac{a}{2}, \qquad -\frac{b}{2} \le y \le \frac{b}{2}$$

Ելնելով /7.14/ և /7.15/ բանաձևերից հաշվել դիֆրակցիոն դաշտը $z > 0$ տիրույթում.

ա/ ճեղքից բավական մեծ, սակայն, վերջավոր r հեռավորության վրա,

բ/ երբ $r \to \infty$,

գ/ քննարկել փուլում քառակուսային մոտավորության անդամների անտեսման անհրաժեշտ և բավարար պայմանները.

Ցուցում. օգտվել՝ ա/ Ֆրենելի ֆունկցիաներից; որոշված

$$F(x) = \int_0^x e^{it^2} dt$$

տեսքով, բ/ նրանց մոտարկումից, երբ $x \to \infty$

$$F(x) \sim \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{i\frac{\pi}{4}} - \frac{i}{2x} e^{-ix^2}$$

գ/ դեկարտյան և գնդային կոորդինատային համակարգերում վեկտորների բաղադրիչների միջև եղած առնչություններից /տե՛ս, 32-րդ խնդիրը/:

9. Անտենայի ուղղորդված գործողության գործակցի /ուգգ/՝ G_0-ի և գործող մակերեսի՝ S_q-ի, միջև կապը տրվում

$$G_0 = \alpha S_q$$

բանաձևով /տե՛ս ենթաբաժին 9-րդ,/9.10/ բանաձևը/:

Որոշել համեմատականության α գործակցի արժեքը՝

ա/ հաշվարկելով դիպոլի ցրման հատույթի մակերեսը և օգտվելով դիպոլի $F(\theta) = \sin\theta$ ուղղորդվածության դիագրամից,

բ/ օգտվելով /10.12/ բանաձևից և անտենային ջերմաստիճանի համար ստացված արտահայտություններից,

10. Որոշել գծային օսցիլյատորի վրա հարթ, գծային բևեռացված ալիքի ցրման հատույթը, հաշվի առնելով ճառագայթման արգելակման ազդեցությունը:

11. Երկու համարժեք անտենաների համար ռադիոհաղորդման /9.4/ հավասարումը կարելի է ներկայացնել

$$P_{\text{ընդ}} = \frac{\lambda^2}{(4\pi r)^2} G^2 P_{\text{ճառ}} ,$$

տեսքով, որտեղից՝

$$G = \frac{4\pi r}{\lambda}\sqrt{\frac{P_{\text{ընդ}}}{P_{\text{ճառ}}}}$$

Այսպիսով, ուղղորդված գործողության գործակցի (G) որոշումը հանգում է $P_{\text{ընդ}}/P_{\text{ճառ}}$ հարաբերության չափմանը: Սկզբունքորեն այս չափումը կարելի է կատարել հետևյալ կերպ. նախ՝ չափել ընդունող անտենայի մուտքի ազդանշանի մեծությունը, այնուհետև տեղափոխել և միացնել ընդունիչը անմիջականորեն ճառագայթող անտենայի ելքին, չափելու համար ճառագայթվող հզորության և ընդունող անտենայի մուտքին չափված ազդանշանի հարաբերական մեծությունը՝ $P_{\text{ընդ}}/P_{\text{ճառ}}$-ը:

Ցույց տալ, որ՝ ունենալով և՛ ընդունիչ, և՛ ճառագայթող անտենային սարքերում համարժեք ընդունիչներ, գեներատորներ և մարիչներ/ատենյուատորներ / կարելի է $P_{\text{ընդ}}/P_{\text{ճառ}}$ հարաբերության չափումն իրացնել առանց տեղափոխումների և շատ ավելի արագ: Նկարագրել չափման եղանակը: Քննարկել չափման սխալանքը:

Ցուցում. ա/ համարել $\eta_0 = 1$, այսինքն՝ $G = \tilde{G}$,

բ/ անցնել դեցիբելային միավորների՝ $10\lg G = 10\lg\frac{4\pi r}{\lambda} + 5\lg\frac{P_{\text{ընդ}}}{P_{\text{ճառ}}}$

գ/ չափման սխեման և ճառագայթող և ընդունող կողմերում ընդունել նույնը,

դ/ արդյունքում չափվում է երկու անտենաների միջև ազդանշանի մարման կրկնապատիկը,

ե/ անտենաները համաձայնեցված են ըստ բևեռացումների:

12. Առանցքային-սիմետրիայի դեպքում անտենայի ուդ-ը կարող է ունենալ հետևյալ տեսքը՝

$$F(\theta) = e^{-\alpha\left(\frac{\theta}{\theta_{0,5}}\right)^2}$$

որտեղ $\theta_{0,5}$-ը որոշվում է $F^2(\theta) = 0,5$ հավասարումից:

Քննարկել այսպիսի անտենայի ուգգ-ի կամ ուգ-ի կախումը D/λ հարաբերությունից / D-ն անտենայի բացվածքի տրամագիծն է, λ-ն՝ ալիքի երկարությունը/:

Ցուցում. Ենթադրել, որ $\theta_{0,5} = k\frac{\lambda}{D}$, k-ն հաստատուն գործակից է:

13. Որոշել էլեկտրամագնիսական հարթ ալիքի բևեռացման էլիպսը՝ ըստ տրված կոմպլեքս ամպլիտուդի: Ձևակերպել Ստոքսի պարամետրերը մոնոքրոմատիկ ալիքների համար:

14. Ձևակերպել Ստոքսի պարամետրերը անտենայի ճառագայթման մոնոքրոմատիկ դաշտի F_θ և F_φ բաղադրիչների օգնությամբ:

15. Դիցուք՝ ճառագայթման դաշտը նկարագրվում է E_x և E_y բաղադրիչներով: $z = const$ հարթության մեջ, x-երի առանցքի նկատմամբ

η անկյան տակ տեղադրված է չափող գծային բևեռացված անտենան/զոնդը/:
ա/ ցույց տալ, որ չափվող ինտենսիվության կախումը η անկյունից տրվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$P(\eta) = \frac{1}{2}\left\{|E_x|^2 + |E_y|^2 + \left[|E_x|^2 + |E_y|^2 - \frac{4|E_x||E_y|}{|E_x|^2 - |E_y|^2}\sin^2\varphi\right]^{1/2}\cos 2(\eta - \eta_0)\right.$$

որտեղ φ -ն E_x և E_y բաղադրիչների միջև եղած փուլերի տարբերությունն է, $\eta = \eta_0$ -ն համապատասխանում է չափվող ազդանշանի էքստրեմումին և հավասար է՝

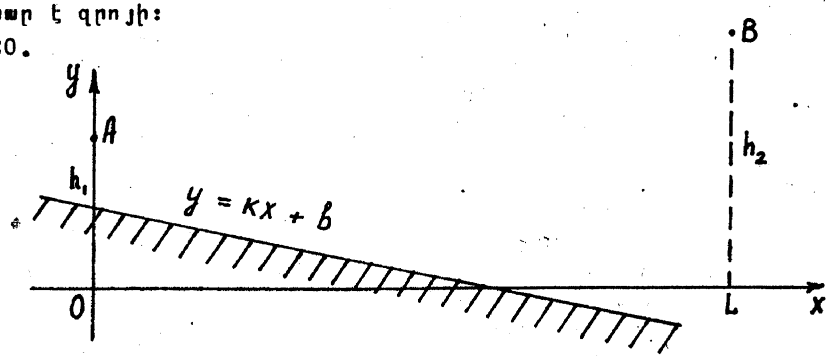
$$tg\, 2\eta_0 = \frac{2|E_x||E_y|}{|E_x|^2 - |E_y|^2}\cos^2\varphi$$

բ/ քննարկել գծային, շրջանային, էլիպսային բևեռացման դեպքերը և կառուցել համապատասխան գրաֆիկները /«հանտելային»կոր /:
16. Օգտվելով նախորդ խնդրում ստացված բանաձևից, ցույց տալ, որ ճառագայթման դաշտի բոլոր բնութագրերը, բացառությամբ բևեռացման պտտման ուղղության, կարելի է չափել գծային բևեռացված զոնդի օգնությամբ՝ դիրքորոշելով վերջինս երեք տարբեր ուղղություններով՝ η_1, η_2, η_3 :
Ցուցում . հարմար է մտցնել էլիպսականության անկյան հասկացությունը, որպես՝

$$2\alpha = \arcsin\left\{\frac{2|E_x||E_y|}{|E_x|^2 + |E_y|^2}\right\}$$

17. Օգտվելով 15-րդ և 16-րդ խնդիրների արդյունքներից՝ մշակել անտենայի ճառագայթման դաշտի բևեռացման բնութագրերի /բացառությամբ բևեռացման պտտման ուղղության/ չափման եղանակ ,,խաչ-վիբրատորի,, օգնությամբ:
Ցուցում. ա/ ,,խաչ-վիբրատորի,, թևերը կոմուտացվում են զույգ առ զույգ; այնպես, որ η անկյունն ընդունի $0, \frac{\pi}{4}$ և $\frac{\pi}{2}$ արժեքները:
բ/ Քննարկել կոմուտացիայի հետևանքով ուզ-ի մեծության հնարավոր փոփոխությունը և սրա չեզոքացման եղանակները:

18. Հաշվել անվերջ, հարթ, իդեալական հաղորդիչ էկրանից h բարձրության վրա տեղադրված էլեկտրական դիպոլի դաշտը:Քննարկել երկու բևեռացումների դեպքերը՝ ուղղաձիգ և հորիզոնական:
19. Օգտվելով երկու դիէլեկտրիկների սահմանին ընկնող հարթ էլեկտրա - մագնիսական ալիքների համար Ֆրենելի բանաձևերից՝ որոշել այն անկման անկյունը, որի դեպքում անդրադարձված ալիքը լրիվ բևեռացված է /Բրյուստերի անկյուն/: Ցույց տալ, որ ուղղաձիգ բևեռացման դեպքում Բրյուստերի անկյան տակ անդրադարձված ալիքի ինտենսիվությունը հավասար է զրոյի:
20.



նկարում պատկերված է անտենայի փորձադաշտի հատույթը $x, y, z = 0$ կոորդինատական համակարգում: $A(0, h_1, 0)$ կետում տեղադրված է կետային իզոտրոպ ճառագայթիչ , $B(L, h_2, 0$ կետում՝ նույնպիսի ընդունիչ: $y = kx + b$ հավասարումը փորձադաշտի /որը ենթադրվում է երկչափ / կտրվածքի հավասարումն է:
ա/ Օգտվելով անդրադարձման եղանակից՝ որոշել $y = kx + b$ հարթության վրա, դեպի B կետը անդրադարձման Ֆրենելյան առաջին տիրույթը /ստանալ էլիպսի առանցքների մեծությունները/,
բ/ նույնը, երբ $y = kx + b$ հարթությունը դիէլեկտրիկ է՝ $n = \sqrt{\varepsilon}$,
գ/ քննարկել $h_1 > b$, $h_2 > kL + b$ պայմանների ֆիզիկական բովանդակությունը:
Ցուցում. կառուցել A -ի հայելային պատկերը $y = kx + b$ հարթության նկատմամբ, միացնել այն ուղիղ գծով B -ին և տանել այս ուղղին ուղղահայաց՝ x, y հարթության մեջ:
21. Ստանալ /14.5/ արտահայտությունը՝ ելնելով Գրինի վեկտորական բանաձևից ,Կիրխհոֆի -Կոտլերի ինտեգրալ բանաձևից /6.5/ և հաշվի առնելով դաշտերի արժեքը գծանի վրա:

22. Ցույց տալ, որ ստացիոնար փուլի կետում /14.5/ արտահայտության մեջ՝

$$\vec\beta = \vec\alpha - 2\vec n_0(\vec n_0\vec\alpha),$$

$$\vec q = k(\vec\beta - \vec\alpha) = 2k\vec n_0(\vec n_0\vec\beta),$$

որտեղ՝

$$\vec n_0 = \frac{\vec q}{q}, \qquad \vec q = \vec\chi - \vec k,$$

$$\chi = k\vec\beta = -k\vec\nabla R_2$$

$$\vec k = k\vec\alpha = k\vec\nabla R_1$$

23. Բաղդատել տրված դաշտի բևեռացման մատրիցան՝ J_{ik} -ն /ենթաբաժին 14-րդ/Ստոքսի բևեռացման մատրիցայի հետ:

Քննարկել մատրիցայի տարրերի ֆիզիկական իմաստը:

24. Ապացուցել Կոտելնիկով-Նայկվիստի թեորեմը: Ցույց տալ, որ $z=const$ հարթության վրա կատարվող չափումներում $k^2-\omega^2/c^2=0$ դիսպերսիոն հավասարումից հետևում է, որ $\xi_{max}=1/\lambda$ և $\eta_{max}=1/\lambda$ և, համապատասխանաբար՝ $\Delta x_{min}=\lambda/2$ և $\Delta y_{min}=\lambda/2$:

Ցուցում. ξ -ն և η -ն այսպես կոչված, տարածական հաճախություններն են, Δx -ը և Δy -ը՝ չափման դիսկրետի՝ քայլի մեծությունը /տես ենթաբաժին 14-րդ/:

25. Ցույց տալ, որ Հելմհոլցի՝

$$\Delta\Psi_{nm\substack{e\\o}} + k^2\Psi_{nm\substack{e\\o}} = 0$$

սկալյար հավասարմանը բավարարող

$$\Psi_{nm\substack{e\\o}}\ Z_n(kr)\,P_n^m(\cos\theta)\begin{matrix}\cos m\varphi\\ \sin m\varphi\end{matrix}$$

ֆունկցիաների օգնությամբ /տես ենթաբաժին 15-րդ/ կառուցված

$$\vec M_{nm\substack{e\\o}} = \mathrm{rot}(\vec a\,\Psi_{nm\substack{e\\o}}) \quad \text{և} \quad \vec N_{nm\substack{e\\o}} = \frac{1}{k}\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}(\vec a\,\Psi_{nm\substack{e\\o}})$$

վեկտորական ֆունկցիաները կբավարարեն

$$\mathrm{rot}\,\vec M_{nm\substack{e\\o}} = k\vec N_{nm\substack{e\\o}}, \qquad \mathrm{rot}\,\vec N_{nm\substack{e\\o}} = k\vec M_{nm\substack{e\\o}}$$

հավասարումներին, երբ $\vec a = \vec r_0 r$:

Ցուցում. հաշվարկը կատարել կոորդինատների գնդային համակարգում:

26. Ցույց տալ, որ

ա/ կոորդինատների գլանային համակարգում (ρ, φ, z) նախորդ խնդրում առաջարկված հավասարումները կբավարարվեն, երբ $a=\vec z_0$ և

$$\Psi_{nh\substack{e\\o}} = Z_n(\Lambda\rho)\begin{matrix}\cos n\varphi\\ \sin n\varphi\end{matrix}\,e^{ihz}, \qquad (\Lambda^2+h^2=k^2)$$

/տես, նաև, ենթաբաժին 15-րդ/,

բ/ ճառագայթման դաշտը, գրված

$$\vec E = \int\sum\left(a_{n\substack{e\\o}}(h)\vec M_{nh\substack{e\\o}} + b_{n\substack{e\\o}}(h)\vec N_{nh\substack{e\\o}}\right)e^{ihz}\,dh$$

$$\vec H = -i\int\sum\left(a_{n\substack{e\\o}}(h)\vec N_{nh\substack{e\\o}} + b_{n\substack{e\\o}}(h)\vec M_{nh\substack{e\\o}}\right)e^{ihz}\,dh$$

տեսքով, կբավարարի Մաքսվելի հավասարումներին,

գ/ գերարագ վայրընթացի եղանակով կատարվող ինտեգրումը բերում է /երբ $hz \gg 1$/ ճառագայթման դաշտի համար հետևյալ արտահայտությանը, գրված r, θ, φ կոորդինատների գնդային համակարգում

$$\vec E = 2k\frac{e^{ikr}}{r}\sin\theta\sum\left\{\vec\varphi_0\,\alpha_n(k\cos\theta) + i\vec\theta_0\,\beta_n(k\cos\theta)\right\}e^{in\varphi},$$

$$\vec H = \frac{[\vec r\vec E]}{r}$$

որտեղ α_n և β_n գործակիցները արտահայտվում են $a_{n\substack{e\\o}}$ -ի և $b_{n\substack{e\\o}}$ -ի միջոցով:

27. Օգտվելով $\vec L, \vec M, \vec N$ ֆունկցիաների տեսքից կոորդինատների դեկարտյան համակարգում՝ ցույց տալ, որ անտենայի ճառագայթման դաշտը կարելի է ներկայացնել գնդային կոորդինատային համակարգում

$$\vec E = ik\cos\theta\,\frac{e^{ikr}}{r}\,\vec A(k\sin\theta\cos\varphi,\ k\sin\theta\sin\varphi)$$

$$\vec H = \frac{[\vec r\vec E]}{r}$$

տեսքով, եթե ինտեգրումը կատարվի գերարագ վայրընթացի եղանակով:

Ցուցում. ներկայացնել ճառագայթման դաշտը՝ E -ն, $z=0$ հարթության վրա երկչափ Ֆուրյե- վերլուծության տեսքով՝

$$\vec E = \frac{1}{2\pi}\iint\vec A(k_x,k_y)\exp[i(k_x x + k_y y + k_z z)]\,dk_x\,dk_y,$$

հաշվի առնելով, որ $K_z = \sqrt{K^2 - K_x^2 - K_y^2}$:

28. Ելնելով Հանկելի ֆունկցիաների Դեբայի մոտարկումից՝ ցույց տալ, որ ճառագայթման դաշտը նկարագրող գնդային հարմոնիկների թիվը չի գերազանցում $4\pi^2 R_{min}/\lambda$-ին, որտեղ R_{min}-ը անտենան ընդգրկող փոքրագույն գնդի շառավիղն է։

29. Ցույց տալ, որ Լեժանդրի միացված բազմանդամների համար տեղի ունի օրթոգոնալության հետևյալ պայմանը՝

$$\int_0^\pi \left\{ \frac{\partial P_n^m(\cos\theta)}{\partial\theta} \cdot \frac{\partial P_{n'}^m(\cos\theta)}{\partial\theta} + \frac{m^2 P_n^m(\cos\theta) P_{n'}^m(\cos\theta)}{\sin^2\theta} \right\} \sin\theta \, d\theta = 0, \text{ երբ } n \neq n'$$

$$= \frac{2}{2n+1} \cdot \frac{n+m}{n-m} n(n+1), \text{ երբ } n = n'$$

30. Ստանալ 15-րդ ենթաբաժնում բերված վերլուծության a_n և b_n գործակիցների բացահայտ տեսքը գնդային հարմոնիկների միջոցով։ Ցույց տալ, որ բավականաչափ մեծ շառավղով գնդային մակերևույթի վրա $E_\theta \sim E_\varphi$ և $E_\varphi \sim -H_\theta$։

Ցուցում. դաշտերը ներկայացնել $\vec{E} = \sum \alpha_N \vec{E}_n$ և $\vec{H} = \sum \alpha_N \vec{H}_N$ վերլուծության տեսքով, որտեղ α_N-ը a_n և b_n գործակիցներն են, տրված E և H տիպի ալիքների համար։ Օգտվել $\vec{M}$ և $\vec{N}$ ֆունկցիաների օրթոգոնալության հատկություններից և Հանկելի սֆերիկ ֆունկցիաների վրոնսկիանից։

31. Դեկարտյան (x, y, z) և գնդային (r, θ, φ) կոորդինատական համակարգերի միջև կապը տրված է

$$x = r \sin\theta \cos\varphi$$

$$y = r \sin\theta \sin\varphi$$

$$z = r \cos\theta$$

ձևով։ Ցույց տալ, որ կամայական $\vec{A}$ վեկտորի բաղադրիչները մի համակարգից մյուսին անցնելիս ձևափոխվում են հետևյալ օրենքով՝

$$A_r = A_x \sin\theta\cos\varphi + A_y \sin\theta\sin\varphi + A_z \cos\theta$$

$$A_\theta = A_x \cos\theta\cos\varphi + A_y \cos\theta\sin\varphi - A_z \sin\theta$$

$$A_\varphi = -A_x \sin\varphi + A_y \cos\varphi$$

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

ԳԱԶԱԶՅԱՆ ԷԴՄՈՆԴ ԴԱՎԹԻ

ԱՆՏԵՆԱՅԻՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ԱՆԱԼԻԶԸ ԵՎ ՍԻՆԹԵԶԸ

Հրատարակչության խմբագիր՝ Լ.Գ. ՄԱՆՈՒՉՅԱՆ

Տեխնիկական խմբագիր՝ Փ. Գ. ՏՈՆՈՅԱՆ

2Կ

ՎՖ 06326: Պատվեր 176: Տպաքանակ 300: Ստորագրված է տպագրության
30.05.1983թ.: Թուղթ № 2, չափսը 60.84 1/16, տպագրության եղանակը
,,փոքր օֆսեթ,,: Հրատարակչական 4,9 մամուլ: Տպագրական 7,5 մամուլ,
7,2 պայմանական մամուլի: Գինը՝ 20 կոպ.:

Երևանի համալսարանի հրատարակչություն, Երևան, Մռավյան փ. №1:

Издательство Ереванского университета, Ереван, Мравяна № I.

Երևանի համալսարանի ,,Ռոտապրինտ,, արտադրամաս, Երևան, Մռավյան փ. №1

Цех "Ротапринт" Ереванского университета, Ереван, ул. Мравяна I.